**Об импедансе высокочастотного емкостного разряда
при различных способах возбуждения**

С. А. Двинин, О. А. Синкевич, З. А. Кодирзода, Д. К. Солихов

Рассмотрена задача о емкостном ВЧ-разряде низкого давления ($\nu \ll \omega$) с электродами большой площади при возбуждении его электромагнитным полем частотой от 13 до 900 МГц. Получены общие аналитические формулы для амплитуд собственных волн и импеданса разряда. Учтено, что возбуждение поверхностных волн и высших нераспространяющихся мод происходит как благодаря осевой неоднородности структуры «плазма-слой-металл», так и за счет краевых эффектов у среза электрода. Более высокая амплитуда резонансных мод в сравнении с возбуждением разряда ТЕМ-волной в большей изрезанности зависимости импеданса разряда от плотности электронов. Данный вывод подтвержден прямым расчетом импеданса с помощью программы Comsol Multiphysics®.

Ключевые слова: низкотемпературная плазма, поверхностные высокочастотные электромагнитные волны, импеданс плазмы, высокочастотный разряд.

DOI: 10.51368/1996-0948-2021-3-33-38

Введение

Высокочастотные (ВЧ) емкостные разряды, поддерживаемые электромагнитными полями, представляют собой основу для различных технологий [1–4]. Реализация этих технологий требует глубокого понимания как кинетики, так и электродинамики процессов в

этих разрядах. Традиционный квазистатический подход к описанию электродинамики такого типа разрядов [5] заключается в представлении их в виде конденсатора с неоднородным заполнением (рис. 1), содержащего плазму (длиной $2L$, с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_p = 1 - \omega_{pe}^2 / (\omega(\omega + i\nu))$, ω_{pe}^2 – плазменная частота, ω – частота поля, ν – частота столкновений электронов), отделенную от электродов слоями пространственного заряда с толщинами d_1, d_2 ($\varepsilon = 1$). При этом в разряде при определенных плотностях электронов n_e наблюдается резонанс тока (если $\text{Re} \varepsilon_p = 0$) или резонанс напряжения (если напряжение на плазме компенсируется напряжением на слоях). Краевыми эффектами обычно пренебрегают.

В условиях, когда поперечный размер плазмы R_p превышает глубину скин-слоя l_s , квазистатическое приближение неприменимо, и необходимо отдельно выделять поле поверхностной волны, распространяющейся от краев электрода к центру плазмы, и поле высших мод, сосредоточенных у ее боковой границы. В моделях плазмы большого размера

Двинин Сергей Александрович¹, доцент, д.ф.-м.н.

E-mail: dvinin@phys.msu.ru

Синкевич Олег Арсеньевич², профессор, д.ф.-м.н.

E-mail: oleg.sinkevich@itf.mpei.ac.ru

Кодирзода Зафар Абдуламин³, ассистент.

E-mail: zafar.kodirzoda@yandex.ru

Солихов Давлат Куватович³, профессор, д.ф.-м.н.

E-mail: davlat56@mail.ru

¹ Московский Государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет.

Россия, 119899, Москва, Ленинские Горы, 1, стр. 2.

² НИУ МЭИ.

Россия, 111250, Москва, Красноказарменная ул., 14.

³ Таджикский национальный университет, физический факультет.

Таджикистан, 973402, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17.

Статья поступила в редакцию 13 апреля 2021 г.

© Двинин С. А., Синкевич О. А., Кодирзода З. А., Солихов Д. К., 2021

[6, 7] при $R_p \gg l_s$ полем высших мод обычно пренебрегают, а резонансы связывают с кратностью поперечных размеров плазмы и длины поверхностной волны.

В работах [8, 9] авторами были рассмотрены частные случаи возбуждения электромагнитного поля в полностью заполненной [8] и частично заполненной [9] металлических рабочих камерах и проведена классификация наблюдающихся резонансов. В [9] рассмотрен простейший случай, когда разряд создается волной типа ТЕМ, приходящей по волноводу из двух металлических плоскостей. При этом возбуждение высших мод поля происходит только на границе плазмы за счет осевой неоднородности, связанной с наличием слоев пространственного заряда. Было показано, что даже в этом случае вклад высших мод в импеданс (а также в энерговклад) плазмы близок к вкладу поверхностной волны.

В данной работе рассмотрен более общий случай подобной задачи, когда боковая граница плазмы может быть расположена на торце электрода и высшие типы мод возбуждаются также и непосредственно на щели между электродами и вакуумной камерой. Именно для такой задачи в работе проведено численное моделирование. Подробный обзор литературы по рассматриваемой проблеме приведен в [8–10]. Здесь мы приведем только дополнительный список работ [11–18], опубликованных после выхода статей [8–10].

Рис. 1. Типичная схема экспериментальной установки: 1, 2 – электроды; 3 – плазма; 4 – слои пространственного заряда между плазмой и стенкой (электродами); L – межэлектродное расстояние; d_1, d_2 – толщины слоев пространственного заряда.

Геометрия разрядной камеры и система уравнений

Геометрия установки, рассматриваемой в данной работе, приведена на рис. 1. Заметим, что она аналогична примененной в работе [9]. Система уравнений, принятая в расчетах, и сам метод расчета импеданса подобны использованным в работе [6].

В общем виде расчетная система состоит из двух уравнений для амплитуды S_0 поверхностной волны в плазме

$$\begin{aligned} \alpha_{00}S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{0n}A_n - \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{0n}B_n &= U_0, \\ \tilde{\alpha}_{00}S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\alpha}_{0n}A_n - \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\beta}_{0n}B_n &= I_0, \end{aligned} \quad (1)$$

и бесконечного числа уравнений ($j = 1 \dots \infty$) для амплитуд высших мод в плазме A_n и вне ее B_n

$$\begin{aligned} \alpha_{j0}S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{jn}A_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_{jn}B_n &= U_j, \\ \tilde{\alpha}_{j0}S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{a}_{jn}A_n - \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{b}_{jn}B_n &= I_j. \end{aligned} \quad (2)$$

Мы можем использовать как уравнения в форме разложения по собственным модам пустого волновода, так и в форме разложения по волнам трехслойной структуры [9]. Сами уравнения представляют собой условия непрерывности тангенциальных компонент электрического (левые уравнения) и магнитного (правые уравнения) полей на внешней границе плазмы. Выражения для коэффициентов матриц $\|\alpha\|$, $\|\beta\|$, $\|\tilde{\alpha}\|$, $\|\tilde{\beta}\|$, $\|a\|$, $\|b\|$, $\|\tilde{a}\|$, $\|\tilde{b}\|$, а также амплитуд напряжения на плазме и тока электрода при $r = R_p$ приведены в [9]. Поскольку в [9] предполагалось, что граница плазмы удалена от ребра электрода на большое расстояние, то генерация высших мод поля в ее окрестности непосредственно в области возбуждения ($R_1 < r < R_2$) поля внешним источником отсутствует и $U_n \equiv 0$, а также $I_n \equiv 0$ ($n \neq 0$). Если область возбуждения поля близка к плазме ($|h_n|(R_1 - R_p) \ll 0$, h_n – постоянная распространения моды n) для малого расстояния между электродом и вакуумной камерой, получим $U_n \neq 0$, но $I_n \equiv 0$. В общем случае обе ве-

личины не должны быть равны нулю. Для малой толщины щели можно по аналогии с (5) считать, что внешнее напряжение приложено вблизи границы разрядной камеры $z = \pm L$, $U = U_0 \delta(z \pm L) \pm L$.

В силу линейности электродинамической задачи возбуждения поля ТЕМ-волной (источники U_n, I_n) и источниками U_n, I_n независимы (за исключением связи разных типов источников между собой, так как они создаются одним и тем же генератором). В общем случае

$$U_j = u_j U_0 + z_j I_0, \quad I_j = y_j U_0 + i_j I_0.$$

Фактически вторая задача была решена в работе [8]. При надлежащем выборе функций для разложения поля одна пара из матриц $\|a_{jn}\|, \|\tilde{a}_{jn}\|$, либо $\|b_{jn}\|, \|\tilde{b}_{jn}\|$ будет диагональной (и, соответственно, все коэффициенты $\alpha_{0n}, \tilde{\alpha}_{0n}$, либо $\beta_{0n}, \tilde{\beta}_{0n}$ будут равны нулю). Далее мы будем считать диагональной вторую пару матриц. В этом случае система (1), (2) примет вид

$$\alpha_{00} S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{0n} A_n = U_0, \quad \tilde{\alpha}_{00} S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\alpha}_{0n} A_n = I_0, \quad (3)$$

$$b_j B_j = \sum_{n=1}^{\infty} a_{jn} A_n + a_{j0} S_0 - U_j, \quad (4)$$

$$\tilde{b}_j B_j = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{a}_{jn} A_n + \tilde{a}_{j0} S_0 - I_j.$$

Исключая их этой системы уравнений амплитуду B_j , будем иметь соотношения:

$$B_j = \tilde{b}_j^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{a}_{jn} A_n + \tilde{b}_j^{-1} \tilde{a}_{j0} S_0 - \tilde{b}_j^{-1} I_j$$

$$\text{либо } B_j = \tilde{b}_j^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{a}_{jn} A_n + \tilde{b}_j^{-1} \tilde{a}_{j0} S_0 - \tilde{b}_j^{-1} I_j,$$

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} b_j^{-1} a_{jn} A_n - \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{b}_j^{-1} \tilde{a}_{jn} A_n \right) = \\ = (\tilde{b}_j^{-1} \tilde{\alpha}_{j0} - \alpha_{j0} b_j^{-1}) S_0 + b_j^{-1} U_j - \tilde{b}_j^{-1} I_j.$$

Вводя в рассмотрение матрицу

$$P_{ij} = b_j^{-1} a_{jn} - \tilde{b}_j^{-1} \tilde{a}_{jn},$$

$$B_j = \tilde{b}_j^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{a}_{jn} A_n + \tilde{b}_j^{-1} \tilde{a}_{j0} S_0 - \tilde{b}_j^{-1} I_j,$$

получим, что амплитуда высших мод будет определена соотношением:

$$A_n = \sum_{j=1}^{\infty} \|P_{nj}\|^{-1} \left((\tilde{b}_j^{-1} \tilde{\alpha}_{j0} - \alpha_{j0} b_j^{-1}) S_0 + b_j^{-1} U_j - \tilde{b}_j^{-1} I_j \right). \quad (5)$$

Резонансы функции $\|P_{nj}\|$, как показано в [6], представляют собой поверхностные волны, распространяющиеся вдоль боковой поверхности плазмы, причем положение их резонансов слегка модифицировано наличием слоев поверхностного заряда, изменяющих граничные условия для этих волн при $z = \pm L$. Положение этих резонансов не зависит от амплитуд источников U_j, I_j . Хотя могут существовать методы возбуждения поля, для которых амплитуды этих источников будут связаны не только с U_0, I_0 , но и между собой, но мы пока такие задачи не рассматриваем.

Подставляя полученные выражения (5) в (3), решим уравнение (3), найдя тем самым амплитуду поверхностной волны S_0 и напряжение на разряде U_0 как функцию тока возбуждения I_0 . Деля полученное выражение на I_0 , получим выражение для импеданса. Фактически частные случаи задачи (1)–(2) были рассмотрены в работах [5, 6]. Для нас важно, что при небольшом «шевелении» параметров R_p, R_1, R_2 положение резонансов разряда не должно изменяться.

Математическое моделирование распределения поля и импеданса плазмы

Расчеты пространственного распределения поля в плазме и импеданса разряда проводились с помощью пакета Comsol Multiphysics® (лицензия принадлежит физическому факультету МГУ). Типичные зависимости действительной и мнимой частей импеданса разряда от плотности электронов приведены на рис. 2, 3 и 4. Частота электромагнитного поля была равна 135,6 МГц, межэлектродное расстояние $2L = 8$ см, толщина слоев пространственного заряда – 3 мм. Размер плазмы предполагался равным 15 см. Импеданс рассчитывался между точками a и b , расстояние $l = 1$ см (кривые Z_1) и на входе длинной линии, подводящей напряжения этим точкам (кривые Z_2). Размеры линии подбирались таким образом, чтобы ее емкость составляла 80 пФ.

Значения радиусов R_1 , R_2 , R_3 приведены в подписях к рисункам. Отношение частоты столкновений электронов к частоте поля, используемое при расчетах, равно 0,1. При плотности электронов $2,2 \times 10^{15} \text{ м}^{-3}$ масштаб всех кривых увеличивается в 20 раз. Рис. 2 соответствует возбуждению разряда только волной TEM, что аналогично работе [9].

Рис. 2. Зависимость импеданса разряда от плотности электронов в плазме. $R_1 = 18 \text{ см}$, $R_2 = 19 \text{ см}$, $R_3 = 19 \text{ см}$.

Можно отметить резкое увеличение поглощения в момент перехода плотности электронов через удвоенную критическую плотность при возбуждении разряда в точках А и В (кривые 1). Подключение разряда с помощью длинной линии с большой емкостью маскирует эти резонансы, однако резко подчеркивает резонанс поверхностной волны, распространяющейся вдоль слоя пространственного заряда при плотности около $1,8 \times 10^{15} \text{ м}^{-3}$. Если размер плазмы совпадает с размером электрода (рис. 3), при малой толщине возбуждающей щели происходит возбуждение большого числа высших мод, что приводит к сильной изрезанности графика зависимости импеданса от плотности электронов. Увеличение толщины щели (рис. 4) приводит к уменьшению коэффициента связи возбуждающей цепи с высшими модами, поэтому амплитуда высших мод и их влияние на зависимость импеданса от плотности электронов уменьшается. Таким образом, проведенные расчеты показывают, что структура поля и значения импеданса существенно зависят от конфигурации области возбуждения.

Рис. 3. То же, что на рис. 2, но $R_1 = 15 \text{ см}$, $R_2 = 16 \text{ см}$, $R_3 = 19 \text{ см}$.

Рис. 4. То же, что на рис. 2, но $R_1 = 15 \text{ см}$, $R_2 = 18 \text{ см}$, $R_3 = 19 \text{ см}$.

Заключение

Основные результаты работы могут быть сформулированы следующим образом.

1. Получены аналитические выражения для амплитуд собственных волн электромагнитного поля в трехслойной структуре при учете генерации в окрестности области возбуждения не только TEM-волны, но и высших нераспространяющихся мод электромагнитного поля.

2. Установлено, что наибольшая амплитуда высших мод, возбуждаемых непосредственно антенной, наблюдается в тех случаях, когда размер плазмы совпадает с размером электрода. В соответствии с формулой (5), фазы волн, возбуждаемых антенной и вследствие неоднородности могут быть различны, поэтому амплитуда высших мод вблизи резонанса

будет зависеть также от соотношения этих фаз, что дает дополнительную возможность формирование заданного распределения электрического поля вдоль радиуса разрядной камеры.

3. Расчет импеданса разряда с помощью программы Comsol Multiphysics® показывает, что амплитуда резонансов увеличивается в условиях равенства размеров плазмы и электрода, и подтверждает возможность дополнительного управления пространственным распределением поля в плазме.

4. Положение резонансов, названных в работе [6] глобальными, так же как и в частном случае [6], зависит от параметров внешней цепи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lieberman M. A., Lichtenberg A. J. Principles of Plasma Discharges and Material Processing. – N.-Y., Wiley, 2005.
2. Perrin J., Schmitt J., Hollenstein C., Howling A., Sansonnens L. // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2000. Vol. 42. P. B353.
3. Schmitt J., Elyaakoubu M., Sansonnens L. // Plasma Sources Sci. Technol. 2002. Vol. 11. P. A206.
4. Park A. E., Cho B. U., Lee J. K. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2003. Vol. 31. P. 628.
5. Taillet J. // American J. of Phys. 1969. Vol. 37. P. 423.
6. Liberman M. A., Booth J. P., Chabert P., Rax J. M., Turner M. M. // Plasma Sources Sci. Technol. 2002. Vol. 11. P. 283.
7. Chabert P. // J. Phys. D.: Appl. phys. 2007. Vol. 40. P. R63.
8. Двинин С. А., Синкевич О. А., Солихов Д. К., Кодирзода З. А. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 40.
9. Двинин С. А., Синкевич О. А., Солихов Д. К., Кодирзода З. А. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 195.
10. Двинин С. А., Синкевич О. А., Солихов Д. К., Кодирзода З. А. // Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 1094.
11. Wilczek S., Schulze J., Brinkmann R. P., Donko Z., Trieschmann J., Mussenbrock T. // Journal of Applied Physics. 2020. Vol. 127. P. 181101.
12. Zhang P., Zhang L., Lv K. // Plasma Chem. Plasma Process. 2020. Vol. 40. P. 1605.
13. Zhang P., Zhang L., Xu L. // Plasma Process Polym. 2020. Vol. 17. P. 2000014.
14. Doyle S. J., Gibson A. R., Boswell R. W., Charles C., Dedrick J. P. // Plasma Sources Sci. Technol. 2020. Vol. 29. P. 124002.
15. Zhang Y. R., Hu Y. T., Wang Y. N. // Plasma Sources Sci. Technol. 2020. Vol. 29. P. 084003.
16. Zhao K., Su Z. X., Liu J. R., Liu Y. X., Zhang Y. R., Schulze J., Song Y. H., Wang Y. N. // Plasma Sources Sci. Technol. 2020. Vol. 29. P. 124001.
17. Korolov I., Leimkhler M., Boke M., Donko Z., Schulz-von der Gathen V. S., Bischo L., Hbner G., Hartmann P., Gans T., Liu Y., Mussenbrock T., Schulze J. // Journal of Physics D: Applied Physics. 2020. Vol. 53. P. 185201.
18. Hartmann P., Wang L., Nosges K., Berger B., Wilczek S., Brinkmann R. P., Mussenbrock T., Juhasz Z., Donko Z., Derzsi A., Lee E., Schulze J. // Plasma Sources Sci. Technol. 2020. Vol. 29. P. 075014.

PACS: 52.35.HR 52.80.

On the impedance of a high-frequency capacitive discharge with different excitation methods

S. A. Dvinin¹, O. A. Sinkevich², Z. A. Kodirzoda³, and D. K. Solikhov³

¹ Lomonosov Moscow State university, Faculty of Physics
Bd. 2, 1 Leninskie Gory, Moscow, 119899, Russia
E-mail: dvinin@phys.msu.ru

² National Research University MPEI
14 Krasnokazarmennaya st., Moscow, 111250, Russia

³ Tajik National University, Faculty of Physics
17 Rudaki Ave., Dushanbe, 973402, Tajikistan

Received April 13, 2021

Consideration is given to a low-pressure ($\nu \ll \omega$) capacitive high-frequency discharge with large-area electrodes when it is excited by an electromagnetic field with a frequency from 13 to

900 MHz. General analytical formulas are obtained for the amplitudes of natural waves and the impedance of the discharge. It is taken into account that the excitation of surface waves and higher nonpropagating modes occurs both due to the axial inhomogeneity of the plasma-metal layer structure and due to edge effects at the electrode cut. The higher amplitude of the resonance modes in this case (in comparison with the excitation of the discharge by a TEM wave) leads to a greater irregularity in the dependence of the discharge impedance on the electron density. This conclusion is confirmed by the direct calculation of impedance using the Comsol Multiphysics® software.

Keywords: low-temperature plasma, surface high-frequency electromagnetic waves, plasma impedance, high-frequency discharge.

DOI: 10.51368/1996-0948-2021-3-33-38

REFERENCES

1. M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg, *Principles of Plasma Discharges and Material Processing* (Wiley, New-York, 2005).
2. J. Perrin, J. Schmitt, Ch. Hollenstein, A. Howling, and L. Sansonnens, *Plasma Phys. Contr. Fusion*. **42**, B353 (2000).
3. J. Schmitt, M. Elyaakoubu, and L. Sansonnens, *Plasma Sources Sci. technol.* **11**, A206 (2002).
4. A. E. Park, B. U. Cho, and J. K. Lee, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **31**, 628 (2003).
5. J. Taillet, *American J. of Phys.* **37**, 423 (1969).
6. M. A. Liberman, J. P. Booth, P. Chabert, J. M. Rax, and M. M. Turner, *Plasma Sources Sci. Technol.* **11**, 283 (2002).
7. P. Chabert, *J. Phys. D.: Appl. Phys.* **40**, R63 (2007).
8. S. A. Dvinin, O. A. Sinkevich, Z. A. Kodirzoda, and D. K. Solikhov, *Plasma Phys. Rep.* **47**, 28 (2021).
9. S. A. Dvinin, O. A. Sinkevich, Z. A. Kodirzoda, and D. K. Solikhov, *Plasma Phys. Rep.* **47**, 211 (2021).
10. S. A. Dvinin, O. A. Sinkevich, Z. A. Kodirzoda, and D. K. Solikhov, *Plasma Phys. Rep.* **46**, 1181 (2020).
11. S. Wilczek, J. Schulze, R. P. Brinkmann, Z. Donko, J. Trieschmann, and T. Mussenbrock, *Journal of Applied Physics* **127**, 181101 (2020).
12. P. Zhang, L. Zhang, and K. Lv, *Plasma Chem. Plasma Process.* **40**, 1605, (2020).
13. P. Zhang, L. Zhang, and L. Xu, *Plasma Process. Polym.* **17**, 2000014 (2020).
14. S. J. Doyle, A. R. Gibson, R. W. Boswell, C. Charles, and J. P. Dedrick, *Plasma Sources Sci. Technol.* **29**, 124002 (2020).
15. Y. R. Zhang, Y. T. Hu, and Y. N. Wang, *Plasma Sources Sci. Technol.* **29**, 084003 (2020).
16. K. Zhao, Z. X. Su, J. R. Liu, Y. X. Liu, Y. R. Zhang, J. Schulze, Y. H. Song, and Y. N. Wang, *Plasma Sources Sci. Technol.* **29**, 124001 (2020).
17. I. Korolov, M. Leimkhler, M. Boke, Z. Donko, V. S. Schulz-von der Gathen, L. Bischo, G. Hbner, P. Hartmann, T. Gans, Y. Liu, T. Mussenbrock, and J. Schulze, *Journal of Physics D: Applied Physics* **53**, 185201 (2020).
18. P. Hartmann, L. Wang, K. Nosges, B. Berger, S. Wilczek, R. P. Brinkmann, T. Mussenbrock, Z. Juhasz, Z. Donko, A. Derzsi, E. Lee, and J. Schulze, *Plasma Sources Sci. Technol.* **29**, 075014 (2020).