Construyendo triángulos

¿Qué es un triángulo y qué elementos geométricos lo componen?

_____

_____

Parte I. Línea recta

1. Trace una línea recta en una hoja de papel y caracterícela respondiendo a la siguiente pregunta: ¿cuál es la o las características particulares de la línea recta que la hacen ser recta?
   [Se responderá y discutirá esta pregunta de manera oral (individual, por equipos y en todo el grupo)].
   _____
   _____
   _____

2. ¿Podemos trazar líneas rectas en superficies diferentes al plano?
   _____
   _____
   _____

3. ¿Cómo trazamos una línea recta en la superficie de una esfera?
   _____
   _____
   _____

4. ¿Qué forma tiene una línea recta en la superficie de una esfera?, ¿dada esta forma, podemos construir líneas rectas esféricas de otra manera?
   _____
   _____
   _____

[Se distribuyen los materiales: la esfera de Lénárt y los instrumentos de construcción].

5. Usando la regla esférica, construya una recta esférica.

6. Compare la recta en el plano y la recta en la superficie de una esfera. ¿Qué características se mantienen y de qué manera se mantienen?, ¿qué características son diferentes y por qué considera que se dan estas diferencias?

Parte II. Relación punto-recta

1. Dado un punto A (polo), construya una circunferencia máxima en la esfera de Lénárt.

2. Además del punto A, ¿qué otro elemento necesita para construirla?

3. Si construyo otra línea recta que pase por el polo (el punto A) de la primera, ¿cómo se relacionan las dos rectas construidas? Constrúyalas y verifique esta relación.

4. ¿Se mantiene esta relación con cualquier recta dibujada que pase por el punto A de la primera recta? Construya varias rectas que pasen por el punto A y verifique esta relación.

5. Establezca esta relación como una propiedad en esta geometría.

Parte III. Relación recta–recta

1. Construya dos rectas en una hoja de papel. ¿Se relacionan de alguna manera?, ¿cómo pueden estar relacionadas estas dos rectas? [Construye rectas que se interceptan y rectas paralelas]

2. ¿Se mantendrán estas relaciones en la esfera? Construya dos circunferencias máximas (líneas rectas esféricas) en la esfera de Lénárt y verifique si se mantienen estas relaciones.

_____
_____
_____

[Se discutirá sobre los puntos opuestos].

3. Nombre los puntos de intercepción como puntos B y C. Observe y describa el comportamiento de las dos rectas a medida que se alejan del punto B.

_____
_____
_____

4. Observe y describa el comportamiento de las dos rectas a medida que se acercan al punto C.

_____
_____
_____

5. ¿Qué ocurre entre los puntos B y C en el comportamiento de las rectas?

_____
_____
_____

6. En comparación con una circunferencia máxima completa, ¿a qué distancia cambia el comportamiento de las rectas?

_____
_____
_____

7. En comparación con una circunferencia máxima completa, ¿a qué distancia se interceptan ambas rectas?

_____
_____
_____

Parte IV. Un ángulo

1. Construya un ángulo en una hoja de papel y descríbalo respondiendo las siguientes preguntas: ¿cómo se compone un ángulo?, ¿qué medimos cuando medimos ángulos?

_____
_____
_____

2. En la construcción desarrollada en la parte III - 2 de dos rectas esféricas, ¿identifica ángulos? [Las rectas de la relación recta-recta].

_____
_____
_____

3. Compare el ángulo en el plano y en la esfera a través de las siguientes preguntas: ¿qué características se mantienen y de qué manera se mantienen?, ¿qué características son diferentes? y ¿por qué considera que se dan estas diferencias?

_____
_____
_____

Parte V: Dos ángulos

1. ¿Qué es un polígono?

_____
_____
_____

2. ¿Cuál es el polígono de menor cantidad de lados en el plano?, ¿es el mismo en la esfera?

_____
_____
_____

3. En la construcción desarrollada en la parte III - 2 de dos rectas esféricas, ¿identifica polígonos?, si es así, ¿cómo lo nombraría? [Las rectas de la relación recta-recta].

_____
_____
_____

4. Caracterice ese polígono; para ello puede orientarse en las siguientes preguntas: ¿pueden sus lados tener diferentes medidas?, ¿cuánto miden sus lados?, ¿qué relación existe entre sus ángulos internos?, se pueden clasificar, si es así, ¿bajo qué criterio y qué tipos tendríamos?
[Se responderán y discutirán estas preguntas de manera oral (individual, por equipos y en todo el grupo)].

_____
_____
_____
_____
_____
_____

Parte VI. Tres ángulos

[Se distribuyen materiales manipulables: hojas de papel, hojas de trabajo, esfera de Lénárt y sus instrumentos de construcción, palillos y recortes de ángulos para el trabajo en el plano y recortes de ángulos esféricos y cuerdas con nudos para el trabajo en la esfera]

Un triángulo está compuesto por tres lados y tres ángulos. Dados algunos de estos elementos, buscaremos responder a la pregunta: ¿cuántos triángulos diferentes podrían construirse (en el plano y en la esfera)?

Un elemento fijo:

Si tenemos uno de esos elementos fijo (que no puede cambiar de medida). Ese elemento puede ser un lado o un ángulo, en equipo seleccionan un elemento y desarrollan el caso, primero en una hoja de papel y luego en la esfera.
[Se definen, con todo el grupo, los posibles casos y cada equipo selecciona y trabaja uno (L o A). Hacen la construcción en una hoja de papel y en la esfera siguiendo el siguiente proceso: (1) explicitan los elementos de partida y sus consecuencias, (2) agregan elementos auxiliares (al prolongar y condicionar segmentos, localizar elementos, trasladar segmentos y ángulos, establecer y usar unidades de medida y seccionar y equivaler elementos de un triángulo) y (3) argumentan su proceso de construcción usando las propiedades de los elementos agregados].

1. ¿Cuáles son los elementos de partida y qué consecuencias tengo en dependencia de sus características?

   _____
   _____
   _____

2. Para responder a la pregunta, necesitamos construir uno o varios triángulos. Para ello, completen la construcción del triángulo con los elementos restantes (los cuales no son fijos). Dadas las características de los elementos restantes, ¿cuántos triángulos diferentes podrían construir (en el plano y en la esfera) y por qué?

   _____
   _____
   _____

_____
_____
_____

Dos elementos fijos:

Si tenemos dos de esos elementos fijos (que no pueden cambiar de medida). En equipo seleccionan dos elementos y desarrollan el caso, primero en una hoja de papel y luego en la esfera.
[Se definen, con todo el grupo, los posibles casos y cada equipo selecciona y trabaja uno (LL, LA, AA). Hacen la construcción en una hoja de papel y en la esfera siguiendo el siguiente proceso: (1) explicitan los elementos de partida y sus consecuencias, (2) agregan elementos auxiliares (al prolongar y condicionar segmentos, localizar elementos, trasladar segmentos y ángulos, establecer y usar unidades de medida y seccionar y equivaler elementos de un triángulo) y (3) argumentan su proceso de construcción usando las propiedades de los elementos agregados].

3. ¿Cuáles son los elementos de partida y qué consecuencias tengo en dependencia de sus características?
   _____
   _____
   _____

4. Para responder a la pregunta, necesitamos construir uno o varios triángulos. Para ello, completen la construcción del triángulo con los elementos restantes (los cuales no son fijos). Dadas las características de los elementos restantes, ¿cuántos triángulos diferentes podrían construir (en el plano y en la esfera) y por qué?
   _____
   _____
   _____
   _____
   _____
   _____

Tres elementos fijos:

Si tenemos tres de esos elementos fijos (que no pueden cambiar de medida). En equipo selecciona tres elementos y desarrolla el caso, primero en una hoja de papel y luego en la esfera.
[Se definen, con todo el grupo, los posibles casos y cada equipo selecciona y trabaja uno (LLL, LLA, LAA, AAA). Hacen la construcción en una hoja de papel y en la esfera siguiendo el siguiente proceso: (1) explicitan los elementos de partida y sus consecuencias, (2) agregan

elementos auxiliares (al prolongar y condicionar segmentos, localizar elementos, trasladar segmentos y ángulos, establecer y usar unidades de medida y, seccionar y equivaler elementos de un triángulo), y (3) argumentan su proceso de construcción usando las propiedades de los elementos agregados].

5. ¿Cuáles son los elementos de partida y qué consecuencias tengo en dependencia de sus características?

   _____
   _____
   _____

6. Para responder a la pregunta, necesitamos construir uno o varios triángulos. Para ello, completen la construcción del triángulo con los elementos restantes (los cuales no son fijos). Dadas las características de los elementos restantes, ¿cuántos triángulos diferentes podrían construir (en el plano y en la esfera) y por qué?

   _____
   _____
   _____
   _____
   _____
   _____

Si dados algunos de esos elementos fijos únicamente se puede construir solo un triángulo y hay dos triángulos que tienen esos mismos elementos iguales, ¿podemos concluir que los dos triángulos son iguales, es decir, que los lados y ángulos restantes entre esos dos triángulos son iguales?

_____
_____
_____