Fundamentación del diseño de problematización y diseño del experimento

De la revisión de literatura desarrollada para este estudio y de la revisión de literatura del primer acercamiento a la geometría esférica en Cruz-Amaya (2019) se retoman elementos cognitivos y didácticos que justifican algunas decisiones para el diseño de problematización. El fundamento epistemológico emerge como resultado de la primera fase del estudio, la hipótesis epistemológica. Por su parte, el fundamento teórico está asociado a la perspectiva teórica desde la que se estudiará el fenómeno de estudio. Como el experimento de desarrollo del profesorado es intervencionista, dicha intervención estará permeada por elementos teóricos.

Fundamentos teóricos:

Desde la socioepistemología:

Para esta teoría, *el saber*, entendido como conocimiento puesto en uso, está compuesto por cuatro dimensiones: cognitiva, didáctica, epistemológica y social; por lo que los fundamentos del diseño devienen de estas dimensiones.

Tanto para la socioepistemología como para la perspectiva de SD, el saber es contextual. La *racionalidad del sujeto depende del contexto* al que pertenece o donde se encuentra. Por ello, antes de las tareas de problematización los participantes responderán una encuesta que pretende, junto con las características del espacio y tiempo en el que se desarrolla el diseño, caracterizar su *contexto situacional*. Además, los resultados del diseño estarán permeados por el *contexto específico de las tareas* de problematización, por lo que su caracterización fundamentará los resultados.

La estructura del diseño de problematización lleva una secuencia de prácticas que son producto de un análisis socioepistemológico (análisis de la primera fase), buscando una dialéctica entre los significados que los participantes ponen en juego y los significados que las tareas y la naturaleza esférica de la nueva superficie exigen de las nociones geométricas involucradas, esto a través de los procesos de confrontación, reflexión y argumentación.

Desde los saberes docentes:

Los SD son situacionales, por lo que nuevamente el contexto en el que se manifiestan tiene relevancia. Del apartado teórico se identifican dos ejes fundamentales en la construcción de SD: la centración en los estudiantes (o sus futuros estudiantes) y la accesibilidad del contenido disciplinar; por ello, existen dos procesos en el diseño del experimento: *la problematización*, la cual permitirá reflexionar sobre la accesibilidad de este contenido a sus futuros y futuras estudiantes; y el análisis de construcciones de estudiantes, que de manera directa pondrá a las y los estudiantes en el centro de la discusión.

Fundamentos cognitivos:

Entre los aspectos cognitivos relevantes destacan:

- La transparentación del diseño de problematización tiene la intención de mostrar que los participantes tienen contexto, intereses y dificultades diferentes a las que tuvieron los matemáticos en la historia al construir conocimientos no euclidianos. Además, con el análisis de las construcciones de los estudiantes se busca reafirmar esta tesis.
- Desde la literatura se reconoce que los participantes van a manifestar *generalizaciones euclidianas*; por ello, el diseño busca inicialmente el trabajo en el plano donde estas generalizaciones serán válidas y luego el paso a la esfera, evidenciando las limitaciones de estas generalizaciones y haciendo que los participantes las modifiquen y establezcan propiedades de nociones esféricas.
- Además, se mencionan los aspectos lingüísticos. La literatura indica que los participantes van a tratar con términos que *a priori* carecen de significado para ellos. Por ello, el diseño de problematización busca construir algunas representaciones sin nombrarlas. Por ejemplo, cuando construyen el biángulo o lúnula, el nombre de las partes del diseño pretende que los estudiantes reconozcan que el triángulo está compuesto por tres ángulos (Parte VI: tres ángulos) y la lúnula por dos (Parte V: dos ángulos); sin embargo, al momento de interactuar con el polígono de dos lados en la esfera, se les pide a los participantes que lo nombren como ellas y ellos consideren apropiado. Con este proceso se busca generar, a través del proceso constructivo, un significado asociado a un término que luego pueda usarse en las tareas siguientes.

Fundamentos didácticos:

En términos didácticos, las tareas de problematización están basadas en el *enfoque metodológico comparativo*, es decir, una comparación constante entre GE y geometría esférica. Este enfoque es el más destacado y desarrollado en el contexto global, propuesto desde 1990 por el profesor-investigador István Lénárt en Hungría (Lénárt, 2021; Gambini, 2021). En este enfoque, la transición más difícil, según Lénárt (2021), es el paso de la caracterización de la recta plana a recta esférica; por ello, este paso tiene un apartado completo en las tareas de problematización.

Aunque el enfoque basado en competencias disciplinares y habilidades didácticas, propuesto por Brum y Schuhmacher (2014), no es el fundamento didáctico principal, se retomaron algunos de sus elementos, por ejemplo, entre las competencias disciplinares: construcción de relaciones significativas a partir de sus conocimientos euclidianos (entendidas como el establecimiento de propiedades de nociones geométricas esféricas), reconocer el efecto de variables relevantes como la curvatura de la esfera, y establecer analogías y relaciones incomparables entre las dos geometrías; y entre las habilidades didácticas: el reconocimiento de las potencialidades de la geometría esférica para significar la GE y la importancia de no subestimar el proceso de aprendizaje de sus futuros estudiantes (esto con el análisis de las construcciones de estudiantes).

Sobre las estrategias didácticas, se ha utilizado principalmente el *uso de material concreto*, esto porque según Gambini (2021) genera un ambiente de trabajo significativo para la geometría esférica y porque es considerada la estrategia más exitosa para el tratamiento inicial con GNE (Menezes, 2021). De las dos relaciones didácticas de importancia sobre el estudio de GNE que destacan desde la literatura, el paso de lo experimental a lo abstracto y el paso de lo manipulativo a lo tecnológico digital, con este diseño se busca atender la primera relación y parte de la segunda (quedándonos con manipulaciones de material concreto).

Fundamentos epistemológicos:

El fundamento epistemológico para las tareas de problematización es la hipótesis epistemológica generada del estudio histórico epistemológico. Esta hipótesis establece que

la construcción de la geometría esférica se fundamenta en dos relaciones: la relación punto-recta y la relación recta-recta; por ello, en el diseño, la parte II y III buscan caracterizar estas dos relaciones. Estas relaciones representan el primer trabajo geométrico que favorece el reconocimiento del papel de la curvatura de la esfera.

En esta hipótesis epistemológica también se describe un proceso de construcción geométrica orientado por tres pasos: explicitar los elementos de partida y sus consecuencias, agregar elementos auxiliares y argumentar su construcción usando las propiedades de los elementos agregados. Por ello, las dos preguntas que aparecen en cada caso de la Parte VI del diseño pretenden guiar este proceso de construcción geométrica.