Etude numérique de l'interaction houle - plaque immergée

Soumia MORDANE¹, Ghita MANGOUB², Mohamed CHAGDALI¹

¹ LCSM- Hydrodynamique Marine Université Hassan II Mohammedia
Casablanca, Faculté des Sciences Ben M'Sik, B.P.7955, Casablanca. Maroc,

mordanesoumia@yahoo.fr ;

m_chagdali@hotmail.com

² LM, Faculté des Sciences et Techniques de Settat, B.P.577, Settat. Maroc,

gmangoub@menara.ma

Résumé :

Dans ce travail, on propose une approche numérique basée sur les méthodes dites de composition de champ de vitesse pour l'étude de la propagation de la houle en présence d'une plaque immergée. Dans ces méthodes le champ global est composé des contributions des différentes composantes de l'écoulement et chaque contribution est associée à un problème mathématique bien posé. Le couplage entre les différents problèmes est pris en compte par les conditions aux limites sur les frontières. Les résultats présentés concernent l'aspect génie côtier du dispositif qu'on peut illustrer par le calcul et la validation du coefficient de réflexion et l'aspect hydrodynamique qu'on peut illustrer par la génération et le suivi du sillage et son rôle dans l'amortissement.

Abstract :

In this work, we are interested in the numerical approach based on the composition of the field of velocities for studying the interaction between wave propagation and a submerged plate. In this method, the global field is composed of different contributions of the flow and each contribution is associated to a well defined mathematical problem. The different problems are coupled by boundary conditions. Numerical results concern the coastal engineering context of the obstacle through the computation of the reflection coefficient and the hydrodynamic context which may be illustrated by vortex generation and observation and its role in energy dissipation.

Mots-clés :

Méthodes numériques intégrales, plaque immergée, coefficient de réflexion.

1.Introduction

Le problème de la propagation de la houle sur une plaque immergée a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche. L'étude d'un tel ouvrage a été menée suivant deux aspects : Le premier est relatif à l'efficacité d'un tel ouvrage à travers le calcul des ces coefficients de réflexion et de transmission, le second aspect est destiné à la compréhension de l'hydrodynamique de l'écoulement en vue de fournir des indications sur le processus de dissipation de l'énergie. La première idée sur le fonctionnement de la plaque immergée lors de la propagation de la houle est celle du mur oscillant proposée par P. Guevel (1986). Depuis, un certain nombre de travaux analytiques, développés dans le cadre de la théorie potentielle de la houle, ont utilisé implicitement cette idée. Les comptes-rendus des expériences menées par J. Brossard (1990) ont mis en évidence que la plaque se comporte comme un obstacle portant générant des tourbillons qui participent à la dissipation de l'énergie de la houle par turbulence. L'interaction de la plaque avec la surface libre, via les tourbillons, produit des harmoniques d'ordre supérieur (J. Brossard et Al, 2001). L'hydrodynamique autour de la plaque se caractérise par des tourbillons qui interagissent avec le fond et la surface libre (J. Brossard, 2005).

Dans ce travail, on propose une approche numérique qui permet d'accéder à la fois à l'hydrodynamique et au fonctionnement de la plaque dans la houle. Cette approche est basée sur les méthodes dites de composition de champ de vitesse. Dans ces méthodes le champ global est composé des contributions des différents composantes de l'écoulement sans pour autant rendre le problème linéaire. Chacune des composantes de l'écoulement (la houle, la plaque, les tourbillons) est décrit par un problème mathématique bien posé. Le couplage entre les différents problèmes est pris en compte par les conditions aux limites sur les frontières. Ce couplage est un couplage implicite dans le sens où il prend en considération l'interaction houle, tourbillons et la plaque. Ainsi, la vitesse globale est composée d'une vitesse due à la houle, notée $\vec{U}_h$ calculée par la méthode des éléments frontières, par une vitesse due à la plaque, notée $\vec{U}_p$ calculée par la méthode des singularités (T.S.LU, 1988) et par une vitesse due au sillage tourbillonnaire, notée $\vec{U}_\omega$ calculée par la méthode particulière (S. Huberson, 1989).

Les résultats qui seront présentés concernent les deux aspects suivants: l'aspect génie côtier du dispositif étudié qu'on peut illustrer par le calcul du coefficient de réflexion et l'aspect hydrodynamique qu'on peut illustrer par la génération et le suivi du sillage et son rôle dans l'amortissement.

2. Formulation du problème

On considère un écoulement de houle incidente monochromatique dans un canal de longueur L , de fond horizontal et imperméable F en présence d'une surface libre SL en plus des frontières latérales et d'une plaque plane immergée à une certaine distance h de la surface libre (figure 1). Le fluide est supposé homogène et incompressible de densité ρ constante et la surface libre est à la pression atmosphérique.

Figure 1 : domaine d'étude

L'écoulement étant potentiel, on peut donc décomposer en chaque point $\vec{x}$ du domaine fluide D , le champ de vitesse $\vec{U}(\vec{x}, t)$ en une somme de champs élémentaires: le champ de vitesse de la houle $\vec{U}_h(\vec{x}, t)$, le champ induit par la plaque $\vec{U}_p(\vec{x}, t)$ et celui associé au sillage tourbillonnaire $\vec{U}_\omega(\vec{x}, t)$:

$$\vec{U}(\vec{x}, t) = \vec{U}_h(\vec{x}, t) + \vec{U}_\omega(\vec{x}, t) + \vec{U}_p(\vec{x}, t) \quad (1)$$

A chacune de ces trois contributions est associé un modèle mathématique qui s'écrit sous la forme:

2-1: Modèle du champs de vitesse induit par la vorticit $\vec{U}_\omega(\vec{x}, t)$

Les quations d'volution de la vorticit en formulation Lagrangienne s'crivent (P1)

$$\begin{aligned} \omega(\vec{\chi}(\vec{x}, t)) &= \omega(\vec{x}) \\ \frac{d\vec{\chi}}{dt} &= \vec{U}_\omega(\vec{\chi}(\vec{x}, t)) + \vec{U}_h(\vec{x}, t) + \vec{U}_p(\vec{x}, t) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\vec{U}_\omega(\vec{x}) = \int \vec{K}(\vec{x} - \vec{x}') \wedge \vec{\omega}(\vec{x}') d\vec{x}' \quad (3)$$

où
$$K(\vec{x}) = \frac{-1}{2\pi} \frac{1}{|\vec{x}|} \frac{x \vec{i} + y \vec{j}}{|\vec{x}|}$$

2-2 : Modèle du champ de vitesse induit par la houle $\vec{U}_h(\vec{x}, t)$:

Ce modèle s'obtient à partir des équations classiques de la houle potentielle non linéaire. En les combinant avec la relation (1), on obtient : (P2)

$$\Delta \varphi = 0 \quad \text{Dans le domaine fluide} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -(\vec{U}_\omega + \vec{U}_p) \cdot \vec{n} \quad \text{Sur le fond} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -(\vec{U}_\omega + \vec{U}_p) \cdot \vec{n} \quad \text{Sur la plaque} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial s} \frac{\partial \varphi}{\partial s} + \frac{\partial \eta}{\partial s} (u_\omega + u_p) - (v_\omega + v_p) \quad \text{Sur la surface libre} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \|\vec{\nabla} \varphi\|^2 + g \eta = \\ -\frac{1}{2} \|\vec{U}_\omega + \vec{U}_p\|^2 - \vec{U}_h \cdot (\vec{U}_\omega + \vec{U}_p) - \int_{s_0}^{s_1} \left[\frac{\partial (\vec{U}_\omega + \vec{U}_p)}{\partial t} \cdot \vec{\tau} + \omega \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} + (\vec{U}_\omega + \vec{U}_p) \cdot \vec{n} \right) \right] ds \end{aligned} \quad (8)$$

φ est le potentiel des vitesses, g est l'accélération de la pesanteur, Δ l'opérateur Laplacien, y la cote verticale, $\vec{n}$ la normale extérieure à la surface, H la hauteur d'eau au repos, η la dénivellation de la surface libre, s l'abscisse curviligne sur la surface libre, $\vec{\tau}$ la tangente en un point de la surface libre, S_0 et S_1 sont les abscisses curvilignes de deux points de la surface libre.

2-3 : Modèle du champ de vitesse induit par la plaque $\vec{U}_p(\vec{x}, t)$

Le problème lié à la plaque s'écrit (P3) :

$$\Delta \varphi_p = 0 \quad \text{Dans le domaine fluide} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \varphi_p}{\partial n} = -(\vec{U}_h + \vec{U}_\omega) \cdot \vec{n} \quad \text{Sur la plaque} \quad (10)$$

$$\lim_{MP \rightarrow \infty} \left(\vec{\nabla} \varphi_p \right) = 0 \quad (11)$$

Le problème global consiste à résoudre simultanément les trois modèles mathématiques. Ces problèmes sont résolus en combinant la méthode particulière pour le problème (P1), la méthode des éléments frontières pour le problème (P2) et la méthode des singularités pour le problème (P3). Ce choix se justifie par l'adaptation de chaque méthode à une partie du problème considéré. Le couplage entre les trois modèles se fait d'une part par les conditions aux limites et par le débit du rotationnel émis par la plaque dans l'écoulement qu'on va décrire dans le paragraphe ci-dessous.

2-4 Le modèle d'émission

Le modèle du rotationnel dans l'écoulement issu des couches limites se formant sur et sous la plaque est établi en appliquant la condition de Kutta-Joukowski aux deux extrémités de l'obstacle (modèle de viscosité évanescence). Pendant Δt , la quantité de tourbillons transférés dans l'écoulement sera: $\Gamma = U_s \Delta t \delta \omega$ où δ tend vers 0. Dans le modèle à viscosité évanescence, l'épaisseur de la couche cisailée δ tend vers 0. On note U_s la vitesse moyenne tangente au bord de la plaque. Aux deux extrémités de la plaque, au travers de la nappe cisailée, on a continuité de la pression. Ceci permet d'écrire la relation de Bernoulli à l'une ou l'autre des extrémités et d'exprimer le saut de potentiel en fonction de la vitesse de l'écoulement:

$$\frac{\partial[\varphi]}{\partial t} = U_s [\omega] \quad (12)$$

; avec $[\omega]$ est le saut de la quantité considérée à travers la nappe tourbillonnaire. Avec l'approximation

$$\omega = \frac{[U]}{\delta} \quad (13)$$

on trouve que le débit de tourbillons dans l'écoulement pendant l'intervalle de temps Δt s'écrit:

$$\Gamma = [\varphi](t + \Delta t) - [\varphi](t) \quad (14)$$

On suppose en plus que la houle est harmonique en conséquence les vitesses du tourbillon et de la plaque sont aussi harmoniques. En introduisant ces expressions dans les équations du mouvement et en combinant la condition cinématique et dynamique sur la surface libre et en négligeant les termes en $\exp(2i\omega t)$ et en $\exp(3i\omega t)$, on obtient des modèles mathématiques plus simples. En particulier pour les conditions sur la surface libre associé au problème de houle (P2) :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, 0, t) = \frac{w^2}{g} \varphi(x, 0, t) + \frac{w^2}{g} \int_{s_0}^{s_1} u_{\omega} ds - v_{\omega} \quad (15)$$

3. Résolution numérique

Les trois problèmes élémentaires sont résolues d'une manière simultanée. Le problème (P1) est résolu par une méthode Lagrangienne, la méthode particulière [13]. Le problème (P2) est résolu par une méthode intégrale, Méthode des Éléments Frontières (BEM) [9], Le problème (P3) est résolu par une méthode intégrale, la méthode des singularités [10]. Le couplage entre les trois modèles se fait par les conditions aux limites.

4. Résultats numériques

Lorsque la houle rencontre un ouvrage, elle est en partie réfléchi et en partie transmise. Pour le calcul du coefficient, on procède de la façon suivante:

Sur la frontière amont, nous considérons une superposition d'ondes: l'onde incidente $\varphi_i = \varphi_a$ et l'onde réfléchi φ_r . Cette constatation peut se traduire, dans le cadre de la théorie linéaire, sous la forme suivante:

$$\varphi_i(x, y) = f(y)e^{ikx} \quad \text{et} \quad \varphi_r(x, y) = R f(y)e^{-ikx}$$

R est le coefficient de réflexion et $f(y)$ une fonction qui contient toutes les informations relatives à la houle incidente.

La continuité du potentiel total et de sa dérivée normale permet d'accéder directement au calcul local du coefficient de réflexion R par la relation suivante:

$$R = 1 - 2 \left(\frac{\frac{\partial \varphi}{\partial n}}{ik \varphi + \frac{\partial \varphi}{\partial n}} \right) \quad (16)$$

Le coefficient de réflexion R étant déterminé localement, nous effectuons une moyenne statistique pour l'exprimer d'une manière globale.

Nous considérons une plaque de longueur 0.25m, d'épaisseur 0.002m. La plaque est immergée à 50% de la profondeur du canal à houle. La hauteur d'eau est de 2.5 m. Sur la figure 2, nous présentons une comparaison du calcul du coefficient de réflexion obtenu numériquement avec quelques résultats expérimentaux. Les résultats sont présentés en fonction du produit kh où k est le nombre d'onde et h l'immersion de la plaque.

Figure 2: coefficient de réflexion en fonction de kh

On constate une bonne concordance des résultats. Ces résultats confirment le fait que la plaque est un amortisseur de houle.

La plaque est mince, et par conséquent elle se comporte comme un obstacle générateur de tourbillon. Ces résultats sont largement discutés par J.Brossard (2004). Sur les figures 3 et 4, nous présentons le sillage obtenu pour différents instants: en vert en amont de la plaque et en noir en aval de la plaque. La plaque portante (en bleu) est de longueur de corde égale à 0.043m immergée à 0.1m dans un canal de longueur 30m rempli d'eau d'une hauteur de 0.25m. La houle est caractérisée par une période $T1=1.1s$ et une amplitude de 0.016m. Le bord d'attaque de la plaque est situé en $x=1$. Sur ces figures, les abscisses et les ordonnées correspondent respectivement à la longueur et à la hauteur du canal.

Figure 3: Formation des structures tourbillonnaires autour de la plaque placée dans la houle.

Figure 4: Formation des structures tourbillonnaires autour de la plaque placée dans la houle.

5. Conclusion

On a présenté une méthode numérique construite en combinant trois différentes méthodes pour étudier le problème de la propagation de la houle en présence d'une plaque portante immergée. La méthode des éléments frontières pour le problème de la houle, la méthode particulière pour le problème du tourbillon et la méthode des singularités pour le problème de la plaque.

Les résultats présentés montrent que la méthode semble être bien adaptée à traiter le problème considéré pour l'aspect génie côtier (mesure du coefficient de réflexion) et pour l'aspect hydrodynamique (création et suivi du sillage). La méthode permet de retrouver des résultats comparables à ceux expérimentaux.

6. Références

- J. Brossard, (1990) Propagation d'une onde sur une plaque immergée. 1^{ère} journées Génie Civil-Génie Côtier-le havre pp59-64, 1990.
- J. Brossard , M. Chagdali, (2001) Experimental investigation of harmonic generation by waves over a submerged plate. Coastal Engineering 42 (2001) 277-290, 2001.
- P. Guevel, E. Landel, R. Bouchet, J.M. Manzon (1986): Le phénomène du mur oscillant et son application pour protéger un site soumis à la houle, Association Maritime et Aéronautique, n° 85, 1986.
- S. Huberson, 1986, "Modélisation asymptotique et simulation numérique d'écoulements tourbillonnaires", Thèse de Doctorat d'Etat, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6)-LIMSI-CNRS, France.
- T.S. Lu, 1988 Calcul de certains écoulements par la méthode des singularités : document LIMSI.