УДК 531+539.3

СОУДАРЕНИЕ КЛИНА С ВЯЗКОУПРУГОЙ НИТЬЮ ПРИ ДОЗВУКОВОМ РЕЖИМЕ

Мамедов Тахир Джалил

доктор философии

Гянджинский Государственный Университет

Аннотация: В работе для дозвукового режима исследуются напряженное состояние и обрыв линейно вязкоупругой (типа Максвелла) нити при поперечном ударе жестким симметричным клином с постоянной скоростью.

Ключевые слова: Удар клином, вязкоупругая нить, коэффициенты, деформация, гибкая.

COLLISION OF A WEDGE WITH A VISCOELASTIC THREAD IN SUBSONIC MODE

Mamedov Takhir Jalil

Abstract: In the work tension and breakage of the linear viscoelastic (Maksvella type) thread are investigated for a subsonic mode at a cross blow by a rigid symmetric wedge with a constant speed.

Key words: Wedge impact, viscous elastic thread, coefficients, deformation, flexible.

Поведение гибкой связи при нормальном ударе твердым телом существенно зависит от физических свойств материала связи. В данной работе рассматривается напряженное состояние и обрыв линейной вязкоупругой нити, закон деформирования которой подчиняется уравнению Максвелла. Нормальный удар по гибкой нити производится симметричным жестким клином с постоянной скоростью.

Исследуется случай, когда в нити скорость точки излома меньше скорости звука (дозвуковой режим движения).

Рис. 1.

§1. Пусть по бесконечно длинной гибкой прямолинейной ненапряженной гибкой нити производится нормальный удар жестким симметричным клином с постоянной скоростью V (рис.1). Принимается, что пригибная часть нити облегает щеку ударяющего клина.

В работе [2] экспериментально установлено, что при поперечном ударе клином разных углов раствора по резиновому шнуру, капроновым нитям разных диаметров ($d = 0,9\text{mm} - 1,5\text{mm}$), наблюдается движение с полным облеганием.

Нужно определить напряженное состояние нити в областях за и перед точкой излома B (рис.1), без и с учетом обрыва нити. Материал гибкой нити предполагается вязкоупругим

$$\dot{\sigma} \frac{\mu}{E} + \sigma = \mu \dot{\varepsilon}$$

или

$$\dot{\sigma} + \frac{E}{\mu} \sigma = E \dot{\varepsilon}, \quad \sigma = E \left[\varepsilon - k_1 e^{-k_1 t} \int_0^t e^{k_1 \tau} \varepsilon(\tau, x) d\tau \right] \quad (1.1)$$

Здесь σ - напряжение; ε - деформация; μ - коэффициент вязкости ($\mu = \text{const}$); E - модуль Юнга; $k_1 = \frac{E}{\mu}$ точки над буквами ε и σ означают производные по времени.

Уравнение движения нити в области облегания в области OB и в области перед точкой излома B (в области BA) соответственно, будут [1,2]:

$$\rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}; \quad (1.2)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}; \quad (1.3)$$

где ρ - плотность; t - время; σ - напряжение; u_2 , x - эйлеровы и лагранжевы координаты частицы нити в области ОВ; u_1 - смещение частицы нити в области ВА.

Учитывая закон деформирования (1.1) уравнения (1.2), (1.3) соответственно примут вид

$$\frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \frac{E}{\mu} \frac{\partial u_1}{\partial t} \quad (1.4)$$

$$\frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - \frac{E}{\mu} \frac{\partial u_2}{\partial t} \quad (1.5)$$

Условие на волне сильного разрыва (в точке излома B) и закон деформирования в безразмерном виде будут [1,2]:

$$\frac{\bar{b} - \bar{v}_1}{1 + \varepsilon_1} = \frac{b \sec \gamma - \bar{v}_2}{1 + \varepsilon_2} = \bar{z}^- \quad (1.6)$$

$$\bar{z} \cdot (\bar{v}_2 - \bar{v}_1 \cos \gamma - M \sin \gamma) = \bar{\sigma}_1 \cos \gamma - \bar{\sigma}_2 - \bar{F} \quad (1.7)$$

$$\bar{z} \cdot (M \cos \gamma - \bar{v}_1 \sin \gamma) = \bar{Q} + \bar{\sigma}_1 \sin \gamma; \quad (1.8)$$

$$\bar{\sigma} = \varepsilon - k e^{-k\tau} \int_0^t e^{k\tau} \varepsilon(\tau, x) d\tau \quad (1.9)$$

Здесь

$$\bar{b} = b a_0^{-1}; b = v \operatorname{ctg} \gamma; M = v a_0^{-1}; \bar{v}_1 = v_1 a_0^{-1}; \bar{v}_{21} = v_2 a_0^{-1}$$

$$\bar{\sigma}_1 = \sigma_1 E^{-1}; \bar{\sigma}_2 = \sigma_2 E^{-1}; \bar{F} = F \cdot E^{-1}; \bar{Q} = Q \cdot E^{-1}; \bar{z} = z \cdot a_0^{-1}; \bar{\sigma} = \sigma E^{-1}$$

Величины с черточкой – это безразмерные параметры; $\bar{z}$ - отношение скорости волны сильного разрыва к скорости упругой волны; $a_0^2 = E \cdot \rho^{-1}$; F , Q - касательная и нормальная к щеке клина, составляющая сосредоточенной силы, индексы 1, 2 обозначают величины перед и за точкой излома; γ - угол между первоначальным положением нити и щекой клина.

Кроме этого, вводим безразмерные величины в виде

$$\bar{u}_2 = u_2 \cdot R^{-1}; \bar{u}_1 = u_1 \cdot R^{-1}; \bar{x} = x \cdot R^{-1}; \bar{t} = a_0 t R^{-1}; \bar{k} = \frac{E R}{\mu a_0} \quad (1.8)$$

R -постоянная величина, имеющая размерность длины (радиус кругового поперечного сечения нити).

В дальнейшем во всех выражениях черточки над буквами опускаем.

Уравнения движения (1.4) и (1.5) с учетом (1.9) в безразмерном виде будут

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - k \frac{\partial u_2}{\partial t} \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - k \frac{\partial u_1}{\partial t} \quad (1.10)$$

Деформации $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ за и перед фронтом волны сильного разрыва выражаются в виде

$$\varepsilon_2 = \frac{\partial u_2}{\partial x} - 1; \varepsilon_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x} \quad (1.11)$$

Имеем условие в точке удара (без обрыва нити)

$$u_2(x, t) \Big|_{x=0} = 0 \quad (1.12)$$

и условие на фронте упругой волны (в точке А)

$$u_1(x, t) \Big|_{x=t} = 0 \quad (1.13)$$

§2. Для получения решения задачи в области $OB(0 \leq x < zt)$ и $BA(zt \leq x < t)$ функции u_n представим в виде разложения по параметру k

$$u_n(x, t) = \sum_{i=0}^{\infty} k^i u_n^{(i)} \quad (2.1)$$

Здесь $n = 1, 2, u_2$ - относится к области, OB , а u_1 - к области BA (рис.1), k - считается малым, т.е. $k < 1$.

Ограничимся двумя членами в правой части (2.1) и решение задачи в каждой области представим в виде

$$u_2(x, t) = u_2^0(x, t) + k u_2^{(1)}(x, t) \quad (2.2)$$

$$u_1(x, t) = u_1^0(x, t) + k u_1^{(1)}(x, t) \quad (2.3)$$

где

$$\left. \begin{aligned} u_2^0 &= a_{02}(t-x) + b_{02}(t+x); \\ u_2^{(1)} &= a_{22}(t-x)^2 + b_{22}(t+x)^2 - \frac{a_{02} + b_{02}}{4}(t^2 - x^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

$$\left. \begin{aligned} u_1^0 &= a_{01}(t-x) + b_{01}(t+x); \\ u_1^{(1)} &= a_{11}(t-x)^2 + b_{11}(t+x)^2 - \frac{a_{01} + b_{01}}{4}(t^2 - x^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

Здесь, $u_2^{(0)}, u_1^{(0)}$ - решения задачи соответствуют линейно упругому случаю; $a_{02}, b_{02}, a_{22}, b_{22}, a_{01}, b_{01}, a_{11}, b_{11}$ - пока неизвестные коэффициенты и определяются

из краевых условий (1.6), (1.7), (1.8), (1.12), (1.13).

Траекторию волны сильного разрыва представим в виде разложения по параметру k .

$$x_*(t) = z_0 t + k z_1 t^2 + \dots \quad (2.6)$$

Тогда скорость волны сильного разрыва будет

$$z = \frac{dx_*}{dt} = z_0 + k 2 z_1 t \quad (2.7)$$

В формуле (2.6) все величины безразмерные; z_0, z_1 , - неизвестные пока константы. Здесь ограничимся случаем двух членов в правой части (2.6).

Сначала, построим решение задачи в случае, когда выполняется неравенство [2]

$$F < \mu_* Q \quad (2.8)$$

Неравенство (2.8) влечет за собой условие прилипания частицы нити за точкой излома, т.е. в точке излома относительная скорость частицы нити равна нулю

$$v_2 = \frac{\partial u_2}{\partial t} = 0 \quad (2.9)$$

Подставляя (2.2)-(2.5), в условиях (1.6), (1.12), (1.13), (2.9), с учетом (2.6), (2.7) и, приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях k определяем неизвестные константы в виде:

$$\begin{aligned} a_{02} &= -b_{02}; 2b_{02} - 1 = b \cdot (\sec \gamma - 1) = \varepsilon_2^{(0)}; b = M \cdot \operatorname{ctg} \gamma; \\ b_{22} &= 0; -a_{01} = b \cdot (\sec \gamma - 1) = \varepsilon_1^{(0)}; a_{22} = 0 \\ b_{01} &= 0; b_{11} = 0; a_{11} = \frac{a_{01}}{4} \frac{1 + z_0}{1 - z_0}; z_1 = 0 \\ z_0 &= \frac{b}{b + (1 - b) \cos \gamma}; v_2 = \frac{\partial u_2}{\partial t} = v_2^{(0)} = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Таким образом, решение задачи в случае $F < \mu_* Q$ в каждой области, т.е. в области за и перед точкой излома в соответственно определяются в виде:

$$u_1(x, t) = \varepsilon_1^0(x - t) - \frac{k\varepsilon_1^0}{4} \left[\frac{1 + z_0}{1 - z_0} (t - x)^2 + (t^2 - x^2) \right]; z_0 t \leq x \leq 1 \quad (2.11)$$

$$u_2(x, t) = (1 + \varepsilon_2^0)x; 0 \leq x \leq z_0 t$$

Следовательно, деформации, скорость частицы и напряжения в области ОВ и ВА, соответственно будут:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_1^{(0)} \left\{ 1 + \frac{k}{2} \left[\frac{1 + z_0}{1 - z_0} (t - x) + x \right] \right\} \\ \nu_1 = \varepsilon_1^{(0)} \left\{ -1 - \frac{k}{2} \left[\frac{1 + z_0}{1 - z_0} (t - x) + t \right] \right\} \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\begin{cases} \sigma_1 = \varepsilon_1^{(0)} \left\{ 1 + \frac{k}{1} \left[\frac{1 + z_0}{1 - z_0} (t - x) - x + 2t \right] \right\} \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_2^{(0)} = b(\sec \gamma - 1) = \varepsilon_1^{(0)}, \\ \nu_2 = \frac{\partial u_2}{\partial t} = \nu_2^{(0)} = 0, \\ \sigma_2 = \varepsilon_2^{(0)} (1 - kt), \\ z_0 = b[b + (1 - b) \cos \gamma]^{-1} \end{cases} \quad (2.13)$$

Здесь $\varepsilon_1^0, \varepsilon_2^{(0)}, \nu_2^{(0)}, z^{(0)}$ соответствуют деформации, скорость частиц, скорость волны сильного разрыва упругой задачи. Здесь и далее индекс 2 относится к области ОВ, а индекс 1 относится к области ВА.

Теперь определим решение задачи при $\gamma > 2\gamma_*$. При этом выполняется условие [2]

$$F = \mu_* Q \quad (2.14)$$

Решения уравнений (1.9), (1.10) для этого случая представим в виде (2.2) - (2.5).

Из условий (1.12), (1.13) определим следующие неизвестные константы в виде

$$b_{01} = b_{11} = 0; b_{02} = -a_{02}; b_{22} = -a_{22} \quad (2.15)$$

Учитывая (2.15), величины, $\varepsilon_1, \nu_1, \sigma_1, \varepsilon_2, \nu_2, \sigma_2$ принимают следующий вид

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = -a_{01} + k \left[-2a_{11}(t - x) + \frac{a_{01}}{2} x \right]; \\ \nu_1 = a_{01} + k \left[2a_{11}(t - x) + \frac{a_{01}}{2} t \right]; \\ \sigma_1 = -a_{01} + k \left[-2a_{11}(t - x) + \frac{a_{01}}{2} (x + 2t) \right]; \end{cases} \quad (2.16)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_2 &= 2b_{02} - 1 + k4b_{22}t; \nu_2 = k4b_{22}x; \\ \sigma_2 &= 2b_{02} - 1 + k[4b_{22} - (2b_{02} - 1)t]; \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Далее, подставляя (2.16), (2.17), (2.6), (2.7) в условия (1.6), (1.7), (1.8) с учетом (2.14) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях k , определяем неизвестные константы $a_{01}, a_{11}, b_{02}, b_{22}, z_1$ в виде

$$\begin{aligned} a_{01} &= -\frac{z_0 - b}{1 - z_0}; \quad b_{02} = \frac{b}{z_0} \sec \gamma; \\ a_{11} &= \frac{a_{01}}{4} \frac{1 + z_0}{1 - z_0} - \frac{z_1}{(1 - z_0)^2} (1 - a_{01}); \quad b_{22} = \frac{-z_1 b_{02}}{z_0 2} > 0; \\ z_1 &= \frac{\varphi_1(\varepsilon_1^{(0)}, \varepsilon_2^{(0)}, z_0, \gamma, \mu_*)}{\varphi_2(M, \gamma, \gamma_*, z_0, \varepsilon_2^{(0)})} < 0 \\ \varphi_2 &= 2 \left[M \cos \gamma (tg \gamma - tg \gamma_*) + (1 + tg \gamma_* tg \gamma) \cos \gamma + \frac{1 + z_0^2}{z_0} \frac{1 + \varepsilon_2^{(0)}}{2} \right] > 0; \\ \varphi_1 &= -\varepsilon_2^{(0)} + \varepsilon_1^{(0)} (1 + tg \gamma tg \gamma_*) \left(1 - \frac{1 + z_0^2}{2} \right) \cos \gamma < 0; \end{aligned} \quad (2.18)$$

Константа z_0 определяется из следующего уравнения

$$b \cdot \varphi_3 = \varphi_4 \quad (2.19)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varphi_3 &= z_0 tg \gamma_* \sin \gamma \cos \gamma + z_0^2 tg \gamma_* \sin \gamma + 1 + z_0 \cos^2 \gamma - z_0^2 \sin^2 \gamma; \\ \varphi_4 &= z_0 \cos \gamma + z_0^2 \cos^2 \gamma + z_0^2 tg \gamma_* \sin \gamma \cos \gamma; \end{aligned}$$

Как видно, решить уравнение (2.19) относительно z_0 не удобно, но оно легко разрешается относительно b и при заданном z_0 :

$$b = \varphi_4 \cdot \varphi_3^{-1} \quad (2.20)$$

Таким образом, определены все неизвестные коэффициенты, и основные параметры задачи $\varepsilon_1, \nu_1, \sigma_1, \varepsilon_2, \nu_2, \sigma_2$ выражаются формулами

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_1^0 + k \varepsilon_1^{(0)} \left\{ \left[\frac{1 + z_0}{4(1 - z_0)} + \frac{z_1}{(1 - z_0)^2} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_1^{(0)}} \right) \right] (t - x) - \frac{x}{2} \right\}; \\ \nu_1 &= \nu_1^0 + k \nu_1^{(0)} \left\{ \left[\frac{1 + z_0}{4(1 - z_0)} + \frac{z_1}{(1 - z_0)^2} \left(\frac{1}{\nu_1^{(0)}} - 1 \right) \right] (t - x) + \frac{t}{2} \right\}; \\ \sigma_1 &= \sigma_1^0 + k \sigma_1^{(0)} \left\{ \left[\frac{1 + z_0}{4(1 - z_0)} + \frac{z_1}{(1 - z_0)^2} \left(1 + \frac{1}{\sigma_1^{(0)}} \right) \right] (t - x) - \frac{x + 2t}{2} \right\}; \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= \varepsilon_2^{(0)} - k \frac{z_1}{z_0} (1 + \varepsilon_2^{(0)}) t; \quad \nu_2 = -k \frac{z_1}{z_0} (1 + \varepsilon_2^{(0)}) x > 0; (z_1 < 0); \\ \sigma_2 &= \sigma_2^{(0)} - k \left[\frac{z_1}{z_0} (1 + \varepsilon_2^{(0)}) + \varepsilon_2^{(0)} \right] t; \quad \nu_2 = 0;\end{aligned}\quad (2.22)$$

Из формулы (2.22) следует, что скорость частицы нити ν_2 в области $0 \leq x \leq x_*(t)$ равна нулю только в точке удара ($x=0$) и при $0 < x < x_*(t)$ растет по переменной x . Из формулы (2.18), (2.7) следует, что скорость фронта волны сильного разрыва в вязкоупругой нити меньше, чем в упругой нити.

Здесь $\sigma_2^{(0)} = \varepsilon_2^{(0)}$; $\sigma_1^{(0)} = \varepsilon_1^{(0)}$; $\varepsilon_1^{(0)}, \varepsilon_2^{(0)}, \nu_1^{(0)}, \nu_2^{(0)}$ деформации и скорость частиц линейно упругой нити. Если не учитывать вязкостные свойства материала нити, то из формулы решения линейно упругой задачи, они выражаются в виде.

$$\begin{aligned}\varepsilon_1^{(0)} &= \frac{z_0}{1 - z_0} \frac{1 - \cos \gamma - z_0^2 \cdot \alpha_2 \cdot 0,5 \sin 2\gamma}{1 + z_0 \cdot \alpha_1 \cdot \cos^2 \gamma - 0,5 \cdot z_0^2 \cdot \alpha_2 \cdot \sin 2\gamma}; \quad \sigma_1^{(0)} = \varepsilon_1^{(0)}; \\ \varepsilon_2^{(0)} &= z_0 \cos \gamma \frac{z_0 \cdot \alpha_2 \cdot \sin \gamma - \alpha_2 (1 - \cos \gamma)}{1 + z_0 \cdot \alpha_1 \cdot \cos^2 \gamma - 0,5 \cdot z_0^2 \cdot \alpha_2 \cdot \sin 2\gamma}; \quad \sigma_2^{(0)} = \varepsilon_2^{(0)}; \\ \nu_1^{(0)} &= -\varepsilon_1^{(0)}; \alpha_1 = 1 + \operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} \gamma_*; \quad \nu_2^{(0)} = 0, \alpha_2 = \operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \gamma_*\end{aligned}$$

§ 3. Теперь построим решение данной задачи с учетом обрыва нити. Для этого определяется $\max \sigma$ и эта величина приравнивается критическому (разрушающему) напряжению σ_{kp} . Здесь σ_{kp} - прочность на разрыв материала нити.

Исследуем обрыв вязкоупругой нити в случае когда на волне сильного разрыва (в точке излома В) имеет место условие (2.8)., т.е. условие (2.9). Из формулы (2.13) следует, что напряжение в точке удара ($x=0$) больше тем в области $0 < x \leq x_*(t)$. Поэтому предельное условие должно быть в качестве $\max \sigma$, это условие в точке удара ($x=0$) примет вид

$$2\varepsilon_2^{(0)}(1 - kt) = \sigma_{np}^{(a)} \quad (3.1)$$

Здесь $\sigma_{np}^{(b)} = \frac{\bar{\sigma}_{np}^{(a)}}{\rho \alpha_0^2}$; $\bar{\sigma}_{np}^{(a)}$ прочность на разрыв вязкоупругой нити,

$$2\varepsilon_2^{(0)} = 2\sigma_2^{(0)} = \sigma_{np}^{(y)}; \quad \sigma_{np}^{(y)} = \frac{\bar{\sigma}_{np}^{(y)}}{\rho \alpha_0^2};$$

где $\bar{\sigma}_{np}^{(y)}$ - прочность на разрыв упругой нити; $\varepsilon_2^{(0)}, \sigma_2^{(0)}$ выражаются формулами (2.13). Из формулы (3.1) получим

$$\sigma_{np}^{(y)}(1-kt) = \sigma_{np}^{(a)} \quad (3.2)$$

Из выражения (3.2) следует, что при $\sigma_{np}^{(y)} = \sigma_{np}^{(a)}$ вязкоупругая нить обрывается в точке удара в момент удара (рис. 2), а при $\sigma_{np}^{(y)} < \sigma_{np}^{(a)}$ нить не обрывается.

При $\sigma_{i0}^{(0)} > \sigma_{i0}^{(b)}$ вязкоупругая нить обрывается.

Для решения задачи с обрывом при $\gamma < 2\gamma_*$ нужно решить уравнение движения нити (1.9), (1.10) с условиями (1.6) – (1.8), (1.13), (2.14) и с учетом условия

$$\sigma_2(x, t) \Big|_{x=0} = 0 \quad (3.3)$$

учитывающим факт обрыва нити в точке удара $x = 0$.

Решение задачи в области облегания нити к щеке клина (рис.2) и в области перед точкой налегания B представляются в виде (2.2) – (2.5). Подставляя (2.2) – (2.5) в условиях (1.6) – (1.8), (1.13), (2.14), (3.3) с учетом (2.6), (2.7) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях k , определяем неизвестные константы $a_{01}, b_{01}, a_{11}, b_{11}, a_{02}, b_{02}, a_{22}, b_{22}, z_0, z_1$ в виде

$$b_{02} = 1 + a_{02}; \quad b_{22} = a_{22}; \quad a_{01} = -\frac{z_0 - b}{1 - z_0} = -\varepsilon_1^{(0)}; \quad (3.4)$$

$$2a_{02} + 1 = b \sec \gamma - z_0; \quad b_{01} = 0; \quad b_{11} = 0; \quad a_{11} = \frac{a_{01}}{4} \frac{1 + z_0}{1 - z_0} - \frac{1 - a_{01}}{(1 - z_0)^2} z_1;$$

$$b_{22} = -\frac{z_1}{(1 - z_0^2)} \frac{1}{2} + \frac{2a_{02} + 1}{8} \frac{1 - z_0^2}{1 - z_0^2};$$

$$b = z_0 \cos \gamma \frac{z_0 + \alpha_1 \cos \gamma}{z_0 + \alpha_1 \cdot \cos^2 \gamma - 0,5 \cdot \alpha_2 \cdot z_0 \cos 2\gamma}; \quad 2a_{02} + 1 = v_2^{(0)} \quad (3.5)$$

$$v_2^{(0)} = z_0 \cos \gamma \frac{(1 + \alpha_1)(1 - \cos \gamma) + \alpha_2 \cdot z_0 \sin \gamma}{z_0 + \alpha_1 \cdot \cos^2 \gamma + 0,5 \cdot \alpha_1 \cdot z_0 \cdot \sin 2\gamma} > 0; \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_1^{(0)} = \frac{z_0}{1 - z_0^2} \frac{\sin \gamma \left(\operatorname{tg} \gamma_* - \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right)}{(1 + \alpha_1)(1 + z_0) \cos \gamma} > 0; \quad (3.7)$$

$$\gamma < 2\gamma_*, v_1^{(0)} = -\varepsilon_1^{(0)}, \sigma_2^{(0)} = \varepsilon_2^{(0)} = 0$$

$$z_1 = -\frac{\psi_1}{\psi_2} < 0; \quad (3.8)$$

$$\psi_1 = (1 + \mu_* \operatorname{tg} \gamma) \varepsilon_1^{(0)} \cos \gamma + v_2^{(0)} z_0 \frac{1 - z_0^2}{1 + z_0^2} - \frac{\varepsilon_1^{(0)}}{2} [(1 - z_0^2) \mu_* \sin \gamma + \cos \gamma - z_0] \quad (3.9)$$

$$\psi_2 = 2 \left\{ v_0^2 + b \sin \gamma (\mu_* + \operatorname{tg} \gamma) + \varepsilon_1^{(0)} (1 - \mu_* \operatorname{tg} \gamma) \cos \gamma + \frac{1 + \varepsilon_1^{(0)}}{1 - z_0} (z_0 - \cos \gamma) - \frac{2z_0}{1 + z_0^2} \right\};$$

В области $x_*(t) \leq x \leq t$ деформация ε_1 , скорость частиц v_1 и напряжения σ_1 определяются в виде (2.16), но $a_{11}, \varepsilon_1^{(0)}, z_0, z_1$ выражаются формулами (3.4), (3.7), (3.5), (3.8) соответственно.

В области от точки обрыва ($x=0$) до фронта волны сильного разрыва ($0 \leq x \leq x_*(t)$) деформация ε_2 , скорость v_2 и напряжения σ_2 определяются в виде

$$\varepsilon_2 = \frac{k}{1 + z_0^2} (v_2^{(0)} - 2z_1)x; v_2 = v_2^{(0)} - \frac{k}{1 + z_0^2} (z_0 v_2^{(0)} + z_1)t; \quad (3.10)$$

$$\sigma_2 = \frac{k}{1 + z_0^2} (v_2^{(0)} - 2z_1)x;$$

Рис. 2.

Отметим, что при определении напряжения по формуле (1.1) функция e^{-kt} разложена в ряд Маклорена и ограничимся двумя членами этого разложения.

Из формулы (3.10) следует, что вязкоупругая нить за волной сильного разрыва деформация равна нулю только в точке ($x=0$) обрыва и принимают положительные значения в области $0 < x \leq x_*(t)$. Отметим что при линейно упругой задачи, в области облеганя ОВ (рис. 2) нить свободна от напряжений [2]

Список литературы

1. Рахматуллин Х.А., Демьянов Ю.А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. Физматиз. М., 1961, 399с.
2. Муталлимов Ш.М. Волновая динамика гибких связей. Издательство “Elm”, Баку, 2001, 267 с.