Фурье-анализ спектральных характеристик матричного фотоприемника в частотной и временной области

С. И. Зиенко, В. Л. Жбанова

Целью работы является исследование частотных и временных характеристик фотоприемника с помощью прямого и обратного преобразования Фурье. В качестве объекта исследования выбраны спектральные характеристики матричного фотоприемника. Для каналов преобразователя установлено, что частотный спектр состоит из двух элементарных полос в форме кривых Гаусса. Выявлено, что спектры обладают сверхширокополосными свойствами. Импульсная (временная) характеристика спектров описывается уравнением в аналитическом виде, которая хорошо согласуется с расчетом. Время нарастания переходной характеристики составляет 1,8–2,9 фс. На процесс поглощения света заметное влияние оказывает влияние диэлектрическая релаксация заряда. Полученные результаты позволяют получить важную информацию о свойствах фотоприемника в частотной и временной области.

Ключевые слова: спектральная характеристика, спектр, приемник, матричный фотоприемник, импульсная характеристика, диэлектрическая релаксация, свет, фотоны.

DOI: 10.51368/1996-0948-2021-3-39-46

Введение

Анализ спектральных характеристик матричных фотоприемников достаточно перспективное направление в науке и технике. Качественный анализ может позволить предсказать технические возможности приемника, цветопередачу, оценить искажения входного сигнала и его пространственно-частотного спектра [1–3].

Цель данной работы состояла в исследовании частотных и временных характеристик фотоприемника с помощью прямого и обратного преобразования Фурье. В рамках поставленной цели были выделены следующие задачи: найти частотные и временные характеристики, провести анализ энергетических потерь,

диэлектрической релаксации, рассмотреть переходные характеристики каналов R, G, B. Заметим, что данный вопрос ни в отечественной, ни в зарубежной литературе ранее практически не рассматривался. Между тем решение его имеет большое научное и практическое значение.

Постановка работы

В качестве объекта исследования выбран матричный фотоприемник с достаточно гладкими характеристиками, а именно, Foveon X3, универсальный датчик, регистрирующий информацию всех трех цветовых компонентов (R, G, B) изображения в одной точке [4]. Для изучения характеристик использовали модель черного ящика. Входные и выходные сигналы являются единственными связями модели с окружающей средой. В приведенном исследовании входным сигналом является излучение видимого диапазона, а выходным – электрический сигнал. Особенностью видимого диапазона является очень высокая частота коле-

Зиенко Станислав Иванович, д.т.н., профессор.
Жбанова Вера Леонидовна, к.т.н., доцент.
E-mail: vera-zhbanova@yandex.ru
Филиал «НИУ «МЭИ» в г. Смоленске.
Россия, 214013, г. Смоленск, Энергетический проезд, 1.

Статья поступила в редакцию 20 апреля 2021 г.

© Зиенко С. И., Жбанова В. Л., 2021

баний. Например, длине волны $\lambda = 600$ нм (оранжевый цвет) соответствует период колебаний $T = 2$ фс, т. е. находится в фемтосекундном диапазоне времени. Прямые измерения таких процессов в настоящее время, невозможны. Как правило, регистрируют спектры сигналов. Кривые линии спектральной чувствительности R, G, B – каналов одного из образцов фотопреобразователя Foveon X3 представлены в источнике [4]. Измерение

проводились при комнатной температуре в диапазоне $\lambda = 380\text{--}770$ нм.

Частотные характеристики

Анализ данных проводили по шкале энергии ($E = 1240/\lambda$, где λ в нм и E в эВ) и по шкале частот. Спектральные кривые по шкале энергии и частот приведены на рис. 1.

Рис. 1. Спектральная чувствительность R, G, B-каналов по шкале энергии (ось абсцисс в верхней части графика) и по шкале частот (в нижней части графика).

Начальное значение шкалы энергии определяли из соотношения: $E_0 = (1240/770) = 1,61$ эВ. Частоту находили следующим образом. Из шкалы энергии E вычитали энергию E_0 , в результате получали шкалу локальной энергии $E - E_0$. Затем учитывали переход от энергии E к энергии $E = E_0$ с помощью коэффициента $m = E_r/(E_r - E_0)$, где E_r – энергия, соответствующая пику спектральной кривой. После чего находили соотношение для расчета частоты $f = m\nu$, где $\nu = (E - E_0)/h$. Здесь $h = 4,1 \times 10^{-15}$ эВ с – постоянная Планка. Окончательно имеем $f = (m/4,1) \times (E - E_0) \times 10^{15}$ Гц. В расчете за единицу частоты принимали величину, равную 10^{15} Гц. В нашем случае кана-

лам R, G, B соответствуют значения m , равные 4,2; 3,47; 2,46.

Кривые спектральной чувствительности (линии 0, рис. 1, а, б, в) имеют сложную форму. Поэтому их разлагали с помощью программы Origin на элементарные составляющие в форме кривой Гаусса. Дифференциальная функция распределения элементарной кривой Гаусса описывается уравнением:

$$G(f) = A \exp -2,8 \left(f - f_0 / \Delta f \right)^2, \quad (1)$$

где A – амплитуда кривой Гаусса; f_0 – частота пика; Δf – ширина на его полувысоте. При этом площадь, ограниченная спектральной

кривой 0 (рис. 1, а, б, в), по величине равна единице. Из рис. 1, а, б, в можно видеть, что в частотной области спектральные кривые со-

стоят из двух перекрывающихся друг с другом элементарных полос 1 и 2. Их параметры приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры элементарных полос спектральных кривых

Канал	Частота пика, 10^{15} Гц		Ширина пика, 10^{15} Гц		Весовые коэффициенты		Показатель широкополосности	
	1	2	1	2	C_1	C_2	1	2
R	0,238	0,336	0,188	0,224	0,558	0,411	0,78	0,66
G	0,308	0,447	0,184	0,308	0,262	0,723	0,59	0,68
B	0,460	0,770	0,310	0,370	0,354	0,651	0,67	0,48

Для фемтосекундного диапазона времени представляет большой интерес показатель широкополосности. Это значение находят из соотношения [5]:

$$\mu = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_{\max} + f_{\min} / 2},$$

где f_0 , $f_{\min}$ и $f_{\max}$ – средняя, минимальная и максимальная частоты энергетического спектра; $\Delta f = f_{\max} - f_{\min}$ – ширина полосы частот сигнала на его полувисоте.

Сигналы с $0,2 \leq \mu \leq 2$ называют сверхширокополосными (СШП), в английской аббревиатуре – UWB (Ultra Wideband) сигналами. При этом СШП сигналы с $\mu = 2$ относятся к видеосигналам, с $0,1 \leq \mu \leq 0,2$ – к широкополосным и $\mu \leq 0,001$ – к узкополосным. Экспериментальные данные, представленные в табл. 1, показывают, что в данном случае $\mu = 0,6–0,8$ и, следовательно, сигналы в R, G, B каналах обладают СШП-свойствами.

Временные характеристики

Для перехода из частотной области во временную область используем обратное преобразование Фурье. Комплексную импульсную (временную) характеристику рассчитывали по формуле:

$$g^*(t) = \int_0^{\infty} G(f) \exp(-2\pi f t) dt. \quad (2)$$

Модуль импульсной (временной) характеристики для полосы в форме элементарной кривой Гаусса может быть получен из решения (1) и (2) в аналитическом виде [6]:

$$g(t) = C \exp(-at^2), \quad (3)$$

где C – площадь, ограниченная кривой $G(f)$. В данном случае $C = 1$. Параметр « a » находится из соотношений

$$a = 3,5\Delta f^2. \quad (4)$$

Для пиков 1 и 2, которые имеют максимумы на частотах $f_1, f_2, \Delta f_1, \Delta f_2$ соответственно (рис. 1 и 2), с помощью векторной диаграммы можно получить модуль импульсной (временной) характеристики в следующем виде [7, 8]:

$$g(t) = g_1^2(t) + g_2^2(t) + g_{12}(t)^{1/2}, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} g_1(t) &= C_1 \exp(-a_1 t^2), \\ g_2(t) &= C_2 \exp(-a_2 t^2), \end{aligned} \quad (6)$$

$$a_1 = 3,5\Delta f_1^2, \quad a_2 = 3,5\Delta f_2^2, \quad (7)$$

$$g_{12}(t) = 2g_1(t)g_2(t) \cos 2\pi\Omega t, \quad (8)$$

где формула (8) – функция взаимодействия между пиками 1 и 2, $\Omega = f_2 - f_1$. Численные значения коэффициентов C_1 и C_2 равны площади, ограниченной кривыми 1 и 2 (рис. 2, а, б, в).

Рис. 2. Импульсные (временные) характеристики. Сплошные линии – аналитический расчет, пунктирные линии – численное решение.

Для проверки точности разложения исходного спектра $G(f)$ на элементарные составляющие строили другую импульсную характеристику $g(t)$ путем интегрирования (2) численным методом и сравнивали ее с результатом аналитического расчета. В результате чего получили кривые $g(t)$ для каналов R, G, B, представленные на рис. 2.

Сравнение результатов теории и эксперимента показывают их хорошее совпадение. Если принять за единицу измерения один период световых колебаний, равный 360° , то для изучения свойств импульсных характеристик целесообразно использовать полярную систему координат. Достоинством метода исследования функции $g(t)$ в полярной системе координат является его высокая чувствительность при изучении схожих по форме временных процессов [9]. В полярной системе координат радиус-вектор, численно равный модулю $g(\varphi)$, вращается против часовой стрелки. Он имеет наибольшее значение при $t = 0$, $g(0) = 1$. С увеличением полярного угла φ длина радиуса-вектора уменьшается по величине. Траектория конца радиус-вектора $g(\varphi)$ описывает винтовую линию (спираль). Если оценивать длительность процесса на уровне 0,1, то он протекает за один оборот спирали, т. е. за один период световых колебаний. В этом плане R, G, B-каналы ни чем не отличаются друг от друга. При этом кривые $g(\varphi)$ каналов R, G вначале координат стягиваются в точку, то у B-канала $g(\varphi)$ совершает еще один оборот (круг в начале координат).

Рис. 3. Зависимость функции взаимодействия различных каналов от времени.

Энергетические потери

Для изучения степени влияния взаимодействия спектральных кривых 1 и 2 (рис. 1, а, б, в) проанализируем энергетические потери в каждом из каналов. Потери энергии в каналах находили с помощью равенства Парсеваля:

$$\Delta P_s = \int_0^\infty g^2 t \, dt. \quad (9)$$

Уравнение баланса энергии между компонентами сигнала люминесценции, в соответствие с соотношениями (5)–(8), запишем в следующем виде:

$$\Delta P_s = \Delta P_{s1} + \Delta P_{s2} + \Delta P_{s12}, \quad (10)$$

где

$$\Delta P_{s1} = \int_0^{\infty} g_1^2 t dt \quad (11)$$

– потери энергии, обусловленные спектральной кривой 1

$$\Delta P_{s2} = \int_0^{\infty} g_2^2 t dt, \quad (12)$$

– потери энергии, связанные со спектральной кривой 2

$$\Delta P_{s12} = 2 \int_0^{\infty} g_1 t \times g_2 t \cos[2\pi f_2 - f_1 t], \quad (13)$$

– потери энергии, связанные с взаимодействием спектров между собой.

Интегралы (11) и (12) имеют аналитическое решение. С помощью выражений (5)–(8) можно получить следующие соотношения

$$\Delta P_{s1} = C_1^2 / 3\Delta f_1 \quad (14)$$

$$\Delta P_{s2} = C_1^2 / 3\Delta f_2. \quad (15)$$

Решение интеграла (13) выполняли численным методом. Результаты расчетов с использованием данных табл. 1 представлены в табл. 2.

Таблица 2

Численные значения энергетических потерь

Параметр	Тип канала		
	R	G	B
ΔP_s , эВ	1,530	1,0	0,67
ΔP_{s1} , эВ	0,744	0,123	0,133
ΔP_{s2} , эВ	0,248	0,560	0,376
ΔP_{s12} , эВ	0,540	0,328	0,144
η	1,5	1,47	1,3

В уравнении (10) первые два слагаемых всегда имеют положительные значения, тогда как третье – может принимать либо отрицательные, либо положительные значения.

Временные зависимости (рис. 3) построены по формулам (5)–(8). Они отражают взаимодействие оптических электронов, возбуждаемых светом в полупроводнике с фононами (квантами колебаний кристаллической решетки) [10]. Ясно, что спектральная кривая 1 (рис. 1, а, б, в) как более низкочастотная

компонента отражает свойства кристаллической решетки кремния. Тогда как спектральная кривая 2 отражает свойства оптических электронов. Кривые функции взаимодействия $g_{12}(t)$ имеют колебательный характер (рис. 3). Положение точек пересечения кривых с осью абсцисс t_0 находим из соотношения (13), полагая в нем аргумент косинуса равным $\pi/2$.

$$t_0 = 0,25 / f_2 - f_1. \quad (16)$$

Формулу (16) использовали для расчета подобных времен для R, G, B-каналов (рис. 3). Можно видеть, что B-канал имеет наименьшую величину этого времени. За счет отрицательного выброса в этом канале функция взаимодействия, в отличие от других каналов, имеет наименьшее значение $\Delta P_{s12} = 0,144$ эВ. В данном случае появление отрицательной энергии способствует уменьшению потерь энергии в B канале. Здесь $\Delta P_s = 0,67$ эВ. Эффект увеличения потерь энергии за счет электрон-фононного взаимодействия можно оценить с помощью соотношения: $\eta = \Delta p^* / \Delta p_s$, где $\Delta p^* = \Delta P_{s1} + \Delta P_{s2}$ – потери энергии в случае отсутствия электрон-фононного взаимодействия. Из данных табл. 2 можно видеть, что электрон-фононное взаимодействие приводит к заметному увеличению потери энергии (в 1,3–1,5 раза), причем с ростом частоты потери энергии уменьшаются.

Диэлектрическая релаксация

Для объяснения особенностей импульсных (временных) характеристик в области малых времен (рис. 2) выполнено исследование комплексного частотного спектра. По известной зависимости $g(t)$ находили комплексную частотную характеристику $W^*(f)$. Для этого использовали формулу прямого преобразования Фурье:

$$W^* f = \int_0^{\infty} g t \exp -2\pi jft dt. \quad (17)$$

Функция $W(f)$ содержит вещественную и мнимую части

$$W f = A f + jB f. \quad (18)$$

Модуль функции $W(f)$ вычисляли по формуле

$$W(f) = \sqrt{A^2 f^2 + B^2 f^4}. \quad (19)$$

Сдвиг по фазе, находили по формуле:

$$\Phi(f) = -\arctg \frac{B f^3}{A f}. \quad (20)$$

Решение (17) получено численным методом с помощью программы Origin.

Для анализа фазового спектра используем понятие групповой времени задержки (ГВЗ). В общем случае ГВЗ определяется первой производной фазового спектра со знаком минус:

$$\tau = -\frac{1}{360} \frac{d\phi}{df}. \quad (21)$$

Здесь ϕ измеряется в угловых градусах (нормирующий множитель 360°).

Графики зависимости ГВЗ от частоты для R, G, B-каналов приведены на рис. 2, а, б, в в виде отрезков кривых линий 3. Частота, при которой $\tau = 0$, называют частотой релаксации f_{relax} . Она связана со временем релаксации τ_r соотношением [10]:

$$\tau_r = 1 / 2\pi f_{relax}. \quad (22)$$

Понятие ГВЗ имеет смысл только для положительных значений, следовательно, в диапазоне частот $f_{relax} \leq f$ ГВЗ равно нулю. Это означает, что решетка полупроводника не реагирует на электромагнитное излучение, которое распространяется со скоростью, равной скорости в вакууме. Такой режим работы кристалла называют диэлектрической релаксацией [11, 12]. Условие нейтральности среды здесь не выполняется. Электрон-фононное взаимодействие отсутствует. В такой ситуации рекомбинация и диффузия заряженных носителей заряда в полупроводнике фотопреобразователя отсутствуют, показатель преломления равен единице. Численные значения f_{relax} для различных каналов показаны штриховкой на графиках рис. 2, а, б, в. Расчет показывает, что для R-канала время $\tau_r = 0,5$ фс, G – 0,4 фс и B – 0,2 фс. Следовательно, в области малых времен R, G, B-каналы имеют одинаковые импульсные характеристики. Полученные результаты согласуются с результатами

эксперимента, представленными на вставке рис. 3. В полярной системе координат при изменении угла ϕ от 0 до 50° годографы импульсных характеристик R, G, B-каналов практически не отличаются друг от друга. Это означает, что в области малых времен фотопреобразователь Foveon X3 не различает цвета, т. е. проявляет свойства дальтонизма. При $t \geq \tau_r$ начинается процесс восстановления электрической нейтральности (компенсации) заряда дырками, приходящими под действием поля из внешнего объема. Длительность этого процесса ограничивается временем диэлектрической релаксации заряда. С течением времени диэлектрическая релаксация переходит в режим омической релаксации.

Переходные характеристики каналов

Для импульсных устройств большое значение имеет переходная характеристика $h(t)$ (рис. 4).

Рис. 4. Переходные характеристики R, G, B-каналов фотопреобразователя.

Она представляет собой реакцию устройства на входной сигнал в форме единичной ступеньки. По времени нарастания переднего фронта выходного сигнала определяют быстродействие системы. Переходная характеристика является интегралом от импульсной характеристики с переменным верхним пределом интегрированием:

$$h(t) = \int_0^t g(t) dt. \quad (23)$$

Результаты расчета интеграла (23) для импульсных характеристик для R, G, B-каналов представлены на рис. 4. На них показаны время нарастания, измеренное на уровне 0,1–0,9 от установившегося значения: $h(\infty) = N$, где $N = \int_0^{\infty} g(t) dt$. Величина N равна площади, ограниченной кривой $g(t)$ (рис. 2) и соответствует числу поглощенных фотонов.

Полученные данные свидетельствуют о высоком быстродействии R, G, B-каналов фотопреобразователя в фемтосекундном диапазоне: время нарастания и лежит в диапазоне 1,8–2,9 фс.

Заключение

1. Установлено, что спектры каналов фотопреобразователя состоят из двух элементарных составляющих в форме кривых Гаусса. Это связано с электрон-фононным взаимодействием в полупроводнике.

2. Спектры имеют показатель широкополосности, равный 0,6–0,8, поэтому они обладают сверхширокополосными свойствами.

3. Получено уравнение импульсной (временной) характеристики в аналитическом виде, которое хорошо согласуется с экспериментом.

4. Электрон-фононное взаимодействие в полупроводнике в зависимости от типа канала увеличивает потери энергии в 1,3–1,5 раза, по сравнению со случаем, когда его нет. С ростом частоты потери энергии уменьшаются.

5. На процесс поглощения света в полупроводнике заметное влияние оказывает диэлектрическая релаксация заряда. В области малых времен фотопреобразователь Foveon X3 не различает цвета, т. е. проявляет свойства дальтонизма.

6. Время нарастания переходной характеристики фотопреобразователя в зависимости от типа канала меняется от 1,8 до 2,9 фс.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zhbanova V. L. // Light & Engineering. 2020. № 6. P. 86–94. DOI: 10.33383/2020-024
2. Gorbachev V. A., Krivorotov I. A., Markelov A. O., Kotlyarova E. V. // Computer Optics. 2020. Vol. 44. № 4. P. 636. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-636.
3. Solomatin V. A., Parvulyusov Yu. B., Zhbanova V. L. // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1679. P. 022038. DOI: 10.1088/1742-6596/1679/2/022038.
4. Lyon R., Hubel P. M. / Color Imaging Conference, Santa Clara, California, USA, Foveon, Inc., 2002. P. 349–355.
5. Лазоренко О. В., Черногор Л. В. // Радиофизика и радиоастрономия. 2008. Т. 13. № 2. С. 166.
6. Зельдович Я. Б., Мышкис А. Л. Элементы прикладной математики. – М.: Наука, 1972.
7. Зиенко С. И., Слабковский Д. С. // Письма в журнал технической физики. 2019. Т. 45. № 11. С. 5.
8. Зиенко С. И. // Успехи прикладной физики. 2018. Т. 6. № 4. С. 297.
9. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986.
10. Бонч-Бруевич В. Л., Калашиников С. Г. Физика полупроводников. – М.: Наука, 1990.
11. Пасынков В. В. Материалы электронной техники. – М.: Высшая школа, 1980.
12. Шалимова К. В. Физика полупроводников. – М.: Энергия, 1971.

PACS: 02.30.Nw

Fourier analysis of spectral characteristics of a matrix photodetector in the frequency and time domain

S. I. Zienko and V. L. Zhbanova

The Branch of National Research University «Moscow Power Engineering Institute»
in Smolensk

1 Energeticheskoy proezd, Smolensk, 214013, Russia

E-mail: vera-zhbanova@yandex.ru

Received April 20, 2021

The purpose of this paper is to research the frequency and time characteristics of the photodetector using the direct and inverse Fourier transform. The spectral characteristics of

the matrix photodetector were selected as the object of research. For the channels of the transducer it was found that the frequency spectrum consists of two elementary bands in the form of Gaussian curves. It was revealed that the spectra have super-broadband properties. The impulse (time) characteristic of the spectra is described by the equation in an analytical form, which is in good agreement with the calculation. The rise time of the transient response is 1.8–2.9 fs. The process of absorption of light is significantly influenced by dielectric relaxation of the charge. The results obtained provide important information on the properties of the photodetector in the frequency and time domain.

Keywords: spectral characteristic, spectrum, receiver, matrix photodetector, impulse response, dielectric relaxation, light, photons.

DOI: 10.51368/1996-0948-2021-3-39-46

REFERENCES

1. V. L. Zhanova, *Light & Engineering*, No. 6, 86 (2020). DOI: 10.33383/2020-024
2. V. A. Gorbachev, I. A. Krivorotov, A. O. Markelov, and E. V. Kotlyarova, *Computer Optics* **44** (4), 636 (2020). DOI: 10.18287/2412-6179-CO-636.
3. V. A. Solomatin, Yu. B. Parvulyusov, and V. L. Zhanova, *Journal of Physics: Conference Series* **1679**, 022038 (2020). DOI: 10.1088/1742-6596/1679/2/022038.
4. R. Lyon and P. M. Hubel, in *Color Imaging Conference*, (Santa Clara, California, USA, Foveon, Inc., 2002). pp. 349–355.
5. O. V. Lazorenko and L. V. Chernogor, *Radiophysics and Radio Astronomy* **13** (2), 166 (2008).
6. Ya. B. Zel'dovich and A. L. Myshkis, *Elements of Applied Mathematics* (Nauka, Moscow, 1972) [in Russian].
7. S. I. Zienko and D. S. Slabkovskii, *Technical Physics Letters* **45** (6), 537 (2019).
8. S. I. Zienko, *Usp. Prikl. Fiz.* **6** (4), 297 (2018).
9. I. S. Gonorovskij, *Radio circuits and signals* (Radio i Svyaz', Moscow, 1986) [in Russian].
10. V. L. Bonch-Bruevich and S. G. Kalashnikov, *Semiconductor physics* (Nauka, Moscow, 1990) [in Russian].
11. V. V. Pasynkov, *Electronic engineering materials* (Vysshaya shkola, Moscow, 1980) [in Russian].
12. K. V. Shalimova, *Semiconductor physics* (Energiya, Moscow, 1971) [in Russian].