ОБРАТНА РЕГРЕСИОННА ЗАДАЧА ПРИ ОЦЕНЯВАНЕ НА ТВЪРДОСТ ПО БРИНЕЛ ЧРЕЗ УЛТРАЗВУКОВИ ИЗМЕРВАНИЯ НА Al+3,5%Mg СПЛАВИ

ГЕОРГИ ДОБРЕВ^{1*} и АЛЕКСАНДЪР ПОПОВ²

¹ *Институт по металознание, съоръжения и технологии
с Център по хидро- и аеродинамика „Акад. Ангел Балевски“,
Българска академия на науките,
бул. Шипченски проход № 67, 1574 София, България,
e-mail: dobrevbg@mail.bg*

² *Институт по механика, Българска академия на науките,
ул. Акад. Георги Бончев, Бл. 4, 1113 София, България,
e-mail: alpopov@abv.bg*

Резюме. В настоящата статия са разгледани Al+3,5%Mg сплави (EN 1706). Решена е правата задача: построяване на регресионна зависимост между скоростта на разпространение на вълните на Релей и твърдостта по Бринел. Формулирана и решена е обратната задача: да се определи интервала на изменение на оценената твърдост по Бринел HB чрез ултразвуково измерване. Тази задача представлява интерес за практиката.

Ключови думи: регресионен анализ, твърдост по Бринел, акустични характеристики на материала.

1. УВОД

Безразрушителното оценяване на твърдост по Бринел за Al+3,5%Mg сплави (стандарт EN 1706) представлява интерес за практиката. Оценяването на твърдост по Бринел – HB [kgf/mm²], е параметър, който характеризира повърхността на материала [1]. Поради тази причина е естествено да се търси регресионна зависимост с друга повърхностна характеристика на материала. Това може да бъде скоростта на разпространение на повърхностната ултразвукова вълна (вълна на Релей) – V_R [mm/μs] [2]. Величината V_R [mm/μs] се оценява чрез измерване на скоростите на разпространение на надлъжни и напречни ултразвукови вълни, съответно, V_L [mm/μs] и V_T [mm/μs] [3]. Получава се зависимостта $V_R = f(HB)$ [kgf/mm²]. Това

* Corresponding author.

DOI: 10.7546/EngSci.LV.18.04.04

е правата задача. Необходимо е да се отбележи, че регресионният анализ (1) отразява физическата същност на зависимостта $V_R - HB$, докато обратната зависимост $HB - V_R$ няма физически смисъл.

В настоящата статия се предлага статистически обоснован подход (Метод на обратната регресионна задача [4]) за оценяване на доверителния интервал на изменение $(HB_L; HB_R)$ [kgf/mm²] чрез измерване на скоростта на разпространение на повърхностни вълни – вълни на Релей, V_R [mm/μs].

2. ТЕОРИЯ

Разглежда се правата задача. Нека регресионният модел е:

$$V_R \text{ [mm /μs]} = \sum_{K=0}^2 \beta_K \cdot (HB)^K, \quad (1)$$

където коефициентите $\{\beta_0; \beta_1; \beta_2\}$ подлежат на експериментално определяне. Величината V_R [mm/μs] се определя от [2]:

$$V_R \approx \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu} V_T, \quad (2)$$

където $\nu = \frac{0,5 - (V_T/V_L)^2}{1 - (V_T/V_L)^2}$ е коефициентът на Поасон, който се определя от [3]. Това е правата регресионна задача.

Обратната регресионна задача се формулира така – да се определи доверителният интервал $(HB_L; HB_R)$ за твърдостта по Бринел HB по изчислени скорости на разпространение на повърхностни ултразвукови вълни V_R [mm/μs] чрез измерени скорости на разпространение на надлъжни и напречни ултразвукови вълни, съответно, V_L [mm/μs] и V_T [mm/μs]. През 70-те години на миналия век, са разработени теоретичните основи на обратната регресионна задача [4, 5]. За получаване на границите на доверителния интервал $(HB_L; HB_R)$ са използвани нелинейните уравнения относно HB_L и HB_R [4]:

$$\pm S_{HB} * t * \left[\frac{1}{n} + \frac{(HB_{L;R} - \overline{HB})^2}{\sum_{k=1}^n (HB_k - \overline{HB})^2} \right]^{1/2} - \sum_{K=0}^2 \beta_K HB_{L;R}^K + V_R = 0, \quad (3)$$

където $(-) \leftrightarrow HB_L$; $(+) \leftrightarrow HB_R$, $(\overline{HB}; S_{HB})$ са средна стойност и разсейването на твърдостта HB [kgf/mm²] за извадката $\{HB_K | k = 1, \dots, n\}$;

$t \equiv t(1 - \alpha/2; n - 2)$ – квантил на разпределението на Стюдънт. Стойностите на $(\overline{HB}; S_{HB})$ и $t \equiv t(1 - \alpha/2; n - 2)$ се определят съответно чрез функциите AVERAGE, STDEV, TINV от EXCEL, Statistical на MS Office.

Уравненията (3) се решават по метода на бисекциите, алгоритъм ZEROIN [6] и on-line компилатор за C++. Алгоритъмът ZEROIN е устойчив и бързо сходящ. Корените на уравненията (3) се търсят в интервала $\{70 - 100\}$, при неопределеност (машинна нула) $TOL = 10^{-3}$. Броят на итерациите е $N < \log_2^2 [(X_R - X_L)/TOL]$ [6]. В този случай $N \sim 12 \times 10^3$ (времето за работа на програмата ZEROIN е $\sim 5-6$ s).

3. ТЕХНИЧЕСКИ СРЕДСТВА

На *фигура 1* са показани физиката на ултразвуковите вълни и техническите средства за определяне на скоростта на разпространение на надлъжните ултразвукови вълни V_L [mm/ μ s], скоростта на напречните ултразвукови вълни V_T [mm/ μ s], съответно, чрез осезател X срез и осезател Y срез на фирма PANAMETRICS, САЩ, както и скоростта на разпространение на повърхностните ултразвукови вълни V_R [mm/ μ s] (вълни на Релей). На *фигура 2* са показани техническите средства за изпитване на твърдост по Бринел HB [kgf/mm²] – твърдомер с точност $\delta(HB) = \pm 1$ [kgf/mm²], фирма MATBOR, Полша, измерена е стойност HBRV-187,5, както и цифров микрометър (Digimatic Micrometer, фирма MITUTOYO, Япония) за измерване на дебелината на образца с точност $\Delta\delta = \pm 0,5$ [μ m] и цифров

Фиг. 1. Физика на ултразвукови вълни: (а) надлъжни вълни и осезател с X срез; (b) напречни вълни и осезател с Y срез; (c) повърхностни вълни – вълни на Релей

Fig. 1. Physics of ultrasound waves: (a) longitudinal waves and sensor with X cut; (b) transverse waves and sensor with Y cut; (c) surface waves – waves of Rayleigh

Фиг. 2. Оценяване на твърдостта HB [kgf/mm²] чрез измерване на V_R [mm/μs]:
(a) твърдомер; (b) цифров микрометър; (c) цифров ултразвуков дефектоскоп
Fig. 2. Evaluating HB [kgf/mm²] by measuring V_R [mm/μs]: (a) a hardness tester;
(b) a digital micrometer; (c) a digital ultrasonic defectoscope

ултразвуков дефектоскоп (SITESCAN D 10, фирма SONATEST, Англия)
с точност $\Delta\tau = 0,01$ [μs].

4. ЕКСПЕРИМЕНТ

Измерванията на скоростта на разпространение на надлъжните и напречните ултразвукови вълни V_L [mm/μs] и V_T [mm/μs] са съгласно ASTM E 494:2015, а на твърдостта HB [kgf/mm²] е съгласно ASTM E 10-18:2018. За образци от Al+3,5%Mg сплав са измерени:

1. Скоростите на разпространение на надлъжните и напречните ултразвукови вълни:

$$V_L = (6,299; 6,266; 6,233) \text{ [mm/μs]},$$

и

$$V_T = (3,060; 3,093; 3,024) \text{ [mm/μs] [2]},$$

при неопределености

$$V_L \pm 0,030 \text{ [mm/μs]},$$

и

$$V_T \pm 0,015 \text{ [mm/μs]}.$$

2. Твърдостите:

$$HB = (81,7; 85,8; 87,2) \text{ [kgf/mm}^2\text{] [5]},$$

при диаметър на индентора 10 mm и натоварване 1000 kg.

Съгласно диаграмата на разсейване, трендът на експерименталните данни е полиномиален от втори ред, *фиг. 3*. Това дава основание да се приеме полиномиален регресионен анализ от вида (1). Коефициентите в регресионния анализ (1) – $\{\beta_0; \beta_1; \beta_2\} = (-3,64; 0,16; -0,0001)$, са определе-

ни с програмата за множествена линейна регресия LINEST от EXCEL, Statistical на MS Office. На *фигура 3* е показан доверителният интервал за регресионния модел (1) при вероятност 97% (коефициентът на детерминация $R^2 = 99,9\%$).

Фиг. 3. Обратна регресионна задача за твърдост по Бринел на Al+3,5%Mg сплави

Fig. 3. Inverse regression problem for Brinell's hardness of Al+3.5%Mg alloys

Алгоритмът за решаване на обратната регресионна задача, за оценяване на твърдостта по Бринел, чрез измерване на скоростта на разпространение на ултразвуковите вълни на Релей в Al+3,5%Mg сплави е в следните стъпки:

- Стъпка 1. Решава се правата регресионна задача (1);
- Стъпка 2. Определя се доверителният интервал ($HB_L; HB_R$) от уравненията (3);
- Стъпка 3. Решението на обратната регресионна задача за твърдост по Бринел на Al+3,5%Mg сплави се представя с логическата схема:

$$\text{Ако } V_R [\text{mm}/\mu\text{s}], \text{ то } (HB_L; HB_R) [\text{kgf}/\text{mm}^2]. \quad (4)$$

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решена е правата задача в регресионния анализ (1) за Al+3,5%Mg сплав. Формулирана и решена е обратната регресионна задача за Al+3,5%Mg сплав, а именно:

$$V_R [\text{mm}/\mu\text{s}] = 3,04 \Rightarrow [\sim 83; \sim 89] [\text{kgf}/\text{mm}^2],$$

фиг. 3, при 97% доверителен интервал, чрез измерени скорости на разпространение на надлъжни и напречни ултразвукови вълни V_L , V_T и изчислена скорост на разпространение на повърхностната ултразвукова вълна V_R . Този резултат се съгласува добре с експерименталните данни:

$$[\text{Min } HB \sim 82; \text{Max } HB \sim 87] \text{ [kgf/mm}^2\text{]}.$$

REFERENCES

- [1] V. S. ZOLOTOREVSKII, *Mechanical properties of metals*, Misis, Moscow (1998).
- [2] B. I. VIBOROV, *Ultrasonic defectoscope*, Metallurgy, Moscow (1985).
- [3] ASTM E 494:2015, Standard Practice for Measuring Ultrasonic Velocity in Materials.
- [4] N. DREYPER AND T. SMIT, *Applied Regression Analysis, Part 1 and Part 2*, Finance and Statistics, Moscow (1986).
- [5] ASTM E 10-18:2018, Standard Test Method for Brinell's Hardness of Metallic Materials.
- [6] D. FORSAYT, M. MALKALM AND K. MOLAR, *Computer methods for mathematical calculations*, Science and Art, Sofia (1986).

INVERSE REGRESSION PROBLEM FOR EVALUATION OF BRINELL'S HARDNESS BY ULTRASONIC MEASUREMENTS OF Al+3.5%Mg ALLOYS

GEORGY DOBREV^{1*} AND ALEXANDER POPOV²

¹*Institute of Metal Science, Equipment and Technologies,
with Hydro- and Aerodynamics Centre "Acad. A. Balevski",
Bulgarian Academy of Sciences,
67, Shipchenski Prohod Blvd, 1574 Sofia, Bulgaria,
e-mail: dobrevbg@mail.bg*

²*Institute of Mechanics, Bulgarian Academy of Sciences,
Acad. G. Bonchev St., Bl. 4, 1113 Sofia, Bulgaria,
e-mail: alpopov@abv.bg*

Abstract. In this article Al+3.5Mg alloys are considered (EN 1706). For this material the direct problem is obtained: regression dependency between Rayleigh's velocities and Brinell's hardness. The inverse problem is formulated and solved: to calculate interval of Brinell's hardness by means ultrasonic measurements. This problem for practice is interest.

Keywords: regression analysis, Brinell's hardness, ultrasonic characteristics of the material.

Received October 30, 2018