

УДК (UDC) 86-868

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПЛАНЕТАРНЫХ
ВИБРОПРИВОДАХ С КИНЕМАТИЧЕСКИ НЕУРАВНОВЕШЕННОЙ МАССОЙMODELING OF VIBRATIONAL PROCESSES IN PLANETARY VIBRODRIVE
WITH KINEMATICALLY UNBALANCED MASSЗакиров Р.Г.
Zakirov R.G.Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет) (г. Челябинск, Российская Федерация)
South Ural State University (Scientific Research University) (Chelyabinsk, Russian Federation)

Аннотация. В статье представлены математические модели и результаты компьютерного моделирования колебательных процессов в планетарных виброприводах с кинематически неуравновешенной массой. Реализованный в виброприводах способ образования колебаний позволяет регулировать в широком диапазоне частоту и амплитуду колебаний без изменения конструктивных элементов виброприводов. Добавление в колебательную систему дополнительной неуравновешенной массы позволяет управлять и формой движения рабочих органов. Составленные ранее управляющие зависимости не учитывали динамические процессы в колебательной системе. Они были получены при статическом положении инерционных тел, когда пренебрегали смещением их продольной оси и, соответственно, влиянием этого смещения на параметры колебаний. Предложенные математические модели, представляющие собой дифференциальные уравнения относительно движения центра тяжести инерционного тела, учитывают возможные неустойчивые фазы в колебательном процессе и позволяют точно смоделировать движение центра масс при выбеге и в установившемся режиме. Представленные на основе предложенных математических моделей результаты компьютерного моделирования колебательных процессов отражают преимущественные возможности рассматриваемых виброприводов в регулировании параметров колебания рабочего органа. Определены наиболее эффективные и удобные для использования управляющие параметры. Показаны траектории движения центра масс системы при выбеге и в установившемся режиме, когда при различных управляющих параметрах получаются различные формы траектории.

Ключевые слова: вибровозбудитель, вибропривод, вибрационная машина, параметры колебаний, математическая модель.

Дата принятия к публикации: 20.05.2019
Дата публикации: 25.06.2019

Сведения об авторе:

Закиров Родион Габитович – кандидат технических наук, доцент, кафедра техники, технологий и

Abstract. The paper presents mathematical models and computer simulation results for the oscillatory processes in planetary vibration motor with a kinematically unbalanced mass. The method of oscillation generation implemented in vibration generators allows adjusting the oscillation frequency and amplitude without changing design elements of vibration drives. Including some additional unbalanced mass in the system facilitates control over the mode of motion of actuating devices. The previously obtained control dependencies did not take into account dynamic processes in the oscillatory system. They were obtained at the static state of inertia bodies when the direct axis misalignment was neglected and, correspondingly, the same is true for this misalignment impact on oscillation parameters. The proposed mathematical models representing differential equations of the relative motion of inertia body gravity center take into account possible unstable phases and allow precise simulation of the mass center motion at runout and in steady state. The results of oscillatory processes' computer simulation presented on the basis of the proposed mathematical models show the principal possibilities of the considered vibration drives in relation to the control over actuating device oscillation parameters. The most efficient and easy-to-apply control parameters were defined. The authors demonstrated the system mass center motion trajectories at runout and in steady state when one can obtain various trajectory's forms under various control parameters.

Keywords: vibration generator, vibrodrive, vibration machine, oscillation parameters, mathematical model.

Date of acceptance for publication: 20.05.2019
Date of publication: 25.06.2019

Author' information:

Rodion G. Zakirov – PhD in Technical Sciences, associate Professor, Department of Engineering,

строительства, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)»,
e-mail: zakirovrg@susu.ru.
ORCID: 0000-0002-4702-6561

† Technology and Construction, Federal State Autonom-
† ous Educational Institution of Higher Education «South
† Ural State University (national research university)»
† FSAEIH SUSU (NRU), e-mail: zakirovrg@susu.ru.
† ORCID: 0000-0002-4702-6561

1. Введение

Применение вибрационных машин в высокоэффективных технологических процессах стало неотъемлемой частью современной промышленности. Вибрационные технологии широко применяются в машиностроении при обработке и транспортировке деталей, в строительстве при производстве строительных материалов и свайных работах, в металлургии при формовании изделий и измельчении металлов, в пищевой и перерабатывающей промышленности при экстракции и фильтрации, в горнодобывающей промышленности при обогащении минерального сырья и в других производствах. Постоянно разрабатываются новые и совершенствуются существующие методы вибрационного воздействия, увеличиваются области применения вибрационной техники. То, что ещё вчера было невозможно обеспечить с помощью традиционных технологий, сегодня достигается благодаря воздействию вибрации.

Быстрому внедрению вибрационных технологий способствуют не только эффективность влияния вибрации на качество производимой продукции, интенсификация и повышение производительности технологических процессов, но и развитие вибрационных машин, обеспечивающих выполнение этих технологий. Вибрационные машины сообщают рабочему органу колебательные движения, необходимые для осуществления выполняемого процесса. Задачи по обеспечению требуемых колебательных движений для выполнения различных технологических процессов решается видом используемого вибропривода и конструктивными особенностями машины. Разработаны классы эксцентриковых, центробежных дебалансных и планетарных, гидравлических, электромагнитных и пневматических виброприводов, способных удовлетворять различным динамическим и технологическим требованиям,

предъявляемыми производственными процессами к вибрационным машинам [1, 2].

В тоже время общим недостатком используемых виброприводов является сложность, а часто и невозможность изменения параметров генерируемых вибрационных полей в достаточно широких пределах без изменения конструктивных элементов. Это обстоятельство затрудняет использование вибрационных машин в условиях гибких производственных процессов с часто изменяющимися объектами обработки и условиями работы. В мало и среднесерийном производстве с использованием вибрационных технологий переход на выпуск новых изделий сопряжен с увеличением простоев из-за необходимости замены машины, вибропривода или их отдельных узлов.

Во многом определяют область применения вибромашины и траектории колебаний их рабочего органа. Способы изменения структуры вибрационного поля с одновременным управлением формой движения рабочих органов, динамических и технологических параметров колебательных процессов с помощью различных управляемых технических устройств рассматривались в работах отечественных и зарубежных авторов [1-9]. При этом значительно усложняется конструкция виброприводов, увеличиваются размеры, затрудняется настройка системы.

Как показывает анализ предлагаемых путей универсализации вибрационных приводов, решением задачи может стать вибропривод, в котором образование вибрационных полей будет происходить за счет совмещенных способов получения колебаний. Такой вибрационный механизм реализован в способе возбуждения колебаний, предложенном в Южно-Уральском государственном университете [10]. В нем, благодаря совмещению планетарного и дебалансного способов получения колебаний можно при незначительных частотах вращения получать

в десятки-сотни раз превышающие частоты круговых колебаний инерционного элемента (вращаемого тела). При этом, варьируя значительным количеством исходных параметров регулируют частоту и амплитуду этих колебаний в широком диапазоне. Это обстоятельство позволяет считать данный способ возбуждения колебаний перспективным в плане решения рассматриваемой проблемы.

На основе этого способа в последние годы были разработаны способы возбуждения колебаний [11-13], позволяющие управлять ещё и формой движения рабочих органов, рассмотрены возможности их практической реализации в роторных инерционных виброприводах [14]. Однако управляющие зависимости для разработанных виброприводов вследствие сложности динамических процессов были получены при статическом положении инерционных тел, когда пренебрегли смещением продольной оси вращаемого тела и, соответственно, его влиянием на вибрационное поле. Полученные таким путем зависимости могут быть пригодными при практическом применении на неавтоматизированном производстве, но они не дают точного представления о характере создаваемого вибрационного поля и не являются адекватными с научной точки зрения.

Таким образом, углубленное исследование и моделирование колебательных процессов в совокупности с особенностями кинематики и динамики в виброприводах с управляемыми в широком диапазоне параметрами и формой колебательных процессов имеет важный практический интерес для повышения эффективности работы вибрационных машин.

2. Постановка задачи

Целью данной работы является компьютерное моделирование колебательных процессов в планетарных виброприводах с кинематически неуравновешенной массой на основе математических моделей, которые будут учитывать кинематику и динамику процессов.

Для более полного исследования колебательных процессов, разрабатываемые мате-

матические модели должны охватывать движение центра масс при выбеге и в установившемся режиме, позволить рассмотреть возможные неустойчивые фазы в процессе генерации вибрационного поля, а также опделить наиболее эффективные управляющие параметры для изменения параметров и формы колебательных процессов.

3. Построение математических моделей

Для установления математической модели работы планетарного вибропривода с кинематически неуравновешенной массой, основанного на вышеописанном способе возбуждения колебаний [10], была составлена и рассмотрена расчетная динамическая схема (рис. 1) с учетом кинематики и динамики движения центра масс вращаемого тела.

В этом способе вращаемое тело 1 длиной l , имеющее форму стержня с массивным диском массой m на конце, прижимается торцевой поверхностью диска диаметром D к плоской неподвижной поверхности (контртелу 2) осевой силой P_{OC} прижима. Вращаемое тело, связанное с приводом вращения, получает вращательное движение с угловой скоростью ω_{BP} .

В начальный момент диссипативные силы трения между поверхностями диска и контртела выводят вращаемое тело из состояния равновесия и в дальнейшем контакт диска с контртелом происходит в одной движущейся точке K . Вращаемое тело отклоняется от вертикальной оси z и торцевой поверхностью диска начинает планетарно обкатываться по поверхности контртела вокруг оси z . В результате происходит смещение центра тяжести диска вращаемого тела и возникает его кинематическая неуравновешенность.

Вращаемое тело при планетарном обкатывании (в подвижной точке K , в которую переходит действие осевой силы P_{OC}) начинает совершать поперечные колебания (с частотой ω). При этом кинематически неуравновешенная масса m вызывает вращающуюся инерционную силу, которая уравновешивая систему, выводит центр тяжести вращаемого

тела на круговую орбиту с постоянной (в установившемся режиме, предположительно через 3-4 оборота) амплитудой ρ .

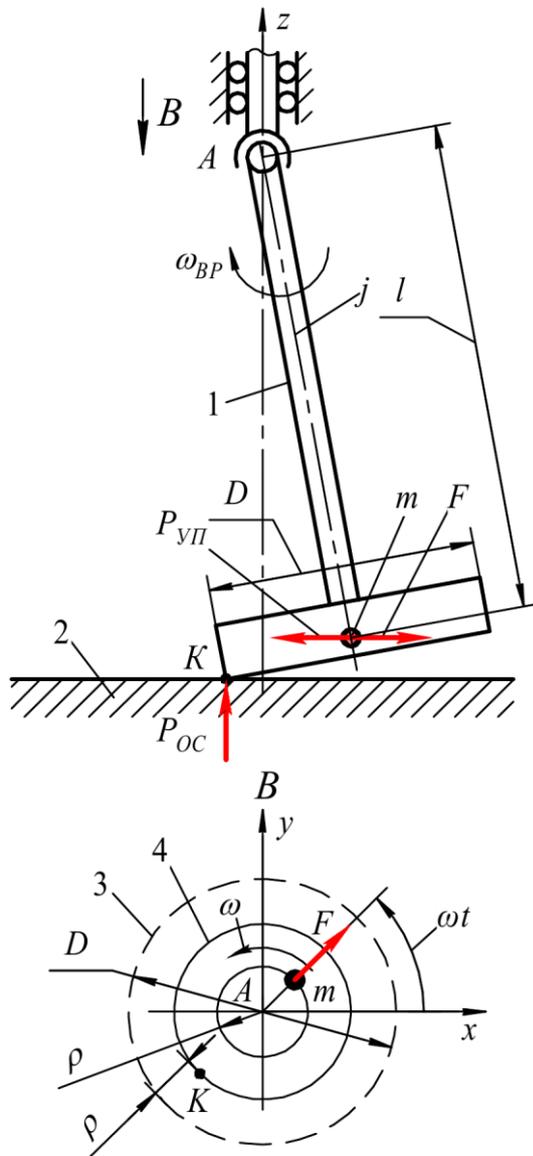


Рис. 1. Расчетная схема планетарного вибропривода с кинематически неуравновешенной массой:

- 1 – вращаемо тело; 2 – контртело;
- 3 – начальная траектория обката;
- 4 – установившаяся траектория обката

На схеме рассмотрено положение вращаемого тела в произвольный момент времени. На систему действуют осевая сила P_{OC} прижатия вращаемого тела к контртелу, сила упругости $P_{УП}$ вращаемого тела, пропорциональная смещению ρ продольной оси вращаемого тела, а также сила инерции F дви-

жущейся с ускорением массы, зависящая от параметров колебаний центра тяжести.

При выбеге (после включения вибропривода) смещение продольной оси вращаемого тела возрастает от нуля до величины $\rho(t)$ и является функцией времени (в декартовой системе координат величину смещения ρ можно представить изменяющимися со временем проекциями $x(t)$, $y(t)$ на координатные оси).

Дифференциальные уравнения относительного движения центра тяжести вращаемого тела будут иметь вид:

$$m\ddot{x}(t) - \left[\frac{P_{OC}}{l} \left(\frac{D}{2} - x(t) \right) \right] \cos \varphi(t) = x(t)j;$$

$$m\ddot{y}(t) - \left[\frac{P_{OC}}{l} \left(\frac{D}{2} - y(t) \right) \right] \sin \varphi(t) = jy(t);$$

$$\left[\frac{mD^2}{8} + m(x(t)^2 + y(t)^2) \right] \dot{\varphi}(t) = \varphi(t)j,$$

где $x(t)j$, $y(t)j$, $\varphi(t)j$ – составляющие силы упругости $P_{УП}$ вращаемого тела; $m\ddot{x}(t)$ и $m\ddot{y}(t)$ – составляющие силы инерции F движущейся с ускорением массы; j – жесткость стержня вращаемого тела.

Первые два уравнения описывают движение центра тяжести вращаемого тела в плоскости xu . Они были получены из уравнений равновесия моментов относительно точки A в координатных плоскостях xz и yz , соответственно. Третье уравнение описывает вращение вращаемого тела вокруг оси z . В полученных уравнениях в правые части равенств вынесены составляющие компоненты возвращающих сил упругости.

Так как центр тяжести вращаемого тела совершает сложное криволинейное движение, то для дальнейшего компьютерного исследования систему дифференциальных уравнений относительного движения центра тяжести неуравновешенной массы нужно рассматривать в полярной системе координат. Перевод системы дифференциальных уравнений в полярную систему координат удобно провести при помощи построения матричной математической модели.

Используя матрицы преобразования декартовых координат и матрицы жесткости

[15], получим матричную форму линейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{pmatrix} m\rho(t)\omega^2 - \rho(t)j - \left[\frac{P_{OC}}{l} \left(\frac{D}{2} - \rho(t) \right) \right] \\ m\rho(t)\omega^2 - \rho(t)j - \left[\frac{P_{OC}}{l} \left(\frac{D}{2} + \rho(t) \right) \right] \\ \left[\frac{mD^2}{8} + m\rho(t)^2 \right] \frac{\partial}{\partial t} \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j & -1 & -1 \\ -1 & j & -1 \\ -1 & -1 & j \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \rho(t) \cos(\omega t) \\ \rho(t) \sin(\omega t) \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho(t) \sin(\omega t)) - \frac{\partial}{\partial t} (\rho(t) \cos(\omega t)) \end{pmatrix}$$

где

$$\omega = \frac{D\omega_{BP}}{2\rho(t)}$$

Зависимость для частоты ω колебаний была получена из уравнения кинематики, связывающего окружные скорости центра тяжести массы m относительно мгновенного центра скоростей в точке K и относительно оси z .

Также после дифференцирования и матричных преобразований можно получить векторную модель траектории движения центра тяжести вращаемого тела вибропривода:

$$\rho(t) = \frac{P_{OC}D}{2l} \times \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{m\omega(t)^2 - \frac{P_{OC}}{l} - j(1 + \cos\omega(t)t - \sin\omega(t)t)}{1} \\ \frac{m\omega(t)^2 - \frac{P_{OC}}{l} - j(1 + \cos\omega(t)t + \sin\omega(t)t)}{1} \end{pmatrix}$$

Возможность управления формой движения рабочих органов обеспечивает планетарный вибропривод с кинематически и статически неуравновешенными массами, основанный на способе [16], в котором к вращаемому телу добавляют неуравновешенную массу (дебаланс) 3 (рис. 2). Дебаланс массы

m_2 , жестко закрепленный на вращаемом теле, создает в системе дополнительную радиальную силу P_p , вращающуюся с угловой скоростью ω_{BP} . Происходит модуляция колебаний вращаемого тела, вызванных кинематически неуравновешенной массой m_1 , с частотой ω , и колебаний статически неуравновешенной массы m_2 дебаланса, с угловой скоростью ω_{BP} .

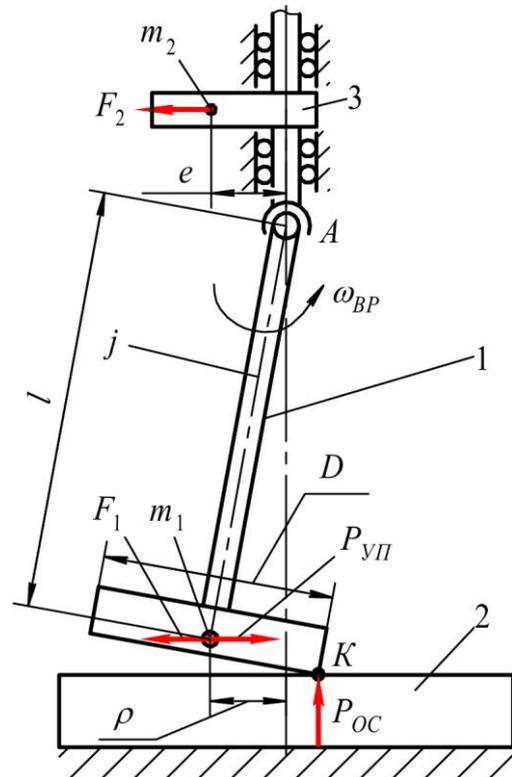


Рис. 2. Расчетная схема планетарного вибропривода с кинематически и статически неуравновешенными массами:
 1 – вращаемое тело; 2 – контртело;
 3 – дебаланс

Дифференциальные уравнения движения центра масс рабочего органа у такого вибропривода имеют вид:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + kx = m_2 e \omega_{BP}^2 \sin \omega_{BP} t - m_1 \rho \omega^2 \sin \omega t; \\ M\ddot{y} + ky = m_2 e \omega_{BP}^2 \cos \omega_{BP} t + m_1 \rho \omega^2 \cos \omega t, \end{cases}$$

где x, y – проекции смещения центра масс вращаемых тел на координатные оси; $M = m_B + m_1 + m_2$ – общая масса рабочего органа вибропривода; m_B – масса рабочего органа вибропривода без масс вращаемых тел; e

– эксцентриситет дебаланса; k – коэффициент упругости колебательной системы.

Амплитуда ρ и частота ω колебаний кинематически неуравновешенной массы m_1 подчиняются закономерностям, полученными для планетарного вибропривода с одной кинематически неуравновешенной массой.

Перемещения рабочего органа вибропривода без учета упругости колебательной системы в установившемся режиме будут определяться уравнениями:

$$\begin{cases} x = \frac{m_1}{M} \rho \sin(\omega t) - \frac{m_2}{M} e \sin(\omega_{BP} t); \\ y = \frac{m_1}{M} \rho \cos(\omega t) + \frac{m_2}{M} e \cos(\omega_{BP} t). \end{cases}$$

Предложенные математические модели планетарных виброприводов с кинематически и статически неуравновешенными массами учитывают динамику движения центра масс вращаемых тел и позволяют с более полным соответствием рассматривать колебательные процессы при выбеге в установившийся режим и в установившемся режиме.

4. Компьютерное моделирование и его результаты

Компьютерное моделирование колебательных процессов по предложенным математическим моделям было проведено в системе компьютерной алгебры Mathcad Prime, имеющей богатый инструментарий по работе с системами дифференциальных уравнений и матрицами [17].

В процессе исследований последовательно варьировались геометрически-массовые параметры вращаемого тела (длина l , диаметр D и зависящая от них масса m), кинематические (угловая скорость ω_{BP} в зависимости от частоты вращения n_{BP}) и силовые (вращающий момент T и осевая сила P_{OC} прижатия) параметры привода. При этом согласно математическим моделям получали графические зависимости движения центра тяжести вращаемого тела в полярной системе координат и центра масс рабочего органа в прямоугольной системе координат.

На рис. 3 показана характерная графическая зависимость смещения центра тяжести вращаемого тела у планетарного вибропривода с кинематически неуравновешенной массой. Такой характер колебательного процесса сохраняется при различных настройках вибропривода.

Как показали полученные зависимости, выбег вращаемого тела из устойчивого положения в установившийся режим колебаний происходит очень быстро и плавно. При этом не наблюдается каких-либо скачкообразных изменений. При различных комбинациях входных параметров вибропривода переход происходит не более чем за 1-1,5 оборота центра тяжести массы m вокруг оси z .

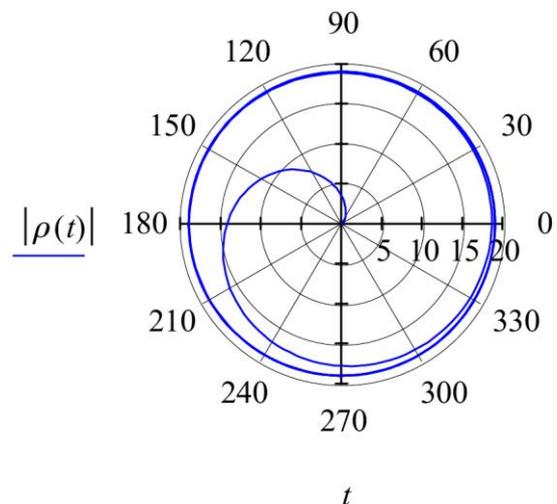


Рис. 3. Траектория движения центра тяжести вращаемого тела

Весь переходный процесс от запуска до установившегося режима можно разделить на три зоны. Первая начальная зона характеризуется относительно медленным ростом амплитуды, когда контакт ротора с контртелом по всей торцевой поверхности в начальный момент переходит в контакт в одной точке на периферии торцевой поверхности ротора. В этой зоне диссипативные силы трения, действующие по всей торцевой поверхности вращаемого тела, выводят тело из состояния устойчивого равновесия и переходят в силу трения качения. Вторая зона характеризуется очень быстрым ростом амплитуды за счет резко увеличивающейся инерционной силы F . Третий заключительный этап характеризуется уменьшением роста амплитуды до

достижения постоянной величины. На этом этапе возвращающая сила упругости $P_{УП}$ за счет увеличения амплитуды уравновешивает инерционную силу, и система переходит в установившийся режим работы.

В результате исследований выявлено, что наиболее эффективными управляющими параметрами частоты и амплитуды колебаний рабочего органа вибропривода являются угловая скорость вращаемого тела $\omega_{ВР}$ и осевая сила $P_{ОС}$ прижатия ротора. Изменение этих параметров приводит к более равномерному изменению амплитуды и частоты колебаний в достаточно широких пределах.

У планетарного вибропривода с кинематически и статически неуравновешенными

массами изменением только управляющих параметров можно при постоянной амплитуде получить самые разнообразные формы траектории движения вибропривода (рис. 4). При этом траектория движения рабочих органов определяется получаемым в колебательной системе соотношением

$$n = \frac{D}{2\rho}.$$

Если отношение радиуса D диска вращаемого тела к амплитуде ρ круговых колебаний его центра тяжести близко к целому числу, то получаемая траектория имеет замкнутую форму в пределах одного периода.

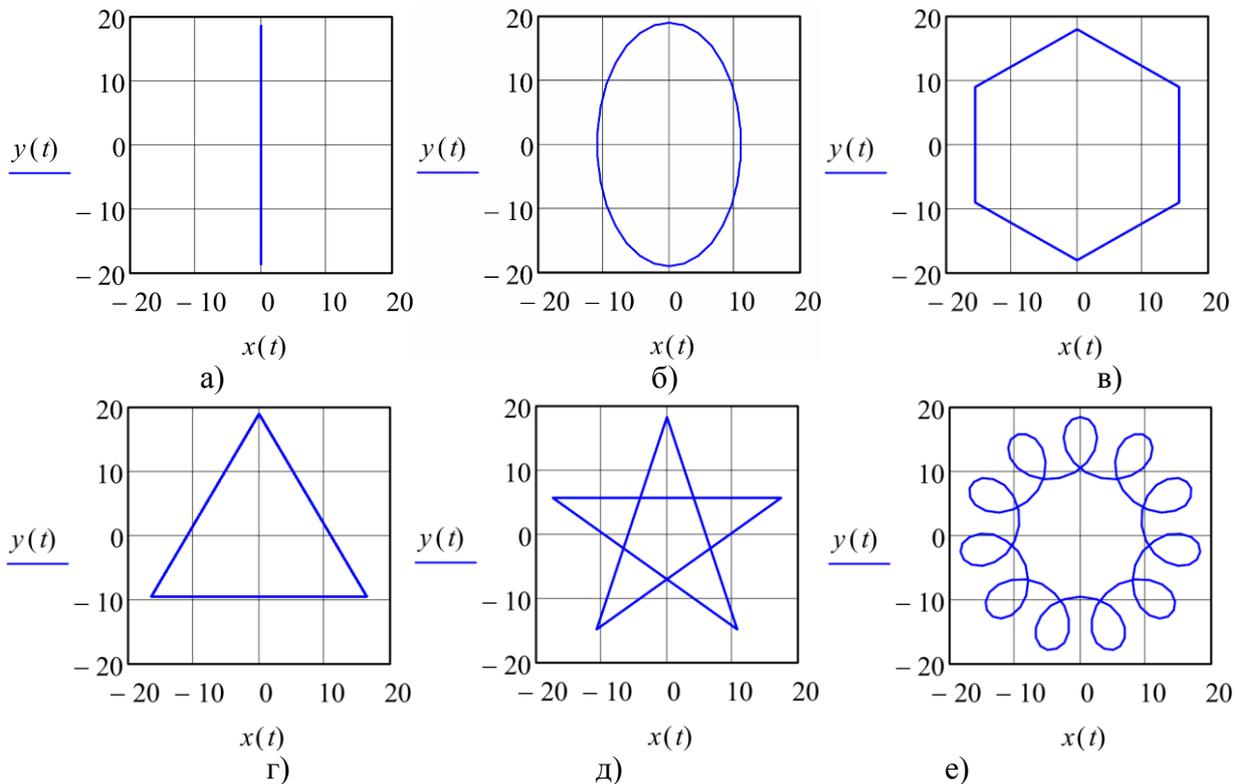


Рис. 4. Результаты моделирования траектории движений центра масс вибропривода: а) при $n = 7$; б) при $n = 1$; в) при $n = 5$; г) при $n = 2$; д) при $n = 9$; е) при $n = 10$.

5. Заключение

Математические модели, разработанные в матричной форме и с учетом кинематики и динамики движения центра масс вращаемого тела, оказались достаточно эффективным инструментом для компьютерного моделирования колебательных процессов во всех

режимах работы планетарных виброприводов с кинематически неуравновешенной массой. С помощью программных средств они позволяют оценить структуру создаваемого вибрационного поля, выбрать необходимые значения управляющих параметров виброприводов для обеспечения требуемых

частоты, амплитуды и формы колебаний рабочего органа вибромашины.

На основе разработанных математических моделей было установлено, что траектория движения центра тяжести кинематически неуравновешенной массы за весь переходной процесс (от запуска до установившегося режима) имеет устойчивую спиралевидную форму и, что для изменения параметров и формы колебательного процесса наиболее подходят угловая скорость вращаемого тела и осевая сила прижатия ротора.

Список литературы

1. Вибрации в технике: Справ. В 6-ти томах. Т. 4. Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э.Э. Лавендела. - М.: Машиностроение, 1981. - 509 с.
2. Попов, Д.Н. Машиностроение. Энциклопедия. В 40 т. Т. IV-2. Электропривод. Гидро- и виброприводы. В 2-х кн. Кн. 2. Гидро- и виброприводы / Д.Н. Попов, В.К. Асташев, А.Н. Густомясов и др.; под общ. ред. Д.Н. Попова, В.К. Асташева. - М.: Машиностроение, 2012. - 304 с.
3. Гончаревич, И.В. Теория вибрационной техники и технологий / И.В. Гончаревич, К.В. Фролов. - М.: Наука, 1981. - 319 с.
4. De Silva, C.W. Vibration. Fundamentals and Practice / C.W. de Silva. - Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. - 957 p.
5. Бабичев, А.П. Основы вибрационной технологии / А. П. Бабичев, И. А. Бабичев. - Ростов-на-Дону: Изд. центр ДГТУ, 2008. - 693 с.
6. Яцун, С. Ф. Вибрационные машины и технологии для переработки гранулированных сред / С.Ф. Яцун, О.Г. Локтионова. - Старый Оскол: ТНТ, 2014. - 296 с.
7. Кузьмичев, В.А. Основы проектирования вибрационного оборудования / В.А. Кузьмичев. - Санкт-Петербург: Лань, 2014. - 208 с.
8. Белокузов Е.В. Принципы управления автоматизированными многоприводными вибрационными установками / Е.В. Белокузов, В.М. Шестаков // Интернет-журнал «Науковедение». - 2014. - №2 (21). - С. 96-107.

Использование планетарных виброприводов с кинематически неуравновешенной массы с возможностью настройки необходимого колебательного процесса с помощью разработанных математических моделей позволит в условиях гибких производственных процессов своевременно реагировать на изменение условий и объектов обработки и тем самым повысить эффективность работы вибрационных машин.

References

1. *Vibratsii v tekhnike. T. 4. Vibratsionnye protsessy i mashiny* [Vibrations in Engineering. Vol. 4. Vibration Processes and Machines]. Lavendel E.E., Ed. Moscow, Mashinostroenie, 1981. 509 p. (In Russian)
2. Popov D.N., Astashev V.K. (Eds.), Gustomiasov A.N. et al. *Mashinostroenie: entsiklopediya*. [Mechanical Engineering: Encyclopedia]. Vol. 4-2: *Elektroprivod. Gidro- i vibroprivody* [Electric drive. Hydraulic and vibro drives]. Book 2: *Gidro- i vibroprivody* [Hydraulic and vibro drives]. Moscow, Mashinostroenie, 2012. 303 p. (In Russian)
3. Goncharevich, I.V., Frolov K.V. *Teoriya vibratsionnoy tekhniki i tekhnologii* [Theory of Vibratory Technique and Technology]. Moscow, Nauka, 1981. 319 p. (In Russian)
4. De Silva C.W. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C., CRC Press; 2000. 957 p.
5. Babichev A.P., Babichev I.A. *Osnovy vibratsionnoy tekhnologii* [Basics of Vibration Technology]. Rostov-on-Don, DGTU, 2008. 693 p. (In Russian)
6. Yatsun S.F, Loktionova O.G. *Vibratsionnye mashiny i tekhnologii dlya pererabotki granulirovannykh sred* [Vibration machines and technologies for the processing of granular media]. Staryy Oskol, TNT, 2014. 296 p. (In Russian)
7. Kuzmichev V.A. *Osnovy proektirovaniia vibratsionnogo oborudovaniya* [Fundamentals of vibration equipment design]. Saint Petersburg, Lan. 208 p. (In Russian)
8. Belokuzov E.V, Shestakov V.M. Principles for control of automated multi-drive vi-

9. Блехман, И.И. Вибрационная механика и вибрационная реология (теория и приложения) / И.И. Блехман. - Москва: Физматлит, 2018. - 752 с.

10. А.с. 1664412 СССР, МКИ³ В06В 1/15. Способ возбуждения круговых колебаний и устройство для его осуществления / С.Г. Лакирев, Я.М. Хилькевич, С.В. Сергеев. - № 4414912/24-28; заявл. 24.04.88; опубл. 23.07.91, Бюл. № 27. - 10 с.

11. Пат. 2347627 Российская Федерация, МПК⁷ В06В 1/16. Способ возбуждения колебаний и устройство для его осуществления / С.В. Сергеев, Б.А. Решетников, Р.Г. Закиров, Е.Н. Гордеев, Ю.С. Сергеев. - № 2007136688/28; заявл. 04.10.2007; опубл. 27.02.2009. - Бюл. № 6. - 58 с.

12. Пат. 2410166 Российская Федерация, МПК⁷ В06В 1/16. Способ возбуждения колебаний / С.В. Сергеев, Б.А. Решетников, Р.Г. Закиров, Ю.С. Сергеев. - № 2009119832/28; заявл. 25.05.2009; опубл. 27.01.2011, Бюл. №3. - 20 с.

13. Пат. 2476275 Российская Федерация, МПК⁷ В06В 1/16. Способ возбуждения колебаний / С.В. Сергеев, Р.Г. Закиров, Б.А. Решетников, Ю.С. Сергеев. - № 2011132718/28; заявл. 23.08.2011; опубл. 27.02.2013, Бюл. №6. - 15 с.

14. Закиров, Р.Г. Повышение эффективности вибрационных машин применением роторных инерционных виброприводов: диссертация ... кандидата техн. наук: 05.02.02 / Закиров Родион Габитович. - Челябинск, 2007. - 460 с.

15. Никитин, Н.Н. Курс теоретической механики / Н.Н. Никитин. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 720 с.

16. Пат. 2533743 Российская Федерация, МПК⁷ В06В 1/00. Способ возбуждения колебаний / С.В. Сергеев, Б.А. Решетников, Р.Г. Закиров, Е.Н. Гордеев, В.П. Гоголев, А.А. Микрюков, А.В. Иршин, Ю.С. Сергеев. - № 2013121307/28; заявл. 07.05.2013; опубл. 20.11.2014, Бюл. №32. - 12 с.

17. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. - Санкт-Петербург: Лань, 2018. - 224 с.

bration installations. *Internet-zhurnal «Naukovedenie»*, 2014, No. 2 (21), available at: <http://publ.naukovedenie.ru/>

9. Blekhman I.I. *Vibratsionnaya mekhanika i vibratsionnaya reologiya (teoriya i prilozheniya)* [Vibration Mechanics and Rheology (Theory and Applications)]. Moscow, Fizmatlit, 2018. 752 p. (In Russian)

10. A.S. SSSR 1664412. *Sposob vozbuzhdeniya krugovykh kolebaniy i ustroystvo dlya ego osushchestvleniya* [The method of excitation of vibrations and device for its implementation]. Lakirev S.G., Khilkevich Ya.M., Sergeev S.V. Declared 24.04.1988. Published 23.07.1991. Bulletin No. 27. (In Russian)

11. Patent RU 2347627. *Sposob vozbuzhdeniya krugovykh kolebaniy i ustroystvo dlya ego osushchestvleniya* [Method of Oscillation Excitation and Device for Its Implementation]. Sergeyev S.V., Reshetnikov B.A., Zakirov R.G., Gordeev E.N, Sergeev Yu.S. Declared 04.10.2007. Published 27.02.2009. Bulletin No. 6. (In Russian)

12. Patent RU 2410166. *Sposob vozbuzhdeniya kolebaniy* [Method for Oscillation Excitation]. Sergeyev S.V., Reshetnikov B.A., Zakirov R.G., Sergeev Yu.S. Declared 25.05.2009. Published 27.01.2011. Bulletin No. 3. (In Russian)

13. Patent RU 2476275. *Sposob vozbuzhdeniya kolebaniy* [Method for Oscillation Excitation]. Sergeyev S.V., Reshetnikov B.A., Zakirov R.G., Sergeev Yu.S. Declared 23.08.2011. Published 27.02.2013. Bulletin No. 6. (In Russian)

14. Zakirov R.G. *Povyshenie ehffektivnosti vibratsionnyh mashin primeneniem rotornyh inertsiionnyh vibroprivodov* [Improving the efficiency of vibration machines using rotar-inertial vibration drives]. Diss. Cand. Sci. (Engineering). Chelyabinsk. 2007. 160 p. (In Russian)

15. Nikitin N.N. *Kurs teoreticheskoy mekhaniki* [The course of theoretical mechanics]. Sankt-Peterburg: Lan, 2011. 720 p. (In Russian)

16. Patent RU 2533743. *Sposob vozbuzhdeniya kolebaniy* [Method for Oscillation Excitation]. Sergeyev S.V., Reshetnikov B.A., Zakirov R.G., Gordeev E.N,

† Gogolev V.P. Mikryukov A.A., Irshin A.V.,
† Sergeev Yu.S. Declared 07.05.2013. Published
† 20.11.2014. Bulletin No. 32. (In Russian)
†
† 17. Voskoboynikov Yu.E., Zadorozhnyy
† A.F. *Osnovy vychisleniy i programmirovaniya*
† *v pakete MathCAD PRIME*. [Basics of
† computing and programming in MathCAD
† PRIME]. Sankt-Peterburg, Lan, 2018. 224 p.
† (In Russian).
†
†