**РАЗРАБОТКА КОМПЬЮТЕРНОГО ПРАКТИКУМА
ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ С ПОЗИЦИИ ФОРМИРОВАНИЯ
СПОСОБНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
БУДУЩЕГО ИНЖЕНЕРА**

Олейник Татьяна Анатольевна

к.п.н., доцент

Национальный исследовательский
университет «МИЭТ»

Аннотация: В статье представлен курс Компьютерного практикума по математическому анализу, нацеленный на усиление прикладной направленности математической подготовки инженеров. Основное внимание уделено описанию принципов подбора и классификации учебных задач, составляющих основное содержание курса. Приведены примеры учебных задач разных типов.

Ключевые слова: математическое моделирование, компьютерный практикум, MATLAB, учебные задачи.

**DEVELOPMENT OF COMPUTER-BASED PRACTICAL COURSE
OF MATHEMATICAL ANALYSIS FOCUSED ON ENABLING
THE APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELLING
IN FUTURE PROFESSIONAL ENGINEERING ACTIVITIES**

Oleynik Tatiana Anatolyevna

Abstract: The paper describes the computer-based practical course of mathematical analysis which aims to support the applied aspects of mathematical studies for engineers. The special attention is paid to the principles of choosing and classifying the cases which belong to the essential body of the course. Examples of cases of different types are demonstrated.

Key words: mathematical modelling, computer-based practical course, MATLAB, case studies.

В образовательных стандартах подготовки бакалавров большинства инженерных направлений среди прочих обозначена задача формирования способности применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности. Нет сомнений, что формирование такой способности начинается с изучения математических дисциплин. Но есть методический разрыв между освоением математического аппарата и его дальнейшим применением для решения задач профессиональной деятельности.

Эту проблему в Московском институте электронной техники помогают решить Компьютерные практикумы, ассоциированные с классическими математическими дисциплинами. Практикумы нацелены на формирование мышления, свойственного исследовательской деятельности с применением методов математического анализа и моделирования, и на освоение такой деятельности (на первичном уровне).

Сразу оговоримся, что объектами математического описания и моделирования в учебных задачах практикумов являются все же не объекты профессиональной деятельности, а реальные или «квази-реальные» предметы или процессы различных сфер жизни. Это связано с тем, что на младших курсах у студентов еще нет знаний и умений в профессиональной области, как нет их и у преподавателей-математиков. Надо быть реалистами: можно и нужно с первого курса обучать студентов использованию методологии математического моделирования для решения прикладных задач, но невозможно начинать это обучение с задач профессиональных.

Итак, в МИЭТ в учебные планы ряда направлений подготовки инженеров включены две последовательно изучаемые в первых двух семестрах дисциплины: «Компьютерный практикум по основам математического анализа» и «Компьютерный практикум по математическому анализу». Дисциплины увязаны с традиционным годовым курсом математического анализа, они на него опираются и, вместе с тем, его дополняют. Разделение на два практикума условно, носит формальный характер, и далее мы будем говорить об этих дисциплинах как о едином годовом курсе, называя его кратко Компьютерным практикумом.

В этой статье мы не планируем обсуждать детально программу Компьютерного практикума, а хотим охарактеризовать некоторые ключевые моменты, которые легли в основу этой программы.

В первую очередь определим, что мы хотим увидеть в качестве результата изучения Компьютерного практикума. Таким результатом, на наш взгляд, должно стать усвоение студентом системы способов действий (приемов, методов), разработанных и используемых для получения информации о реальных объектах и процессах посредством их математического моделирования, а также приобретение опыта деятельности по исследованию практических ситуаций методами математического анализа и моделирования.

Говоря об усвоении студентом системы способов действий, мы имеем в виду как усвоение им знаний о компонентах действий по составлению и исследованию математических моделей (предмет, продукт, средства, состав и порядок выполнения операций), так и о приобретении им умений эти действия различными способами совершать.

Курс Компьютерного практикума построен таким образом, чтобы студенты достигли обозначенных результатов посредством деятельности по решению системы учебных задач. И приступая к разработке этой системы, нам было важно дать себе ответы на следующие вопросы: какой должна быть подборка задач по содержанию и уровню сложности, в какой последовательности задачи целесообразно предлагать студентам для решения?

Начнем с обсуждения первого вопроса – отбора задач с точки зрения их содержания. Сразу уточним, что, говоря о содержании, мы не имеем в виду тематику используемого для решения задач математического аппарата. С этой точки зрения все просто: задачи подбираются таким образом, чтобы для их решения можно было использовать (и ограничиться этим) модели, в которых задействованы и при исследовании которых применяются понятия и методы математического анализа в объеме параллельно изучаемого классического курса математического анализа (например, математической моделью реального процесса может быть функция действительной переменной, а для установления свойств процесса требуется эту функцию исследовать, используя понятие предела, производной).

Нас интересует содержание с точки зрения атрибутов деятельности, таких как предмет, продукт, средства, способы действий, которым студент должен обучиться. И поскольку мы говорим об исследовательской деятельности с применением методов математического анализа и моделирования, то эти атрибуты связаны с осуществлением этапов математического моделирования и,

значит, определяются специфическими, соответствующими каждому этапу проблемами.

Проблема первого этапа: как построить математическое описание, математическую модель реального объекта или процесса?

Проблема второго этапа: как исследовать математическую модель? Или детальнее: как выбрать (или разработать) алгоритм для реализации модели на компьютере, написать программу для реализации алгоритма, провести вычислительные эксперименты для исследования компьютерной модели (с целью получения требуемых качественных и количественных свойств и характеристик объекта).

Проблема третьего этапа: как удостовериться в адекватности модели, как представить и интерпретировать результаты в плане получения информации о реальном объекте?

Кратко охарактеризуем атрибуты деятельности на каждом этапе математического моделирования. На первом этапе их можно описать так: предмет - «реальный» объект или процесс; продукт – математическая модель; средства – набор известных, «базовых» моделей, используемых для описания реальных объектов (например, производная как модель скорости движения материальной точки); со способом действия сложнее - состав и порядок выполнения операций для перехода от предмета к продукту студент должен составить сам, опираясь на примеры, собственный опыт и расплывчатые советы («вспомните, какие математические понятия обычно используют для описания таких объектов; попробуйте составить функцию, уравнение...и т.д.»). Составляя подборку задач, мы считали важным включить в нее задачи, различные по сложности перевода на язык математики, от очевидных до неоднозначных.

На втором этапе математического моделирования атрибуты деятельности следующие: предмет – математическая модель; продукт – свойства и числовые характеристики объектов модели, внутренние взаимосвязи; средства – программная среда (в нашем случае MATLAB, в перспективе Python) с встроенными в нее «базовыми» компьютерными моделями; способы действий – аналитические методы математического анализа, компьютерное моделирование (разработка алгоритма с ориентацией на реализацию в виде программного кода в конкретной программной среде, написание программного кода, методы проведения вычислительных экспериментов и т.д.).

Заметим, что мы сознательно не стали разбивать второй этап на составляющие «разработка алгоритма – написание программы – проведение вычислительного эксперимента», поскольку три этих действия взаимообусловлены: алгоритм («последовательность вычислительных и логических операций, которые нужно произвести, чтобы найти искомые величины с заданной точностью» [1, с. 8]) разрабатывается с ориентацией на особенности используемой программной среды, программа пишется с оглядкой на «опыты», которые нужно провести для установления свойств и характеристик математического объекта.

На третьем этапе математического моделирования при интерпретации полученных результатов предметом, на который направлена деятельность, являются свойства и числовые характеристики объектов математической модели, внутренние взаимосвязи, продуктом – качественные и количественные характеристики реальных объектов. Для проверки адекватности модели используется исследование общей модели в частных случаях, для которых решение либо известно, либо предполагается на качественном уровне.

Система задач курса разработана так, чтобы в процессе последовательного решения задач студентом были освоены системы способов действий (приемов, методов), присущие каждому этапу математического моделирования. В первом приближении задачи можно поделить на две группы:

1. Задачи на исследование готовых математических моделей (они направлены на освоение реализации второго этапа математического моделирования).

2. Задачи на математическое моделирование в целом (в их решении с разной степенью полноты присутствуют все три этапа математического моделирования).

Почему мы включили в курс первую группу задач? Это сделано из методических соображений. Математическое моделирование – по организации деятельность сложная, многокомпонентная. Студенту нужно освоить много разных действий, операций, при этом он сталкивается не только с новыми для себя способами действий, но и с незнакомыми средствами, в частности ему приходится попутно изучать пакеты прикладных программ. В этой многокомпонентности легко потеряться, не поймать ни одного «зайца», погнавшись за многими. С методической точки зрения целесообразно отработать отдельные группы действий или даже операции, прежде чем

переходить к деятельности в целом. Наиболее естественно из цикла математического моделирования выделяется второй этап. На усвоение действий второго этапа можно составить интересные, самодостаточные задачи (ненагруженные проблемой математического описания), в процессе решения которых требуется найти какие-то характеристики математических объектов, обнаружить свойства и связи. В более сложных случаях, если в модели есть варьирующиеся параметры, ставится задача изучить зависимость характеристик и свойств от значений параметров.

В начале обучения студенту даются такие задачи первой группы, в формулировке которых уже прописана ориентировочная часть действия (путем постановки вопросов задан состав и порядок действий или даже операций); по мере освоения курса студент получает все меньше подсказок, полностью сам осуществляет как ориентировочную, так и исполнительную части решения.

Что касается включенных в курс задач второй группы, то они сильно разнятся по полноте выполнения первого этапа математического моделирования:

1. есть задачи-примеры, которые можно отнести ко второй группе очень условно (в их формулировке наряду с описанием реального объекта уже приведено его математическое описание; задачи начинаются, например, со слов «Для описания такого-то явления используют такое-то уравнение...»);

2. есть задачи, в которых математическое описание объектов подсказывается контекстом, изучаемой на данном практикуме (лабораторной работе) темой и поэтому доступно каждому студенту;

3. есть задачи, при решении которых построение математической модели не так однозначно, может быть осуществлено различными способами (это так называемые «зачетные» задачи разделов (задачи-кейсы), они выполняются исключительно в рамках самостоятельной внеаудиторной работы и по сути являются задачами на приобретение опыта деятельности).

Подводя итог рассуждениям о подходах к подбору задач по содержанию, выделим 4 типа задач (1-й тип относится к первой группе, 2, 3, 4-й – ко второй), классификацию которых по соотнесению с этапами математического моделирования приводим в табл. 1. Знаки «+, +-, -+, -» в таблице говорят о степени полноты присутствия соответствующего этапа математического моделирования в решении задач.

Таблица 1

Классификация задач

	Задачи на усвоение студентом умений – системы способов действий, выработанных для получения информации о реальных объектах и процессах посредством их математического моделирования			Задачи-кейсы на приобретение опыта деятельности по исследованию практических ситуаций методами математического анализа и моделирования
	1-й тип задач	2-й тип задач	3-й тип задач	4-й тип задач
Построение математической модели	- Задача уже сформулирована в терминах математического анализа (дана математическая модель)	-+ Формулировка задачи наряду с описанием практической проблемы содержит описание адекватной ей математической модели	+ - В условии описана практическая ситуация и решение задачи начинается с перевода ее на математический язык, при этом выбор подходящей математической модели «подсказан» темой компьютерного практикума и разобранными в рамках этого практикума примерами	+ Для решения задачи нужно построить многокомпонентную математическую модель, причем построение может быть неочевидным и неоднозначным, хотя и опирается на «базовые», уже использованные ранее модели
Исследование модели	+ В решении задач присутствует триада «алгоритм – программа – вычислительных эксперимент» той или иной степени сложности	+ В решении задач присутствует триада «алгоритм – программа – вычислительных эксперимент» той или иной степени сложности	+ В решении задач присутствует триада «алгоритм – программа – вычислительных эксперимент» той или иной степени сложности	+ В решении задач присутствует триада «алгоритм – программа – вычислительных эксперимент» той или иной степени сложности

Продолжение Таблицы 1

Проверка адекватности модели, интерпретация результатов	-	-+ Адекватность проверяется в части качества построения компьютерной модели, результаты требуется интерпретировать	+ Адекватность проверяется в части качества построения компьютерной модели, результаты требуется интерпретировать	++ Адекватность проверяется в части качества построения компьютерной модели, результаты требуется интерпретировать
---	---	---	--	---

Перейдем к обсуждению вопроса о последовательности, в которой задачи расположены в курсе. Последовательность выстроена по трем параметрам:

1. по использованию аппарата математического анализа (как уже неоднократно упоминалось, Компьютерный практикум изучается параллельно или с небольшой временной задержкой по отношению к классическому курсу математического анализа);

2. по использованию инструментов программной среды, в которой осуществляется компьютерное моделирование (в нашем курсе это среда MATLAB, в ближайшей перспективе переход на Python);

3. по типам задач, описанным в табл. 1.

По первому параметру курс устроен строго поступательно: в курсе восемь разделов, в каждом три темы, по каждой теме разработан компьютерный практикум (лабораторная работа), темы компьютерных практикумов сменяют друг друга в том же порядке, что и темы в классическом курсе математического анализа.

По второму параметру последовательность задач также имеет поступательный характер в том смысле, что с каждым практикумом расширяется спектр используемых инструментов программной среды.

Совершенно иная ситуация с третьим параметром: по третьему параметру, ключевому для достижения целей курса, задачи расположены в циклической последовательности. Каждый цикл увязан с разделом (то есть с группой из трех практикумов). И в рамках изучения каждого раздела студент встречается со всеми четырьмя типами задач, причем, как правило, задача-кейс 4-го типа является «зачетной» задачей раздела, завершая его изучение.

При этом от раздела к разделу можно говорить об усложнении задач каждого типа.

В заключение заметим, что, разрабатывая систему задач для Компьютерного практикума, мы дополнительно учитывали фактор осмысленности использования компьютерного моделирования: задачи подбирались таким образом, чтобы решение «вручную» было слишком трудоемко или невозможно/проблематично.

Далее приведены примеры задач разных типов.

ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ ПЕРВОГО ТИПА

(1) Задача 1-го типа по теме «Качественное исследование функций по графикам» (Раздел 1 «Вводный»)

Исследуйте функцию $f(x) = \ln(x + 5) + \sin(1,005x) - 1$ на отрезке $[-4; 4]$ по следующему плану:

1) Построив график функции, составьте общее представление о свойствах функции и ответьте на следующие вопросы:

- а) Является ли функция периодической?
- б) Является функция четной, нечетной или это функция общего вида?
- в) Является ли функция монотонной на всей области определения?
- г) Является ли функция ограниченной? ограниченной снизу? ограниченной сверху?

д) Имеет ли функция нули? Если да, то сколько?

е) Имеет ли функция экстремумы? Если да, то сколько?

Ответы обоснуйте, связав свойства функции с видом графика.

2) С помощью компьютерного эксперимента с использованием графиков функций уточните значения нулей функции, указав для каждого нуля отрезок длиной не более 0,01, которому он принадлежит.

3) С помощью компьютерного эксперимента с использованием графиков функций уточните с точностью до сотой координаты точек минимума и точек максимума.

4) С помощью компьютерного эксперимента с использованием графиков функций уточните с точностью до сотых границы промежутков монотонности функции. На одном из промежутков монотонности постройте в одной системе координат график функции $f(x)$ и график обратной ей функции.

(2) Задача 1-го типа по теме «Предел последовательности» (Раздел 2 «Предел и его приложения»)

Постройте график последовательности площадей правильных многоугольников, вписанных в окружность радиуса $R = 2$. Определите по графику с точностью до тысячных значение предела этой последовательности.

(3) Задача 1-го типа по теме «Экстремумы функций двух переменных»
(Раздел 7 «Приложения функций многих переменных»)

Найдите локальные экстремумы функции $z = (x + 1)e^{-x^2 - y^2 + 2,1y}$ в области $x \in [-5; 5]$, $y \in [-5; 5]$.

а) С помощью графиков функций и линий уровня локализуите точки экстремумов.

б) Найдите экстремумы численно.

(4) Задача 1-го типа по теме «Численное решение дифференциальных уравнений»
(Раздел 8 «Исследование решений дифференциальных уравнений»)

Численные методы решения дифференциальных уравнений используют для задач, решение которых существует и единственно, т.е. если задача корректно поставлена. Однако условие корректности необходимо, но недостаточно для численного решения задач. Также важно, чтобы задача была хорошо обусловлена, т.е. малые шевеления начальных условий приводили бы к малым изменениям в решениях. Если это условие не выполнено, то считается, что задача плохо обусловлена (слабо устойчива), т.е. небольшие погрешности входных данных или метода могут сильно исказить это решение.

Предлагаем убедиться в существовании проблемы на примере.

(1) Найдите аналитически решение задачи Коши: $\frac{dy}{dx} = y$, $y(0) = y_0$.

Пусть $y_1(x)$ - решение в случае $y_0 = 0$, а $y_2(x)$ - решение в случае $y_0 = 10^{-6}$. Вычислите $|y_1(100) - y_2(100)|$.

(2) Найдите численно (с помощью решателя Matlab) приближенное решение $\tilde{y}_1(x)$ задачи: $\frac{dy}{dx} = y$, $y(0) = 0$, $x \in [0; 100]$ и приближенное решение $\tilde{y}_2(x)$ задачи: $\frac{dy}{dx} = y$, $y(0) = 10^{-6}$, $x \in [0; 100]$. Вычислите $|\tilde{y}_1(100) - \tilde{y}_2(100)|$.

(3) Сравните $|y_1(100) - y_2(100)|$ и $|\tilde{y}_1(100) - \tilde{y}_2(100)|$.

ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ ВТОРОГО ТИПА

(5) Задача 2-го типа по теме «Физический смысл производной» (Раздел 3 «Производная и ее приложения»)

Тело движется по прямой. Формула зависимости пути от времени нам неизвестна, но опытным путем получены данные об этой зависимости, представленные в Табл. 2. С помощью этих данных можно найти средние значения скорости тела на малых промежутках времени и, тем самым, составить представление о мгновенной скорости в различные моменты времени.

а) Составьте отношения $\frac{\Delta s(t_0, \Delta t)}{\Delta t} = \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t}$ для разных значений t_0 и представьте их в виде матрицы, в первой строке которой указаны значения t_0 , а во второй – значения средних скоростей на промежутках времени $[t_0; t_0 + \Delta t]$.

б) Постройте «график» зависимости пройденного телом пути от времени и «график мгновенной скорости тела». Графики постройте в разных системах координат одного графического окна, расположив их друг под другом.

Таблица 2

Данные измерений

t_0	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3
$s(t_0)$	2.3733	2.5889	2.7974	3.0000	3.1976	3.3909	3.5804

t_0	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
$s(t_0)$	3.7664	3.9495	4.1298	4.3077	4.4833	4.6568	4.8284

(6) Задача 2-го типа по теме «Численное интегрирование» (Раздел 5 «Определенный интеграл и его приложения»)

В дорожном строительстве в качестве переходной дуги используется клотоида. Когда участок дороги в плане имеет форму части клотоиды, руль автомобиля при поворотах поворачивается без рывков, что позволяет проходить поворот без существенного снижения скорости (угловое ускорение машины, движущейся по этой кривой с постоянной скоростью, остается постоянным.).

Клотоида задается параметрически уравнениями $x = S(t)$, $y = C(t)$, $t \in [0, +\infty)$, где $S(t) = \int_0^t \sin(p^2) dp$, $C(t) = \int_0^t \cos(p^2) dp$ (интегралы Френеля).

а) Вычислите значения интегралов Френеля на отрезке $t \in [0,5]$ с шагом не меньшим 0,01 и постройте в одной системе координат графики этих функций.

б) Постройте на отрезке $t \in [0,5]$ график клотоиды.

ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ ТРЕТЬЕГО ТИПА

(7) Задача 3-го типа по теме «Качественное исследование функций по графикам» (Раздел 1 «Вводный»)

Два луча, угол между которыми равен α , имеют общее начало. Из этого начала по одному из лучей вылетела частица со скоростью 2 м/с, а через час по другому лучу – вторая частица со скоростью 6 м/с.

а) Найдите зависимость расстояния между частицами от времени движения первой частицы аналитически.

б) Постройте график найденной функции (для нескольких значений α).

в) Представьте графически зависимость времени движения первой частицы от расстояния между частицами в случае $\alpha = 15^\circ$.

(8) Задача 3-го типа по теме «Производная функции и ее геометрический смысл» (Раздел 3 «Производная и ее приложения»)

Петр стоит на левом берегу ручья шириной 1,45 м (обозначим местоположение Петра точкой А). Петру нужно попасть на правый берег, форма которого в разрезе довольно точно описывается уравнением $y = \ln(x - 0,45)$ (уравнение записано в системе координат с началом в точке А и осями, одна из которых – Ох – направлена перпендикулярно берегу в сторону воды, другая – Оу – вертикально вверх).

Петр предполагает перебраться на правый берег по доске, опирающейся на левый берег в точке А. Какой длины доска нужна Петру, чтобы осуществить задуманное? Укажите минимальную длину. Визуализируйте результат, построив в системе координат Оху график функции $y = \ln(x - 0,45)$ и отрезок касательной к нему, моделирующий импровизированный мостик.

(9) Задача 3-го типа по теме «Приложения определенного интеграла» (Раздел 5 «Определенный интеграл и его приложения»)

Имеется кусок однородной проволоки единичной плотности, согнутый в форме «подковы». «Подкова» получена путем разрезания эллипса с полуосями 5 см и 7 см вдоль меньшей оси. Нужно уложить «подкову» на квадратный стол размером 1 м × 1 м так, чтобы ось симметрии «подковы» совпадала с диагональю стола, вершина «смотрела» в центр, «подкова» со стола не падала

(допустимо, чтобы часть проволоки при этом оказалась вне стола). На какое максимальное расстояние вершина «подковы» может при соблюдении этих условий оказаться удаленной от центра стола?

(10) Задача 3-го типа по теме «Геометрические приложения частных производных» (Раздел 7 «Приложения функций многих переменных»)

Имеется насыпной холм, возвышающийся над ровной поверхностью земли в форме полусферы радиусом 3м. Строители получили задание положить на него прямоугольную плиту размером 1м × 4м так, чтобы плита: (а) упиралась одной из своих коротких сторон в поверхность земли, (б) опиралась на холм на высоте 2 м от поверхности земли, (в) занимала устойчивое положение.

Постройте трехмерное изображение холма и опирающейся на него плиты.

ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ ЧЕТВЕРТОГО ТИПА

(11) Задача 4-го типа (Раздел 3 «Производная и ее приложения»)

Зал имеет форму прямоугольника $ABCD$. Внутри зала расположена колонна, поперечное сечение которой в системе координат Oxy описывается уравнениями $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$, $f_1(x) = e^{0,2x}(x^2 - 6x + 8)$, $f_2(x) = -f_1(x)$, $x \in [2; 4]$ (рис. 1).

Часть 1. В точке S стены AB на некоторой высоте закреплен прибор, способный испускать параллельно полу узконаправленный световой луч. Прибор можно развернуть так, чтобы луч был направлен под любым углом к стене AB .

а) Каким должен быть этот угол, если требуется осветить максимально удаленную от D точку стены CD ?

б) Найдите уравнение, которым описывается траектория соответствующего луча.

в) Найдите координаты точки стены CD , на которую падает этот световой луч.

г) Проверьте результат п. а) графически, построив в одной системе координат сечение колонны и траекторию луча.

Часть 2. На стене AB параллельно полу закреплены полозья, по которым прибор можно свободно перемещать вдоль всей стены AB , выпуская лучи параллельно полу под любым требуемым углом к стене AB .

Определите длину «слепой» зоны стены CD (отрезка стены, расположенного на одной высоте с полозьями, куда луч света попасть не может). Визуализируйте результат.

Рис. 1. Макет зала

(12) *Задача 4-го типа (Раздел 7 «Приложения функций многих переменных»)*

Разрабатывается настольная игра для детей, в которую входит макет поверхности планеты. Макет имеет форму прямоугольной пластины размером $[0; 5] \times [0; 10]$ нижняя сторона которой плоская, а верхняя представляет собой поверхность, заданную уравнением $z = (0,1y - \sin(0,2x - y - 0,4))(2 + \cos^2(0,7y - x + 2))$. «Рельеф планеты» холмистый. На «вершинах холмов» расположены точечные датчики, с помощью которых жители планеты следят за сейсмической активностью планеты.

Часть 1. Постройте трехмерное изображение макета. Постройте линии уровня поверхности. Найдите численно или аналитически координаты всех датчиков и пометьте места их расположения как на трехмерном изображении, так и на рисунке с линиями уровня.

Часть 2. Проложите по поверхности планеты дорогу, соединяющую места расположения датчиков. Сделайте это таким образом, чтобы движение от одного датчика к другому происходило в плоскости, параллельной оси Oz . Дорогу задайте аналитически (параметрическими уравнениями) и нанесите ее

изображение на трехмерную поверхность. Вычислите длину дороги. Найдите координаты самой «крутой» точки дороги и нанесите эту точку на трехмерное изображение и рисунок с линиями уровня (как предупреждение о трудном участке дороги).

Часть 3. По правилам игры для некоторых жителей важно, чтобы дороги, проложенные по их планете, имели как можно меньший перепад высот. Проложите между датчиками дополнительную дорогу (можно в форме ломаной), постаравшись как можно лучше учесть интересы таких жителей. Дополнительную дорогу задайте аналитически (параметрическими уравнениями) и нанесите ее изображение на трехмерную поверхность. Вычислите для нее перепад высот. Для сравнения вычислите перепад высот вдоль дороги, построенной при выполнении Части 2.

P.S. Начало координат расположено в одной из вершин прямоугольника, оси Ox и Oy направлены вдоль его сторон, Oz - вертикально вверх.

И в заключении хотелось бы сказать несколько слов о нашем опыте использования Компьютерного практикума по математическому анализу в учебном процессе. В первую очередь следует отметить большой интерес, проявляемый студентами к этому курсу. Им нравится решать предлагаемые задачи, им это не скучно. Они мотивированы к учебе как практическим звучанием задач, так и использованием для их решения пакетов прикладных программ, а задачи 4-го типа многие из них воспринимают как вызов своим возможностям.

Разрабатывая этот курс, мы стремились усилить прикладную направленность математической подготовки инженеров, но можем отметить, что прохождение курса способствует и повышению качества академической подготовки, поскольку решение задач требует активного использования математического аппарата.

На наш взгляд есть все основания утверждать, что введение в учебный процесс параллельно с классическими математическими курсами компьютерных практикумов помогает преодолеть оторванность приобретенных математических знаний от их практического применения и заложить фундамент для использования в профессиональной деятельности методов математического анализа и моделирования.

Список литературы

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры - 2-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 320 с.
2. Мещеряков В.В. Задачи по математике с MATLAB&SIMULINK – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2007 – 528 с.
3. Амос Гилат. MATLAB. Теория и практика. 5-е изд./ Пер. с англ. Смоленцев Н.К. – М.:ДМК Пресс, 2016. – 416 с.
4. Талызина Н.Ф. Управление процессом управления знаний (психологические основы). 2-е изд., дополненное, исправленное. – М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1984. – 345 с.

© Т.А. Олейник, 2022