УДК 330.4

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТАРИЙ В ЭКОНОМИКЕ

Фаркова Наталья Анатольевна

к.ф.-м.н, доцент

Худякова Ольга Юрьевна

к.т.н., доцент

Дипломатическая академия МИД России

Аннотация: Целью данной работы является описание отдельных математических инструментов и их приложений. В работе представлено разнообразие математического инструментария, изучаемого и используемого при исследовании сложных экономических процессов. Современная математика чрезвычайно многообразна и каждый раздел математической науки по-своему уникален, в том числе и с точки зрения применимости к каждой конкретной задаче.

Ключевые слова: математический инструментарий, моделирование, экономические модели, принятие решений.

MATHEMATICAL TOOLS IN ECONOMICS

Farkova Natalia Anatolievna

Khudyakova Olga Yurievna

Abstract: The purpose of this work is to describe individual mathematical tools and their applications. The paper presents a variety of mathematical tools studied and used in the study of complex economic processes. Modern mathematics is extremely diverse and each section of mathematical science is unique in its own way, including in terms of applicability to each specific problem.

Key words: mathematical tools, modeling, economic models, decision making.

Математическая модель является важной составляющей экономических исследований. Это определяется тем, что математика обладает наиболее универсальным языком и инструментарием, позволяющим рассматривать и описывать процессы, явления и тенденции в сложных системах и их взаимосвязи и взаимодействия. Многие рассматриваемые экономистами

объекты, а также проблемы к ним относящиеся, не всегда доступны для непосредственного изучения, либо исследование их требует высоких затрат, как времени, так и средств. Тогда модель может выступать в качестве инструмента, с помощью которого изучается интересующий исследователя объект.

Однако сложность экономики часто служила обоснованием невозможности моделирования ее задач и изучения математическими методами. Но именно сложные объекты представляют наибольший интерес для моделирования, поскольку их исследование приводит к результатам, которые нельзя получить другими способами. При этом, несмотря на высокую эффективность математического моделирования любых экономических явлений сегодня, речь не идет об абсолютных гарантиях результатов исследования при современном уровне экономических и математических знаний, конкретной статистической и иной информации, надежности технических средств.

Области применения определяют основные направления развития математических методов в современной экономической науке: математическое моделирование экономических процессов, эконометрика, методы и методология оптимального управления, теория игр, принятие решений.

Эконометрическая наука дает возможность создать достаточно полный и информативный инструмент для исследования экономического процесса, а также систематизировать результаты анализа макро - и микроэкономической системы.

На любом уровне экономики широко применяют *модели панельных данных*. Панельные данные совмещают в себе как пространственные данные, так и временные ряды и сочетают достоинства каждого из этих видов данных. Это позволяет строить более адекватные и содержательные модели для изучения истинной причинно-следственной связи между различными переменными, что представляется невозможным в рамках только временных или только пространственных данных.

Примером может служить *модель пула*. При отсутствии значимых различий (неоднородности) между пространственными объектами выборки, возможно построение регрессии по объединенной выборке – пулу. Это модель сквозной регрессии с остатками, удовлетворяющими требованиям МНК.

Для учета латентных или пропущенных переменных, определяющих индивидуальные особенности отдельных исследуемых объектов, применяют

модель регрессии с фиксированным эффектом. Понятие "фиксированные эффекты" означает, что константа в уравнении регрессии может различаться между объектами, но для каждого конкретного объекта константа является постоянной во времени, то есть не изменяется с течением времени t .

В ситуации, когда выборка состоит из большой совокупности объектов и необходимо из нее выделить не конкретный объект, а объект с заданными характеристиками, используют *модель со случайным эффектом*. В этом случае предполагается, что константы моделей являются случайными величинами и они уже не интерпретируются как значения некоторых фиксированных коэффициентов и не подлежат оцениванию.

В качестве моделей, прогнозирующих динамику финансовых рынков, чаще всего рассматривают линейные (или приводимые к линейным) *регрессионные модели с переменной структурой*, содержащие различные индикаторы или структурные переменные, например, дамми-переменную кризисных ожиданий инвесторов. Качественные переменные позволяют значительно улучшить модель, повысив точность модели и ее адекватность [1, с.172].

Для представления среднесрочных макропрогнозов по совокупности экономических показателей какой-либо страны или региона или для исследования взаимосвязей между переменными, характеризующими экономический процесс, используют *систему одновременных эконометрических уравнений* [2, с.110].

Прогнозирование динамики отдельных социально-экономических показателей чаще всего основывается на *моделях временных рядов*. Модели, содержащие объясняющие переменные в предыдущие моменты времени, относятся к классу динамических моделей.

Моделирование циклических колебаний в мировой экономики производится с использованием временных рядов, выделением циклической компоненты ряда или построением нелинейного ряда с гармоническими колебаниями.

Многообразие эконометрических модели определяются не только различными целями построения эконометрической модели, но имеет и другие причины, например:

- включение в исследование уникального набора факторов в каждом отдельном случае;
- определение спецификации модели на начальном этапе исследования;

- включение в исследование максимально большой выборки данных;
- максимально приемлемое упрощение модели.

Изменение спецификации может произойти после проверки адекватности модели с использованием нескольких критериев или по результатам проверки качества модели [3, с.173].

Классификация субъектов федерации (стран, регионов) по какому-либо показателю или их ранжирование, например, по уровню жизни проводят *методами кластерного анализа*. Это многомерная процедура упорядочивает объекты в сравнительно однородные группы и позволяет представить различные рейтинги данных стран (регионов). Этой же цели можно добиться, если для всей совокупности можно провести процедуру стандартизации и определить бета-коэффициенты стандартизированной модели.

Анализ прямых иностранных инвестиций в мировой экономике или анализ совокупного импорта (экспорта) стран мира, управление портфельных инвестиций компании описывают модели с лагированными переменными, например *модели с распределенными лагами*. Другой вид динамических моделей - *модели авторегрессии* и ее модификации (или модели векторной авторегрессии) часто используют для построения прогнозных моделей в финансово-экономической сфере.

Перспективными методами исследования в экономике, несомненно, следует считать теорию игр и имитационное моделирование. Методы микроэкономики и макроэкономики не позволяют учитывать процессы промежуточного уровня, так называемого *мезоуровня*. В частности, мезоуровень включает экономические институты - правила поведения микроэкономических субъектов, которые определяют возможность устойчивого развития макроэкономических систем [4, 2014]. Соответственно, математические модели, применяемые для описания и изучения таких промежуточных объектов – теория графов, теория игр, имитационное моделирование, сетевые модели – могут считаться моделями мезоуровня.

Теория игр изучает конфликтные ситуации. Игра – это идеализированная математическая модель коллективного поведения, когда несколько участников влияют на ситуацию (исход игры), причем их интересы (выигрыши при различных возможных ситуациях), различны. Принятие решений в условиях неопределенности - задача теории игр в экономике (в основном это финансово - экономические задачи). Модели теории игр могут использоваться для любого уровня, в каждом из которых свои «игроки», лица принимающие решения.

В каждой из ситуаций логика процесса принятия решения, а значит, и модель может быть различной. Наиболее общая классификация по условиям определенности – условия полной определенности, условия риска, условия неопределенности и конфликтности.

Принятие решений в *условиях определенности* характеризуется наличием однозначной или детерминированной связи между принятым решением и его исходом, количественная оценка которого – полезность. Связь описывается *целевой скалярной функцией*, определенной на множестве альтернатив. Оптимальным решением считают ту альтернативу, на которой целевая функция достигает экстремального значения. Таким образом, к решению задач теории игр применимы *методы линейного программирования*.

Показатели, от которых зависят исходы, образуют вектор целевых ограничений, от которых зависит какое решение принимать при данных условиях. На практике чаще всего показатели системы ограничений противоречивы и тогда множество решений пусто. В этой связи вводят понятие эффективности решения, или *оптимальности по Парето*. Содержательно эффективным (оптимальным по Парето) является такое допустимое решение, что не существует другого, которое по всем характеристикам было бы лучше данного. Множество эффективных решений образует *множество Парето*.

Классические базовые модели теории игр "*голубь-ястреб*", "*дилемма заключенных*" или же "*семейный спор*", несмотря на простоту, часто позволяют представить меру риска и всесторонне оценить последствия принимаемого решения. Чем большей информацией о противнике и его целях обладает игрок, тем полнее можно оценить собственные риски, рассчитать исход игры, найти оптимальную стратегию.

Теория игр объясняет существование неоптимальных равновесий, как в "дилемме заключенного". Таким образом, свойства системы не выводятся из свойств отдельных агентов. В зависимости от того, кого подразумевать под игроками, модели теории игр могут использоваться в микроэкономическом, макроэкономическом и мезоэкономическом анализе (изначально они использовались в микроэкономике).

К задачам, в которых принятие решения зависит от реальных условий («природы»), применяют математическую модель «*Игры с природой*». В этой модели только один игрок действует осознанно, а исход зависит не только от его решений, но и от состояния «природы», т.е. от объективной действительности.

Основной метод, позволяющий найти оптимальную стратегию в задачах принятия решений в условиях неопределенности, состоит в следующем: формулируется некоторая гипотеза о поведении среды, позволяющая дать единственную численную оценку каждой стратегии. Оптимальной считается та стратегия, для которой численная оценка является максимальной. К выводу приходят, анализируя результаты *критерия Вальда, критерия максимина, критерий Гурвица, критерий Сэвиджа, критерия Лапласа* и их модификациями.

Отметим, что развитие процессов в современном мире, не только в социально-экономической сфере, но и в целом в международных отношениях, приводит к необходимости использования методов аналитического анализа сложных систем [5]. Теория игр помимо количественных факторов времени и характеристик явления учитывает элемент борьбы интересов каждого участника, степень конфликтности сторон. В этом состоит важное преимущество теории игр перед другими методами, дающее более качественные оценки ситуации и возможные сценарии развития.

Различные факторы и возможные стратегии поведения игроков можно оценить, применяя модели, построенные на основе теории вероятностей, развитие которых в теории игр привело к созданию *стратегических игр*.

При принятии решений в условиях риска основываются на осредненных оценках. Понятно, что результат в определенной ситуации, отличается от осредненного. Но при многократном повторении необходимости принятия решения при сходных обстоятельствах, выводы, основанные на осредненных показателях вполне эффективны.

Экономика чрезвычайно сложна сама по себе, а доминирующая роль человеческого фактора при принятии решений еще более затрудняет прогнозирование процессов. Математика, к слову, пока не может предупредить о кризисах. Однако, присуждение в 2005 году Нобелевской премии математику Р. Ауманну и экономисту Шеллингу свидетельствует о признании роли методов теории игр в экономике.

Возможности цифровизации и внедрение новейших информационных технологий повышают требования к качеству экспертных оценок любого уровня. Эта тенденция приводит к необходимости применения аналитического анализа к проблемам, традиционно считающихся гуманитарными [6]. Сегодня не только психологи и социологи используют методы математической статистики к специализированным базам данных, но и будущие дипломаты

изучают теорию игр и даже *имитационные модели*, которые позволяют прогнозировать расстановку сил на мировой арене на достаточно протяженном временном интервале, до 30 лет и более.

В известной динамической мировой модели Дж. Форрестера рассматриваются взаимосвязи между населением, капиталовложением, территорией, природными ресурсами, загрязнением и производством продуктов питания. Этими основными факторами и их взаимодействиями задается и определяется динамика глобальных изменений в мировой системе. Проблема состоит в том, чтобы определить оптимальный вариант перехода от динамического роста к состоянию мирового равновесия.

При построении в основу модели были положены утверждения, наблюдения и предположения, характеризующие мировую систему. В модели Форрестера взаимосвязаны такие ее сферы как демография, экономика, сельское хозяйство и технологии. Модель позволяет продемонстрировать ряд альтернативных возможностей развития и проявления человечества.

Имитационные модели сложнее стандартных математических моделей как в построении, так и при использовании. Но по информативности и содержательности имитационное моделирование предпочтительнее, поскольку позволяет получить данные и характеристики, к которым чисто математические схемы не приводят.

Цель исследований на основе имитационных моделей не в том, чтобы дать точные рекомендации по планированию развития человеческой цивилизации. Важно привлечь внимание к исследованиям динамики ее роста и развития. Результаты моделирования следует воспринимать как вариант возможного поведения мировой системы, как возможный прогноз, но не предсказание и руководство.

Сегодня в связи с COVID-19 мы являемся свидетелями возникновения новой реальности. Несмотря на то, что проявления тех или иных катастроф и их последствий для планеты прогнозировались давно, предопределить точно их возникновение сегодня не представляется возможным. При этом моделирование подобных процессов позволяет выработать такую стратегию, которая минимизирует потери и ущерб, и сформировать правила поведения в условиях постоянно меняющейся реальности.

Список литературы

1. Фаркова Н.А., Худякова О.Ю. Об особенностях математических моделей международной торговли. Инновационные механизмы решения проблем научного развития: Сборник статей Международной научно-практической конференции (18 марта 2017 г., г.Уфа), в 3 ч. Ч.1./ - Уфа, МЦИИ ОМЕГА САЙНС, 2017. с.171-176.
2. Худякова О.Ю. Моделирование динамики глобальных рисков //EUROPEAN RESEARCH: сб.ст. XXII междун.науч. - практ.конф. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». – 2019. с.109-113.
3. Худякова О.Ю. Моделирование динамики фондового индекса S&P500 / Актуальные вопросы права, экономики и управления: сборник статей XX Международной научно-практической конференции. В 2 ч. Ч. 1. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». – 2019. – с.171-176.
4. Кирдина С. Г. Методологический институционализм и мезоуровень социального анализа // СОЦИС, № 12, 2015. – с. 51–59.
5. Фаркова Н.А. О количественных моделях и теории игр в международных отношениях. Фундаментальные и прикладные разработки естественных и гуманитарных наук: современные концепции, последние тенденции развития : материалы XV Всероссийской научно-практической конференции (24 сентября 2018г.): в 4-х ч. Ч 1. – Ростов-на-Дону: изд-во Южного университета ИУБиП, 2018. – 41-44с. ISBN 978_5_9907319_3_6.
6. Фаркова Н.А. О формировании экономики знаний: Сборник тезисов XXVII Международной конференции Математика, Компьютер, Образование. Дубна, 27 января -1 февр. 2020. - стр. 233.

© Н.А. Фаркова, О.Ю. Худякова, 2020