전자 없는 전자기학: 열적 홀 효과의 간단한 역사

DOI: 10.3938/PhiT.29.020

한 정 훈

Electromagnetism without Electrons: A Brief History of Thermal Hall Effect

Jung Hoon HAN

The past decade has witnessed the rise of the thermal Hall measurement as a sensitive probe of transport properties in solids. Experiments performed on a wide range of materials, such as magnetic insulators, spin ice, kagome spin liquids with both ferromagnetic and antiferromagnetic exchange interactions, a quantum paraelectric, and even high-Tc cuprates, showed the existence of thermal Hall transport phenomena caused by neutral excitations. There is little doubt that an era of electromagnetism without electrons has dawned. This review covers a brief and somewhat personal account of the theory and the experimental developments of the thermal Hall effect as a new discipline of condensed matter physics over the past decade.

들어가며

에드윈 홀(Edwin Hall, 1855-1938)이 존스 홉킨스 대학에 입학했을 때, 마침 유럽에서 그 당시 최신 학문이었던 전자기학을 공부하고 돌아온 로우랜드(Henry Rowland, 1848-1901) 교수가 학생들을 지도하고 있었다. 맥스웰이 그 당시 알려진 전자기학 이론을 집대성하여 역사상 가장 유명한 물리학 교과서 중 하나인 <A treatise on electricity and magnetism>을 1873년 출판한 직후였다. 홀은 로우랜드의 강의로 전자기학을 배우고 맥스웰의 책을 탐독하다가 문득 책의 한 구절에서 호기심이 발동했다.

저자약력

한정훈 교수는 미국 워싱턴 대학교 물리학 박사(응집 물리학 이론 전공)로서, 현재 성균관대학교 물리학과 교수로 재직 중이다. (hanjh@skku.edu)

"It must be carefully remembered, that the mechanical force which urges a conductor carrying a current across the lines of magnetic force, acts, not on the electric current, but on the conductor which carries it."

(<A treatise on electricity and magnetism>, Vol. II, p.144)

맥스웰은 전류가 흐르는 전선에 자기장을 가했을 때 그 전선이 한 쪽으로 굽는 현상을 자기장이 전선 자체에 힘을 주기 때문이라고 자신있게 해석했다. 반면 홀은 자기장이 전선 대신 움직이는 전하에 힘을 가해도 비슷한 현상이 벌어질 것이라는 생각을 했다. 만약 맥스웰이 틀리고 그의 생각이 맞다면 전압을 가한 방향뿐만 아니라 그 수직 방향으로도 전류가 흐를 것이다. 홀은 즉각 실험 방법을 고안하고 도구를 만들어서, 마침내 자기장과 전압 차이를 준 방향에 모두 수직인 제3의 방향으로 흐르는 전류의 존재를 밝혀냈다. 홀 효과의 발견이었다.^[1]

이미 로렌츠의 힘 방정식을 잘 알고 있는 현대의 물리학자들에게는 자명한 발견이겠지만, 에드윈 홀은 그런 방정식이 존재하기도 전에 그의 발견을 이루었다. 전자의 홀 효과는 열이 흐르는 방향이 바뀌는 "열적 홀 효과(thermal Hall effect, THE)"를 동시에 의미한다. 전자의 운동 궤도가 자기장의 영향으로 휘게 되면 전자의 운동 에너지와 전하량이 동시에 그 휘어진 방향으로 전달되는 것이라, 전기적 홀 효과와 열적 홀 효과는 동시에 일어나는 것이 자명하다. 한 걸음 더 나아가서 각 홀 효과의 크기를 나타내는 계수, 즉 σ_{xy} (전기적 홀 계수)와 κ_{xy} (열적 홀 계수) 사이에는 비더만-프란츠(Wiedemann-Franz) 관계식이 성립한다: $(\kappa_{xy}/T)/\sigma_{xy} \sim (k_B/e)^2$.

2009년, 혹은 2010년의 어느 학회장으로 기억한다. 학회 연사로 초청받은 일본의 나가오사(Naoto Nagaosa) 교수는 채 출판도 안 된 새로운 연구 결과를 짚막하게 소개했다. 마그논의 홀 효과(magnon Hall effect)에 대한 이론이었다. 10년도 넘는 사건이지만 지금도 그 때 필자가 느꼈던 기분을 기억한다. "이

REFERENCES

[1] Edwin Hall, American Journal of Mathematics 2, 287 (1879).

건 너무 쉽다!” 지금도 그 의견은 크게 변하지 않았다고 해도 좋다. 그러나 다른 측면에서 필자의 판단은 크게 틀렸다. 마그논 홀 효과는 상당히 의미 있는 발견이었다. 나가오사 교수의 논문 출판^[2] 이후 벌어진 응집 물리학 발전이 그렇게 말해준다. 일단 마그논 홀 효과란 무엇인지 간단히 살펴보자.

마그논 홀 효과

마그논을 한 마디로 정의하자면 정렬된 스핀의 “양자화된 떨림”이다. 어떤 자성체가 있다고 하자. 자석은 온도가 낮아지면 스핀이 스스로 정렬하는 물질이다. 논의의 편의상 스핀이 모두 한 방향으로 정렬한 강자성체를 설정해 본다. 온도가 유한한 환경이라면 정렬된 스핀은 약간의 떨림 운동을 한다. 정확하게 말하자면 세차 운동(precession)을 한다. 세차 운동의 방향은 시계 방향과 반시계 방향으로 구분할 수 있다. 시계 방향의 운동을 보존 소멸 연산자 b , 반시계 방향의 운동을 그에 상응하는 생성 연산자 b^+ 로 표현하는 잘 알려진 대응 방법, 즉 홀스타인-프리마코프(Holstein-Primakoff, HP) 방법이란 것이 있다. 이 수학적 조작을 통하면 정렬된 스핀이 떨리는 현상을 보존의 동역학 모델로 치환해서 표현할 수 있다. 가장 간단한 경우는 보존 해밀토니언이 아래와 같이 주어진다.

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} (b_i^+ b_j + b_j^+ b_i) \quad (1)$$

보존이 주어진 격자 위를 뛰어다니는 꼴이다. 여기서 말하는 격자점 i, j 는 물론 본래는 스핀이 거주하던 격자점과 동일하다. 스핀이란 변수 대신 보존의 성질을 띤 새로운 변수가 스핀의 떨림을 기술하는데 동원된다. 보존의 동역학 문제를 풀면 거꾸로 스핀의 동역학 문제가 풀린다. 응집 물리학 이론에서 종종 사용하는 준입자(quasiparticle) 기법의 대표적인 사례라고 할 수 있다.

위에서 도입한 해밀토니언에 등장하는 연산자가 보존이 아니라 페르미온이라면 어떨까? 페르미온 연산자를 c_i, c_i^+ 로 표시하면 해밀토니언은 $H = -t \sum_{\langle ij \rangle} (c_i^+ c_j + c_j^+ c_i)$, 이렇게 주어진다. 해밀토니언을 대각화하면 보존/페르미온 여부에 상관없이 동일한 에너지를 얻는다. 보존과 페르미온 사이의 궁극적인 차이는 어떤 물리량을 통계적 방법으로 계산할 때 페르미-디랙 통계를 쓰느냐, 보스-아인슈타인 통계를 쓰느냐에 있다. 하지만 이 통계적 절차를 무시한다면 페르미온의 거동이나 보존의 거동이나 매우 유사하다고 보아도 무방하다.

위에 등장한 해밀토니언에 따라 2차원 격자에서 움직이는 전자가 있다고 하자. 격자에 수직인 방향(z -방향)으로 자기장을 걸

면 어떻게 될까? 잘 알다시피 전자는 로렌츠 힘을 받는다. 양자 역학적으로 이 효과를 표시하는 방법도 잘 알려져 있다. 전자가 뛰어다니는 확률 진폭 $-t$ 가 복소수 확률 진폭으로 바뀐다.

$$H = -t \sum_{\langle ij \rangle} (c_i^+ c_j + c_j^+ c_i) \\ \rightarrow -t \sum_{\langle ij \rangle} (e^{iA_{ij}} c_i^+ c_j + e^{-iA_{ij}} c_j^+ c_i).$$

즉, 아로노프-봄(Aharonov-Bohm) 위상 효과가 들어온다. 이런 부류의 모델은 하퍼가 오래 전 제안했고, 호프스태터가 처음 컴퓨터로 풀어서 나비 모양의 에너지 띠 구조를 발견했고, 사울레스와 그 동료들이 천 숫자(Chern number)의 존재를 최초로 확인한 유명한 역사를 갖고 있다.

마그논은 전하가 없는 중성 입자니까 자기장을 걸어도 로렌츠 운동을 할 수 없다. 그런데, 이 자명해 보이는 상식을 깰 방법이 하나 있다. 자성체에서 스핀 하나가 인접한 격자점에 있는 스핀과 상호 작용하는 방법에는 여러 가지가 있다. 물론 가장 대표적이고 가장 오래 전부터 알려진 방법은 하이젠베르크 상호 작용이다. 이 상호 작용은 두 스핀 연산자 $\vec{S}_i, \vec{S}_j$ 에 대해서 $-J \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$ 형태로 작용한다. 강자성 정렬 현상을 설명하는 대표적인 모델이기도 하다. 좀 “덜 대칭적인” 격자 환경이라면 또 다른 종류의 상호 작용도 가능하다. Dzyaloshinskii-Moriya(DM) 상호 작용이 그 좋은 사례다: $\vec{D}_{ij} \cdot \vec{S}_i \times \vec{S}_j$, 두 스핀 벡터의 내적 대신 외적이 상호 작용을 결정한다. 여기서 상호 작용을 매개하는 변수는 하이젠베르크 상호 작용처럼 하나의 숫자로 주어지는 대신 벡터로 표현된다. DM 벡터로 알려진 $\vec{D}_{ij}$ 는 각 자성체 물질이 갖고 있는 결정 구조, 그리고 그 결정 구조에서 결여된 대칭성이 무엇인가에 따라 정해진다. 실제 물질이 보이는 $|\vec{D}_{ij}|$ 의 크기는 J 값보다 상당히 작다. 단적인 사례로 고온 초전도 현상을 보여주는 구리 산화물 자성체를 들 수 있다. CuO_2 평면에서 사각격자 형태로 배열된 스핀끼리 서로 상호작용하는 방식에는 두 가지가 있다. 하나는 반자성 하이젠베르크 상호 작용, 다른 하나는 DM 상호 작용이다. 이미 고온 초전도체 연구 초창기부터 잘 알려진 사실이다. 막상 고온 초전도체에 대한 실험 결과를 분석할 때는 DM 상호 작용의 효과를 무시한다. 존재하긴 하지만 무시해도 좋을 만큼 작은 효과만 주는 상호 작용이다.

그런 지적 환경에서 쭉 공부해 온 필자에게 나가오사의 발표가 무척이나 낯설었던 이유는 이렇다. 만약 어떤 강자성체에

REFERENCES

- [2] Hosho Katsura, Naoto Nagaosa and Patrick A. Lee, Phys. Rev. Lett. **104**, 066403 (2010).

하이젠베르크 상호 작용뿐만 아니라 DM 상호 작용까지 있다고 해보자. 그럼 이때 HP 변환을 통해 등장하는 마그논 해밀토니언은 어떤 모습일까? 그 대답은 단순한 계산을 통해 얻을 수 있다. DM 상호 작용은 정확히 아로노프-봄 위상의 효과를 마그논에게 준다. 전자의 경우 아로노프-봄 인자가 외부 자기장의 크기에 비례한다. 마그논의 경우는 $A_{ij} \sim D/J$, 즉 DM 상호 작용의 크기가 자기장의 크기 역할을 한다. DM 상호 작용은 마그논의 운동을 휘게 만든다.

나가오사가 예측한 효과를 한 마디로 표현하자면 “전자 없는 홀 효과”다. 전하가 없는 마그논이란 준입자는 자기장 대신 DM 상호 작용을 마치 자기장인 것처럼 인식하고는 휘어진 궤도를 따라 움직인다. 그럼, 이제 이런 기막힌 효과를 어떻게 관측할 수 있을까 고민할 차례다. 휘어진 궤도를 따라 움직이는 준입자는 반드시 에너지를 그 휘어진 방향으로 전달한다. 어떤 납작한 고체 물질이 있다고 하고, 이 물질의 x-방향으로 온도 차이를 주면 뜻하지 않게 y-방향으로 온도 차이가 유도된다. 왜 그럴까? 열역학적 원리에 따르면 y-방향으로 온도 차이가 유도된다는 건 그 방향으로의 열 흐름이 유도되었다는 의미다. 즉 열적 홀계수 κ_{xy} 가 유한한 값을 가져야 한다. 나가오사의 단순하지만 의미심장한 예언이 출판됐던 것과 같은 해, 동경대학교 도쿠라 연구실에서는 정확히 그 이론이 예측한 마그논 홀 효과를 실제 강자성 물질에서 관측했다.^[3] 보기 드문 이론-실험 호응의 사례로 기억한다.

“전자 없는 전자기학”의 시대

마그논 홀 효과 이론에 대한 즉각적인 실험적 검증이 이루어졌지만, 막상 응집 물리학계에서 이 새로운 발견에 열광하는 모습을 본 기억이 없다. 그래핀과 위상 절연체 연구가 학계를 지배하던 시기였기 때문이었을까? 한층 더 흥미로운 점은 마그논 홀 효과가 발견되기 몇 년 전 이미 포논의 열적 홀 효과가 발견되었다는 사실이다. 터비움(Tb) 원자를 기반으로 한 $Tb_3Ga_5O_{12}$ 에서 x-방향으로 온도 차이를 ΔT_x 만큼 주었을 때 y-방향으로 온도 차이 ΔT_y 가 유도된다는 사실이 2005년 발표됐다.^[4] 마그논 홀 효과와 다른 점이 있다면, 포논 홀 효과의 크기가 자기장 세기에 비례해서 증가한다는 점이었다: $\kappa_{xy} \propto B$.

포논은 이온의 떨림이다. 하지만 이온이 움직이면서 그 주변의 전자도 함께 이동한다. 따라서 이온의 떨림은 전하 밀도의 변화를 거의 수반하지 않는다. 그런 의미에서 포논은 중성적인 준입자다. 하지만 홀 효과를 준다. 전하가 없는 준입자인 포논이 자기장의 존재를 어떻게 감지하고 반응해서 홀 효과를 보일까 하는 점을 이론적으로 해결해야 한다. 그 답변은 잠시 후

에 $SrTiO_3$ 에서 발견된 포논 홀 효과를 소개한 뒤 한꺼번에 하기로 하자. 일단, 포논이 보이는 홀 효과도 마그논 홀 효과와 마찬가지로 “전자 없는 전자기학”의 한 형태라는 점에서는 이견이 없을 것이다.

2010년 도쿠라 연구실에서 거둔 다른 중요한 업적은 박막 자성체에서의 스커미온 격자 구조 관찰이었다.^[5] 박막 스커미온에 대한 관찰이 이루어진 직후 곧 몇 가지 간단하고 중요한 이론이 만들어졌다. 그 중 하나는 자유 전자가 스커미온을 자기장 다발, 즉 자속(magnetic flux)으로 인식한다는 이론적 발견이었다.^[6] 강자성체 금속 물질이 있다고 하자. 그리고 그 강자성체의 자화 구조가 우연히 스커미온 모양을 하고 있다고 하자. 이런 물질에 전극을 달아 전압차를 주면, 전류가 전압차 방향으로 흐를 뿐 아니라(마치 자기장을 느끼는 전자처럼) 그 수직 방향으로도 흐른다. 금속을 따라 흐르는 전자는 스커미온 하나를 $\Phi_0 = h/e$ 라는 양자화된 자기장 다발로 인식한다. 스커미온 자화 구조가 형성된 금속 자성체 물질이라면 굳이 외부에서 자기장을 걸어주지 않더라도 홀 효과를 관측할 수 있다. 이때의 홀 효과는 물론 전자에 의한 홀 전류가 흐른다는 것을 의미한다. 비록 측정 방법은 전통적인 홀 효과와 같지만, 외부 자기장이 아닌 스커미온이란 스핀 구조가 전자에게 자기장과 똑같은 효과를 부여한다는 의미에서 여전히 “전자 없는 전자기학”의 한 사례라고 말할 수 있다. 이런 현상을 위상학적 홀 효과(topological Hall effect, THE)라고 부른다. 우연의 일치지만 열적 홀 효과(thermal Hall effect, THE)도 같은 영어 약자로 표현된다.

만약 대상이 금속 자성체가 아닌 절연 자성체라면 상황이 많이 달라진다. 전류를 전달할 자유 전자는 더 이상 존재하지 않는다. 그러나 마그논은 여전히 존재한다. 절연 자성체의 양 끝에 전압 차이 대신 온도 차이를 준다. 열역학 법칙에 따라 열이 한 쪽에서 다른 쪽으로 흐른다. 그런데 이 자성체가 스커미온 구조를 만들고 있는 경우라면 어떨까? 이번엔 온도 차이를 준 방향에 수직인 방향으로도 열이 흐른다. 마그논이 매개체가 된 열적 홀 효과가 유도된다. 마그논 역시 스커미온을 일종의 자속으로 인식한다. 마그논은 스커미온 하나하나를 $2\Phi_0 = 2h/e$ 로 양자화된 자속으로 인식한다.^[7,8]

REFERENCES

- [3] Y. Onose *et al.*, Science **329**, 297 (2010).
- [4] C. Strohm, G. L. J. A. Rikken and P. Wyder, Phys. Rev. Lett. **95**, 155901 (2005).
- [5] X. Z. Yu *et al.*, Nature **465**, 901 (2010).
- [6] Jiadong Zang, Maxim Mostovoy, Jung Hoon Han and Naoto Nagaosa, Phys. Rev. Lett. **107**, 136804 (2011).
- [7] L. Kong and J. Zang, Phys. Rev. Lett. **111**, 067203 (2013).
- [8] Jung Hoon Han, *Skyrmions in condensed matter* (Springer, 2017).

예리한 독자라면 순수한 자성체의 떨림인 마그논이 어떻게 전자의 전하량 e 을 인지하고 $2\Phi_0 = 2h/e$ 로 양자화된 자속 값을 느낄 수 있을까 궁금해 할 것이다. 여기에 대해서는 간단한 대답을 할 수 있다. 자기장이 있을 때의 운동량 연산자는 다음과 같은 변환을 겪는다:

$$\vec{p} \rightarrow \vec{p} + e\vec{A} = -i\hbar\nabla + e\vec{A} = \hbar[-i\nabla + (e/\hbar)\vec{A}].$$

여기서 한 번 더 상상력을 발휘해서 $(e/\hbar)\vec{A} \equiv \vec{a}$ 라는 새로운 벡터 포텐셜을 정의해보자. $e/\hbar$ 라는 물리적 단위를 새로운 벡터 포텐셜 $\vec{a}$ 의 정의 속으로 흡수해 버린 셈이다. 벡터 포텐셜을 선적분한 양, 즉 자속값이 양자화되어야 한다는 조건을 $\vec{a}$ 라는 새로운 벡터 포텐셜 관점에서 다시 써보면 $\oint \vec{a} \cdot d\vec{r} = 2\pi$ 가 된다. 이제 이 공식 어디에도 $e/\hbar$ 라는 물리량은 등장하지 않는다. 만약 어떤 준입자가 있고, 그 준입자의 거동을 지배하는 해밀토니언이 $H = \frac{J}{2}(-i\nabla + 2\vec{a})^2 + \dots$ 라면 어떨까? 이 입자의 거동은 “실제 자기장”을 지나가는 “실제 전자”의 거동과 완벽하게 똑같다. 동일한 방정식을 만족하니 그럴 수밖에 없다. 마그논이 스커미온과 상호작용하는 방식이 바로 이렇다. 스커미온은 마그논 동역학 방정식에서 새로운 종류의 벡터 포텐셜로 작용한다. 만약 스커미온 물질계의 열 흐름을 세밀하게 측정할 수 있다면 마그논이 매개하는 열적 홀 효과를 관측할 수 있어야 한다. 흥미롭게도 아직 이런 현상을 관찰했다는 보고가 없다.

양자 스핀 액체의 열적 홀 효과

마그논 홀 효과는 잘 정렬된 자성체가 보여주는 열적 홀 효과다. 이번에는 정렬되지 않은 무질서한 자성체, 즉 스핀 액체 상태에서의 열적 홀 효과를 다룰 차례다. 스핀 액상이 보이는 열적 홀 효과 측정은 프린스턴 대학교의 웅(Phuan Ong) 연구실에서 시작했다. 2014년 무렵, 웅 연구실과 MIT의 Young Lee 연구실의 공동 노력으로 Cu(1,3-bdc)란 2차원 강자성 물질에서 열적 홀 효과를 측정하는 데 성공한다.^[9] 이 물질은 1.8 K의 극히 낮은 온도에서 강자성 정렬을 보이는 자성 절연체다. 2차원 카고메 격자를 수직으로 쌓은 사실상 2차원 물질계였고, 절연체였으므로 자유 전자에 의한 열적 홀 효과를 배제하면서 스핀의 열 수송 현상을 탐색하기에 안성맞춤인 물질이었다.

이 물질에서 발견된 열적 홀 효과를 기존의 마그논 홀 효과로 해석하기엔 조금 애매한 면이 있었다. 우선 상전이 온도 1.8 K보다 몇 배 높은 온도에서도 계속 홀 효과가 관측됐다. 마그논은 이미 잘 정렬된 자성 상태를 가정했을 때만 그 존재를 제대로 정의할 수 있다. 상전이 온도보다 몇 배나 높은 온

도라면 이미 자성체로서의 정렬은 다 깨져버린 뒤라 마그논이란 개체를 거론하는 것조차 애매한 상황이었다.

웅 연구실에서 측정한 열적 홀 효과는 비단 2차원 자성체에 국한된 것이 아니었다. 스핀 얼음(spin ice) 물질로 잘 알려진 Tb₂Ti₂O₇이란 3차원 절연 자성체가 있다. 스핀끼리의 상호 작용이 짝떨 때는 효과 때문에 아무리 낮은 온도까지 내려가도 자성체로서의 정렬을 하지 못하는 물질인데, 바로 여기서 열적 홀 효과가 발견되었다.^[10] 스핀 얼음 물질에서 열을 매개하는 준입자는 무엇인가, 그 준입자의 홀 운동을 일으키는 동력은 무엇인가, 이런 중요하고 당연한 질문에 대한 명쾌한 답변을 아직 보지 못했다.

열적 홀 효과에 대한 관심을 극적인 단계로 끌어올린 것은 교토 대학의 마츠다(Yuji Matsuda) 연구실에서 수행한 α -RuCl₃의 열적 홀 전도도 측정이었다.^[11] 키타에프 물질로도 잘 알려진 이 절연체에서 키타에프가 예측한 대로 어떤 특정한 값, 정확히 말하자면 $\kappa_{xy}/T = (1/2)(\pi/6)k_B^2/\hbar$ 에 해당하는 열적 홀 계수가 관측되었다. 이 실험 결과를 액면 그대로 믿는다면 이 물질에서 열적 수송을 담당하는 준입자는 마요라나 페르미온이다. 1930년대 마요라나(Ettore Majorana)가 우주의 기본 입자의 하나로 제안한 마요라나 입자가 막상 우주 공간이 아닌 고체 덩어리 속에서 발견된 셈이다. 천재로 알려진 마요라나였지만, 그가 제안한 입자가 고체의 열전도도 측정을 통해서 발견될 수 있을 것이란 생각까지 과연 그가 했을까 궁금하다.

마요라나 입자의 간접적인 근거가 될 만한 열적 홀 효과 측정만큼 관심을 끌지는 못했지만, 그 나름대로 의미 있는 실험 결과가 같은 해에 발표됐다.^[12] 이번에는 동경대 ISSP(The Institute for Solid State Physic)에 있는 야마시타(Minoru Yamashita) 교수 연구실에서 수행한 실험인데, 2차원 카고메 격자 구조의 반자성체가 그 대상이었다. 전통적으로 카고메 격자의 반자성체는 그 격자 구조의 특이함 때문에 스핀이 정렬을 하지 못한 채 극저온까지 온도를 내려도 여전히 상자성 상태로 남아 있는 것으로 유명하다. 양자 스핀 액체라고 불리는 이런 스핀 액상에서도 열적 홀 효과가 발견될 수 있을까 하는 건 학술적으로 중요한 질문이었다. Ca-Kapellasite(Ca-K)라고 불리는 물질에서는 스핀의 상자성 상태가 극히 낮은 온도까지 지속되고, 따라서 거의 모든 온도 영역에서 스핀 액체 상태에

REFERENCES

- [9] M. Hirschberger, R. Chisnell, Y. S. Lee and N. P. Ong, Phys. Rev. Lett. **115**, 106603 (2015).
- [10] M. Hirschberger, J. W. Krizan, R. J. Cava and N. P. Ong, Science **348**, 106 (2015).
- [11] Y. Kasahara *et al.*, Nature **559**, 227 (2018).
- [12] H. Doki *et al.*, Phys. Rev. Lett. **121**, 097203 (2018).

있다고 보아도 좋다. 마침 이런 스핀 액상에서 열적 홀 효과가 관측되었다. Ca-K에서 인접한 격자점에 있는 스핀끼리의 상호 작용은 반자성 교환 방법으로 이루어진다. 반자성 교환 상호작용하는 스핀계를 다루는 가장 현실적인 이론으로 슈빙거 보손(Schwinger boson) 방법이란 것이 있다. 마침 실험을 했던 동경대 ISSP 같은 건물에는 응집물리 이론 연구를 하던 이현용 박사가 있었다. 이 박사의 슈빙거 보손 계산은 전 온도 구간에서 놀라울 정도로 실험 결과와 잘 맞았다. 뿐만 아니라 Ca-K가 아닌 다른 카고메 반자성 스핀 교환 물질에서 이전에 관측됐던 열적 홀 효과 결과마저도 동일한 그래프 위에 겹쳐 그릴 수 있었다. 이른바 스케일링(scaling) 현상을 관측한 것이다.

2차원 열적 홀 계수는 그 기본 단위가 $\kappa_{xy}/T \propto k_B^2/\hbar$ 로 주어진다. 볼츠만 상수와 플랑크 상수의 조합인 $k_B^2/\hbar$ 가 이미 열적 홀 계수와 동일한 물리적 차원을 갖는다. 따라서 홀 계수를 계산하는 어떤 이론이든 상관없이 $k_B^2/\hbar$ 에 적당한 (무차원의) 숫자를 곱한 꼴로 답을 표현할 수밖에 없다. 게다가 DM 상호 작용과 제이만(Zeeman) 상호 작용이 모두 열적 홀 효과를 유도하는데 필수적 조건이란 사실을 이미 실험 결과로부터 알고 있었다. 따라서, 우리에게 허용된 유일한 공식의 꼴은

$$\frac{\kappa_{xy}}{T} = \frac{k_B^2}{\hbar} \cdot \frac{D}{J} \cdot \frac{B}{J} \cdot f\left(\frac{k_B T}{J}\right)$$

이다. 이 식의 마지막에 등장하는 $f(k_B T/J)$ 를 스케일링 함수라고 부른다. 서로 다른 물질은 제작각의 J, D 값을 갖는다. 그럼에도 불구하고 이런 물질 의존적인 상수 값을 위의 공식이 제시하는 방식대로 처리해 주면 여러 물질에서 측정한 열적 홀 계수가 하나의 곡선, 즉 $f(k_B T/J)$ 라는 함수 꼴 위에 모두 겹친다.

포논 홀 효과의 귀환

위에서 언급한 Ca-K 스핀 액체의 열적 홀 효과를 이해하려고 필자가 이현용 박사와 한참 분투하던 시기에 전혀 다른 물질에서도 열적 홀 효과가 발견됐다. 고온 초전도체의 어미 물질(parent compound)적인 La_2CuO_4 가 그 주인공이었다. La_2CuO_4 는 아주 잘 알려진 사각 격자 구조의 반자성체다. 이렇게 스핀이 잘 정렬된 물질이라면 마그논 역시 잘 정의되어 있어야 하고, 따라서 마그논이 열을 전달하는 매개체가 될 것이란 기대를 할 수 있다. 그러나 이런 간단하고 자명한 기대는 실험 결과를 설명할 수 없었다. 캐나다의 고온 초전도체 전문가 타이페르(Louis Taillefer) 연구실에서 측정한 열적 홀 전도도는 자기장의 세기에 거의 정확히 비례해서 증가하는 양상을 띠고 있었다. 반면 마그논의 에너지 간극 Δ 는 제이만 에너지

에 비례하기 때문에 ($\Delta \sim B$) 자기장이 세면 에너지 간극도 그만큼 커져야 한다. 에너지 간극을 갖는 마그논 입자를 만들어 내려면 그만큼의 열적 에너지 $k_B T \sim \Delta$ 를 제공해주어야 한다. 이런 조건에서는 마그논이 전달하는 열의 양이 도저히 자기장 세기에 비례할 수 없다.

2014년 필자의 MIT 안식년 기간 동안 열적 홀 효과 논문^[14]을 함께 쓴 인연으로 이번에도 패트릭 리(Patrick A. Lee) 교수와 함께 고온 초전도체의 열적 홀 효과 문제를 이해해보려고 많은 고민을 했지만 결과적으로는 헛수고였다. 우여곡절 끝에 완성하고 출판한 논문^[15]에서 “만약에 스핀온(spinon)이 존재한다면..”이란 가설을 토대로 한 가지 모델을 제시하긴 했지만(그리고 실제 실험 결과와도 비슷한 열적 홀 계수 그래프를 얻었지만) 오히려 답(실험 결과)이 이미 알려져 있을 때 그 답을 잘 맞히는, 그렇지만 사실상 틀린 이론을 만들기가 얼마나 쉬운지를 반증하는 논문이라고 보는 게 맞았다.

마침 필자의 논문이 완성되어 갈 무렵 유럽의 열전도도 측정 전문가 베니아(Kamran Behnia) 박사가 서울대 IBS를 일주일간 방문해서 고체의 열전도 현상에 대한 멋진 강의를 해주었다. 베니아 박사에게 고온 초전도체에서 관측된 열적 홀 현상을 언급하면서 필자가 만든 스핀온 모델을 언급해 보았다. 어떤 반응을 보일까 궁금했다. 설명이 끝나기도 전에 베니아는 다급하고 통명스런 말투로 “Why not phonons?”라고 반문했다. 필자로서는 이해할 수 없는 반응이었다. 고온 초전도 물질에서 포논이 어떤 중요한 역할을 할 수 있을 것이란 생각은 전혀 해 본 적이 없었다. 고온 초전도체는 매우 “특별한” 물질이었고 포논은 매우 “평범한” 준입자였다. 고온 초전도체 현상을 설명하려면 매우 기이한(exotic) 원리가 작동해야만 했다. 그런데 겨우 포논이라니?

그 대화가 이루어질 당시에는 몰랐지만, 사실 베니아는 전혀 다른 물질에서 열적 홀 효과를 이미 관측했고, 논문을 준비하고 있었다.(그의 자신감 뒤에는 나름대로의 계획이 있었다!) 이번에는 SrTiO_3 가 그 주인공이었다. SrTiO_3 는 유난히도 큰 유전 상수 값을 자랑하는 물질이다. 유전체로의 상전이를 할 듯 말 듯 한 양자 임계점 부근에 있는 상유전체 물질이라는 의미로 양자 상유전체(quantum paraelectric)라고도 부른다. 이 물질에 대한 이론적 관심은 주로 거대한 유전 상수 값의 원인에 집중되어 왔다. 뜻밖에도 이 물질에 자기장을 가했더니

REFERENCES

- [13] G. Grissonnache *et al.*, Nature **571**, 376 (2019).
- [14] H. Y. Lee, J. H. Han and P. A. Lee, Phys. Rev. B **91**, 125413 (2015).
- [15] J. H. Han, J. H. Park and P. A. Lee, Phys. Rev. B **99**, 205157 (2019).

열적 홀 효과가 관측된 것이다.^[16]

베니아 박사가 SrTiO_3 의 열적 홀 효과의 원인이 포논이라고 자신 있게 결론내린 근거는 놀라울 정도로 단순하다. 열전도 실험에서는 두 가지 양을 측정한다: κ_{xx} , κ_{xy} , 이 중에서 온도 차이를 준 방향으로 흐르는 열의 양을 나타내는 κ_{xx} 에는 포논이 지배적으로 기여한다는 사실이 잘 알려져 있다. 포논에 의한 열전도도는 일정한 온도까지는 빠르게 상승하다가 어떤 온도에서 정점을 찍고 다시 감소하는 추세를 보인다. 온도가 높아지면 포논과 포논 사이의 산란이 심해지면서 에너지 손실이 많아지기 때문이다. 베니아의 실험에 따르면 두 열전도도 값 κ_{xx} , κ_{xy} 모두 거의 같은 온도에서 최댓값을 보인 뒤 다시 감소한다. 포논이 아닌 다른 매개체가 열적 홀 효과를 주도했다면 어떻게 포논이 주도하는 κ_{xx} 의 온도 의존성을 그대로 따라갈 수 있겠는가? 포논이 κ_{xx} , κ_{xy} 양쪽 모두를 지배하고 있다는 사실은 적어도 이 물질에서는 반론의 여지가 없어 보인다.

한층 더 충격적인 보고는 타이퍼 연구실에서 나왔다.^[17] 불과 일 년 전만 하더라도 고온 초전도체 물질의 열적 홀 효과 원인을 스핀 상호 작용에서 찾고자 했었는데, 막상 새로운 실험을 해보니 구리 산화물 역시 포논이 열적 홀 효과의 원인이었다는 주장을 담은 논문이었다. 논문의 제목부터 파격적이다: “Phonons become chiral in the pseudogap phase of cuprates”. 일단 이 논문에서 보고한 새로운 실험의 내용이란 게 지극히 단순하면서도 파격적이었다. 구리 산화물은 CuO_2 평면이 층층이 쌓여 있는 층상 물질이다. 이런 물질에 대해 열 수송 현상 실험을 하려면 흔히 CuO_2 평면의 한 방향, 가령 x-방향을 골라 온도 차이를 주고 평면의 다른 방향, 즉 y-방향으로 흐르는 열의 양을 측정한다. 이 측정 과정에서 자기장은 물론 CuO_2 평면에 수직인 z-방향으로 걸려 있다. 이런 실험을 통해서 홀 전도도 κ_{xy} 가 얻어진다. 물론 적층 방향인 z-방향으로 온도 차이를 주고, 자기장은 x-방향으로 걸어준 상태에서 y-방향으로 흐르는 열을 측정해 κ_{xz} 값을 얻을 수도 있다. 그러나 층상 물질에서는 평면 안에서 흐르는 열이나 전류의 양이 평면에 수직 방향으로 흐르는 열이나 전류에 비해 상당히 클 것이라 게 일반적인 예상이고, 고온 초전도체의 물성은 CuO_2 평면이란 2차원적 구조가 지배한다는 게 학계의 아주 오래된 상식이었다. 타이퍼 연구진은 이런 상식을 깨고 자기장의 방향과 온도 차이를 주는 방향을 뒤집었고, κ_{xz} 를 얻는데 성공했다. 그리고 놀랍게도 거의 완벽하게 등방적인 결과, $\kappa_{xy} \approx \kappa_{xz}$ 를 얻었다. 같은 온도, 같은 크기의 자기장이 주어진 환경이라면 열 흐름은 고온 초전도체 물질에서 등방적으로 일어난다는 게 결론이다. 만약 CuO_2 평면에서 주로 벌어지는 스핀의 떨림이 홀 전도를 주도했다면 이런 등방성은 도저히 일어날 수 없다. 스핀의 동역학은 매

우 비등방적이고 2차원적이란 사실은 이미 오래 전부터 검증된 바였다. 고체의 열 수송을 매개하는 준입자 중 3차원적인 등방성을 가장 잘 보여주는 매체는 역시 포논이다.

타이퍼의 충격적인 논문이 올 3월 등장했을 무렵, 필자는 코비드 사태로 집에 격리된 채 동경대 아마시타 연구진과 또 다른 열적 홀 효과 실험을 해석하는 일로 분주했다. 2018년에 발표했던 실험은 Ca-Kapellasite가 그 대상이었는데 이번엔 Ca를 Cd로 치환한 Cd-K에 대한 실험이었다. 처음엔 실험 결과의 모든 측면이 다 친숙해 보였다. 앞서 언급한 스케일링 현상도 Cd-K에서 변함없이 보였다. 다만 마음에 걸리는 점 하나가 있다면 실험 결과를 스케일링 함수에 맞출 때 사용하는 D/J 값이 Cd-K의 경우에는 0.5를 넘어 거의 1에 근접한다는 점이었다. 어떤 고체의 DM 상호 작용 크기가 하이젠베르크 상호 작용만큼 크다는 건 상상할 수 없는 상황이다. 2018년, Ca-K의 열적 홀 효과 실험 결과를 이론에 맞출 때는 $D/J \approx 0.15$ 정도의 값을 이용하면 충분했다. 그러나 $D/J \approx 0.6$ 이러니! 비록, 이 값을 역지로 사용하면 슈빙거 보존 이론으로 계산한 스케일링 함수가 여전히 Cd-K의 열적 홀 효과 실험 결과를 “설명”하긴 했지만, 대단히 비현실적인 설명이라고 볼 수밖에 없었다. 슈빙거 보존 이론이 가정하는 스핀의 떨림 말고 다른 매개체가 열전도를 담당하고 있어야만 했다.

이 무렵 필자는 SrTiO_3 와 구리 산화물에서의 포논 홀 효과 실험 결과에 이미 압도당한 상태였다. 비록 Cd-K가 양자 스핀 액상을 보이는 물질이긴 했지만 포논의 효과를 완전히 무시할 수 있을까 의심이 들기 시작했다. 베니아가 그의 논문에서 명료하게 제시했던 대로 κ_{xx} , κ_{xy} 의 온도 의존성을 같은 그래프에 그려보는 게 현명한 선택지였다. 아니나 다를까, Cd-K에서도 두 곡선은 거의 같은 온도에서 최댓값을 주는 것이었다! 이 물질에서도 포논이 작동하고 있었다.^[18] 다시 말하면, 이 물질이 보이는 열적 홀 계수는 두 개의 항으로 나누어 볼 수 있다:

$$\kappa_{xy} = \kappa_{xy}^{\text{spin}} + \kappa_{xy}^{\text{phonon}}$$

여기까지가 이 논문에서 도달한 결론이다. 아직 적절한 모델과 이론을 만들지 못했기 때문에 각각의 자유도(스핀과 포논)가 얼마만큼 열전도에 기여하는지 정량적으로 파악하지 못하고 있다.

REFERENCES

- [16] X. Li, B. Fauque, Z. Zhu and K. Behnia, Phys. Rev. Lett. **124**, 105901 (2020).
- [17] G. Grissonnanche *et al.*, “Phonons become chiral in the pseudogap phase of cuprates”, arXiv:2003.00111 (2020).
- [18] M. Akazakwa *et al.*, “Thermal Hall effect of spins and phonons in Kagome antiferromagnet Cd-Kapellasite”, arXiv:2006.02073 (2020).

포논 홀 효과 이론

전혀 유사성이라고는 없어 보이는 세 물질, 즉 양자 상유전체, 고온 초전도체, 스핀 액체에서 모두 포논이 열적 홀 현상에 지배적으로 참여한다는 점이 확인됐다. 이 중 고온 초전도체에서 보인 결과 $\kappa_{xy} \approx \kappa_{xz}$ 는 너무나 충격적이라서 어떤 이론이나 모델을 세워보려는 시도도 여지없이 좌절시킨다. 그 동안 무수히 많은 실험을 통해 고온 초전도체 물질의 물성을 충분히 알고 있었다고 믿었는데, 그것마저 착각이었구나 이런 생각마저 든다. 패트릭 리 교수와 이런 농담을 주고받았다. “실험이 틀렸다. 그게 가장 유력한 이론이다.” 시간을 두고 지켜볼 일이다.

SrTiO₃에 대한 열적 홀 효과 이론은 이미 한 편이 출판된 상태다.^[19] 논문의 핵심은 하나의 식으로 표현할 수 있다. 이 물질에서는 다음과 같은 꼴의 상호 작용이 지배적인 역할을 한다:

$$L \sim \vec{B} \cdot (\vec{u} \times \partial_t \vec{u})$$

라그랑지안 형태로 표현한 이 상호 작용에서는 포논의 변위 벡터 $\vec{u}$ 와 그의 시간 미분이 벡터곱 형태로 등장한다. 만약, 이런 상호 작용이 눈에 익는다 싶어도 전혀 무리가 아니다. 외부 자기장의 영향을 받는 전하의 라그랑지안을 어떻게 쓰는가를 잠시 생각해 보자. 정확히 똑같은 꼴로 주어진다.

$$L_{AB} \sim \vec{B} \cdot (\vec{r} \times \partial_t \vec{r})$$

여기서 $\vec{r} = (x, y, z)$ 은 전하의 위치 벡터를 말한다. 다른 아닌 아로노프-봄 효과를 주는 라그랑지안의 표현이다. 사실상 동일한 항이 포논의 동역학에도 등장하고, 그 덕분에 포논이 홀 효과를 보인다는 게^[19] 논문의 핵심이다.

포논은 우편광과 좌편광 포논으로 구분해서 논의할 수 있는데 보통 두 종류의 포논은 같은 에너지를 갖는다. 비유하자면 어떤 입자가 중심력을 받아 원운동을 할 때, 시계 방향의 원운동이나 시계 반대 방향의 원운동이나 같은 주기로 원운동하는 것과 비슷한 이치다. 하지만 원운동하는 입자가 전하를 띠고 있고, 외부에서 자기장을 원운동하는 평면에 수직 방향으로 걸어 준 상태라면 더 이상 두 방향의 원운동은 동일한 주기로 이루어지지 않는다. 자기장의 방향에 따라서 시계 방향의 원운동이 반시계 방향의 원운동에 비해 더 빨라지기도 하고 느려지기도 한다. 유사한 일이 포논의 동역학에서도 벌어진다. 두 종류의 카이랄 포논은 더 이상 동일한 주파수, 혹은 에너지 값을 갖지 않는다. 이런 카이랄 대칭성 붕괴가 일어나면 포논의 홀 효과는 자동적으로 따라 일어난다.

독자들의 편의를 위해 논의를 상당히 단순화시킨 면이 있긴 하지만, 위에서 묘사한 원리는 기본적으로 포논 홀 효과에 대한 이론 전반에 유효하다. 2005년 포논 홀 효과가 처음

Tb₃Ga₅O₁₂에서 관측되었을 때 곧바로 등장한 이론이 있었는데, 이 이론 역시 유사한 논리를 따르고 있다.^[20] 편의상 Tb 같은 전이 금속 원자를 논의의 출발점으로 두자! 전이 금속 원자의 스핀 $\vec{S}$ 와 그 원자의 변위 벡터 $\vec{u}$ 를 이용해서 다음과 같은 상호 작용을 (이론적으로) 만들어 낼 수 있다.

$$L \sim \vec{S} \cdot (\vec{u} \times \partial_t \vec{u})$$

외부에서 자기장을 가하면 스핀은 분극된다. 따라서 스핀 연산자를 그에 대한 기대치로 바꿀 수 있다. $\vec{S} \rightarrow \langle \vec{S} \rangle \propto \vec{B}$. 간단한 치환 과정을 통해 $\vec{B} \cdot (\vec{u} \times \partial_t \vec{u})$ 형태의 상호 작용을 다시 한 번 얻을 수 있다. 2020년, SrTiO₃의 포논 홀 효과를 설명하기 위해 등장한 이론은 사실상 이보다 15년 앞서 Tb₃Ga₅O₁₂의 포논 홀 효과를 설명하기 위해 만들어진 이론에서 그 모태를 찾을 수 있다.

이제부터는 치열한 현실성 검증이 따라와야 한다. 이론가에게는 존재 가능한 상호 작용을 종이 위에 적을 자유가 얼마든지 있다. 그러나 현실에서 이 상호 작용이 의미 있는 효과를 주려면 그 상호 작용 앞에 등장하는 계수, 즉 상수 값이 커야 한다. 필자는 지난 몇 년간 패트릭 리 교수와 함께 일하는 귀중한 경험을 누렸다. 응집 물리학 이론의 대가와 대화하고 문제를 함께 고민하면서 배운 게 무얼까? 생각해 보면 단순하게 이 한 마디로 요약된다:

“실험과 맞아야 이론이다.”

패트릭 리 교수는 놀라운 정도로 실험 결과의 “크기”에 집착한다. 아무리 우아하고 멋진 모델이나, 이론이나, 새로운 상호 작용을 제안해도 그가 보이는 첫 반응은 늘 “그 항 앞에 등장하는 계수가 얼마지?”였다. 이론가의 환상적인 파티가 끝나고 나면 결국 우리는 현실로 돌아가야 한다. 포논의 운동이 자기장으로부터 아로노프-봄 위상(혹은 베리 위상) 효과를 얻는다고 치자! 원칙적으로 이런 효과가 없을 리는 없다. 그리고 만약 그 효과가 “충분히 크다면” 양자 상유전체, 고온 초전도체, 양자 스핀 액체의 열적 홀 효과를 모두 포논의 효과로 돌릴 수 있다. 문제는 그 상호 작용의 크기다. 아직까지 어떤 물질에 대해서도 위에서 언급한 포논의 베리 위상 효과의 크기를 엄밀하게 유도하지 못했다. 필자 역시 포논의 베리 위상 효과가 결정적인 역할을 하고 있다는 심증은 갖고 있지만 아직 어떤 물증, 즉 구체적인 계산을 도출하지는 못하고 있다. 누군가는 계수와의 한 판 씨름을 해야 하지 않을까 싶다.

REFERENCES

- [19] J. Y. Chen, S. A. Kivelson and X. Q. Sun, Phys. Rev. Lett. **124**, 167601 (2020).
- [20] L. Sheng, D. N. Sheng and C. S. Ting, Phys. Rev. Lett. **96**, 155901 (2006).