100년 전의 양자론 - 보어의 대응 원리는 무엇이었나?

DOI: 10.3938/PhiT.27.041

이 정 민

Quantum Theory 100 Years Ago - What Was Bohr's Correspondence Principle?

Jeongmin LEE

The correspondence principle was a guiding principle of physics central to the old quantum period. The usual understanding of the principle is that quantum theory should reproduce correct classical results in the limit of large quantum numbers. However, I claim in this article that this usual understanding is misguided and that it is neither a historically nor a conceptually accurate description of the principle. Rather, the correspondence principle should be understood as an 'analogy' between quantum-theoretical and classical formulae. The analogy is only "formal" in the sense that new quantum mechanics should develop new theoretical pictures of the quantum processes based on formal structural analogies with classical relations. In this way, Bohr's own understanding turned out to be a royal road to the first quantum-mechanical revolution of matrix mechanics in 1925.

지금부터 정확히 100년 전인 1918년은 우리 역사에서 중요한 해이다. 최초의 근대 정당인 신한청년당이 중국 상하이에서 조직되었기 때문이다. 신한청년당이 중심이 되어 일으킨 동아시아 최초의 '촛불시민혁명'이 3.1운동인 것이다. 이렇게 우리 역사에서 독립과 민주주의 운동을 전개한 시기, 지구 반대편에서는 조금 다른 지적 혁명을 준비하고 있었다. 그들은 소수의 물리학자들이었으며, 그 중심은 코펜하겐과 뮌헨, 베를린이었고

곧 괴팅겐이 끼어들었다. 아마도 당시 코펜하겐의 보어를 제외하면 그 누구도 의식적인 혁명을 기획하지는 않았을 것이다. 그러나 혁명은 물밑에서 서서히 진행되고 있었다. 마치 얼음과 물의 상전이처럼 처음에는 아무 일도 일어나지 않는 듯 보였다. 물론 잠열의 형태로 엄청난 에너지가 소비되었다. 그렇게 양자론은 오랜 기간 최고의 물리학자와 젊은 학생들의 에너지를 갉아먹었다. 끝까지 소득은 불확실했다. 1925년 하이젠베르크가 헬골란트에서 빛을 보기 전까지 양자론은 수많은 시행착오의 어둠을 헤쳐 나가야 했던 것이다.

물리학사에서 1925년 이전의 십수 년간을 흔히 옛 양자론(old quantum theory) 시기라고 한다. 물론 그 시작을 어디로 잡을지는 여전히 논쟁적이다. 아마도 플랑크가 양자 가설을 도입한 1900년과, 보어가 이를 원자 모형에 적용한 1913년 사이의 어딘가에 떨어질 것이다. 내 글은 보어의 원자 모형 이후 양자론에 관한 것이다. 특히 옛 양자론의 중심 원리로 알려진 대응 원리(correspondence principle)를 다룬다. 하지만 대응 원리에 대한 흔한 이해는 잘못되었으며, 역사적으로나 개념적으로 정확한 규정이 필요하다. 이 논의는 내 학위 논문^[1]에서 가져온 것이며 그 가운데 일부는 출판되었다.^[2]

먼저 대응 원리에 대한 흔한 오해를 잘 보여주는 문장을 소개하면서 시작하자.

“1913년 닐스 보어는 대응 원리를 찾아냈으며, 이를 이용해 선스펙트럼을 설명하는 수소 원자 모형을 만들었다.” (위키피디아, “Old quantum theory” 항목에서)

이 짤막한 문장 하나에 몇 가지 오류가 숨어 있다면 놀랄

저자약력

이정민 박사는 미국 인디애나 대학 과학사·과학철학 박사로 카이스트, 서울시립대, 서울대 등에서 강의했다. 데이비드 봄의 『전체와 접한 질서』를 번역했고, 『양자·정보·생명』, 『동서의 학문과 창조』, 『정보혁명』 등의 공저가 있다. 지금은 연세대에서 과학철학을 강의하고 있다. (phillist@hotmail.com)

REFERENCES

- [1] J. Lee, *Bohr vs. Bohm: Interpreting Quantum Theory through the Philosophical Tradition*, Ph.D. diss., Indiana University (2006).
- [2] J. Lee, “The Correspondence Principle, Formal Analogy, and Scientific Rationality,” in L. Magnani *et al.* (eds.), *Philosophy and Cognitive Science, Western & Eastern Studies II* (Heidelberg/Berlin: Springer, 2015), pp. 177-192.

것이다. 하나하나 짚어 보자. 먼저 대응 원리는 1913년에 나오지 않았다. ‘대응 원리’라는 정확한 이름이 붙은 것은 1920년이다. 그렇다면 그 이전에 ‘대응 원리’는 없었을까? 아니다. ‘대응 원리’라는 이름은 없었지만 분명 그에 해당하는 ‘생각’은 있었다. 그런데 이 생각도 일단 원자 모형을 만든 직후 나온 생각이다. 그것도 한 번에 완전히 나온 것이 아니라 처음에는 보어의 사고 속에서만 존재했고, 이후 다른 물리학자의 손을 거쳐 1925년 직전까지 끊임없이 진화한 것이다. 따라서 대응 원리를 찾아내 이를 수소 원자 모형에 적용했다는 위키의 서술은 완전히 잘못되었다.

역사는 까다롭다. 역사가는 까다로운 사람이다. 위와 같은 짧은 서술에서도 몇 가지 틀린 점을 지적하는 것이다. 그러나 물리학자에게 중요한 것은 물리다. 그것이 정확히 몇 년에 나와 무엇이라고 불렀는지 간에 중요한 것은 ‘대응 원리’에 담긴 물리적 생각이 아니겠는가? 좋다. 그렇다면 ‘대응 원리’에 담긴 물리적 생각은 무엇인가? 여기에 대해 위키는 다음처럼 서술하며 친절히 대응 원리에 관한 보어의 전집 3권^[3]을 참조시킨다.

“양자론이 서술하는 계의 거동은 양자수가 큰 극한에서 고전적인 결과에 수렴해야 한다.”

(위키피디아, “Correspondence principle” 항목에서)

위키는 이것이 양자론뿐만 아니라 물리학 일반에 대해서도 성립하는 원리라고 한다. 새 물리 이론은 옛 이론이 실험적으로 잘 확립된 영역(고전적 극한)에서, 옛 이론과 일치하는 결과를 내야 한다는 것이다. 상대성 이론 또한 운동 속도가 빛의 속도보다 훨씬 느린 고전 영역에서는 고전역학에 수렴한다. 양자론의 대응 원리는 두 물리 이론(옛 이론과 새 이론) 사이에 성립하는 대응 관계의 대표적인 사례라고 한다. 그런데 이 항목의 작성자는 분명 보어의 저술을 읽지 않았다! 적어도 학위 논문을 쓰느라 보어 전집 몇 권을 1쪽부터 수백 쪽까지 완독한 내가 보기에는 말이다.

내 자량을 하려는 것이 아니다. 대응 원리에 대한 이러한 통상적 오해는 위키와 같은 대중 매체나 교육적 목적의 물리학 책에만 등장하는 것은 아니다. 양자론의 역사를 쓴 막스 야머^[4] 또한 동일한 오해를 하고 있다. 그런데 나는 이것이 역사적으로 오류일 뿐만 아니라 물리적·개념적으로도 별 도움이 안 된다고 생각하는 것이다. 물론 지난 100년간의 오해를 이 짧은 글로 단번에 해소할 수는 없다. 다만 대응 원리를 이렇게도 해석할 수 있다는 가능성을 열어 놓는 것으로 만족하려 한다.

앞서 1920년 이전에 ‘대응 원리’라는 이름은 없었다고 했다. 이름은 없고 거기에 해당하는 생각만 있었다면 그 생각은 무

Fig. 1. Stationary states ($n \gg 1$) and classical harmonics.

엇이었고 어떻게 불렀는가? 이에 대해서는 정확한 답이 있다. 대응 원리는 1920년 이전까지 ‘유비’ 또는 ‘형식 유비’로 불렸으며, 수식으로 정식화된 원리라기보다는 ‘고려 사항’ 또는 ‘사고 경향’에 가까웠다. 웬지 더 모를 것 같다고? 그렇다면 당신은 위대한 물리학자와 한 배를 탔다. 보어와 함께 옛 양자론의 중심에 섰던 뮌헨의 좀머펠트조차 이러한 ‘유비’를 ‘보어의 마술지팡이’(Zauberstab)라고 불렀을 정도니까.

그렇다면 이 마술지팡이를 하나하나 풀어 가면서 왜 통상적인 이해가 오해인지 살펴보자. 앞서 대응 원리에 해당하는 ‘생각’은 1913년 수소 원자 모형 직후에 나왔다고 했다. 그렇다면 원자 모형에 대해 보어는 어떤 생각을 한 것일까? 보어의 수소 원자 모형에서 전자는 하나의 정상 상태(궤도)를 차지하며, 다른 정상 상태로 전이할 때 그 에너지 차이에 해당하는 복사를 흡수하거나 방출한다. 특히 이 전이에 관련된 양자 수(n)가 큰 경우 궤도는 거의 등간격(같은 에너지 차)이며 이때 방출되는 복사 주파수도 거의 정수배에 가깝다(그림 1 아래쪽).

바로 아래나 위 궤도와와의 차이를 ω 라고 하면, 양자 수 2(두 줄)만큼 차이는 2ω , 세 줄 차이는 3ω 등 해당하는 복사를 흡수하거나 방출하는 것이다. 그런데 이러한 관계는 고전 물리의 고조파(harmonics) 또는 배음 구조와 가깝다. 곧 기본음 ‘도’를 ω 라고 하면 한 옥타브 위의 ‘높은 도’는 2ω , 소프라노의 ‘더 높은 도’는 3ω 인 식이다. 피아노의 중간 건반 ‘도’를 누르면 이 높은 도들이 작게나마 모두 섞여 난다. 이러한 정수배 관계는 음향학뿐만 아니라 고전적인 전기동역학에서 고조파 분석(푸리에 분석)의 표준 형식이다.

1913년 보어가 찾아낸 대응 원리에 해당하는 ‘생각’은 바로 이 형식적 관계를 가리키는 것이었다. 보어는 이것을 한동안 ‘유비’로 불렀다. 유비라니 일종의 비유인가? 아니다. 서양의 과학 사상에서 ‘유비’는 좀 더 정확한 의미를 지닌다. 특히 수

REFERENCES

- [3] L. Rosenfeld and R. Nielsen (eds.), *Niels Bohr, Collected Works, Volume 3, The Correspondence Principle* (1918-1923) (Amsterdam, North-Holland: Elsevier, 1976).
- [4] M. Jammer, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics* (CA, Los Angeles: Tomash Publishers, American Institute of Physics, 1989).

Fig. 2. The Bohr-Sommerfeld Model of the (Radium) Atom, Emilio Segre Visual Archives/American Institute Of Physics.

학에서 ‘유비’(analogy)는 ‘비례’(proportion) 관계를 뜻한다. 예를 들어 ‘2:3 = 4:6’이다. 하지만 유비가 꼭 두 비율 사이의 등가 관계를 나타내는 것은 아니다. 예를 들어 유비 문제는 지능 검사에도 자주 등장한다. ‘푸주한:칼 :: 이발사: ____’에서 빈칸에 들어갈 정답은 ‘가위’이다. 보어는 양자론에서 궤도 사이의 관계와 고전 물리의 고조파 구조 사이에 이러한 형식적 유사성을 알아차렸다. 양자론의 이웃한 궤도 사이의 전이를 기본음이라고 하면, 서로 떨어진 궤도 사이의 전이는 배음에 해당한다. ‘이웃한 궤도 전이: 떨어진 궤도 전이 :: 기본음: 배음’의 관계가 성립하는 것이다. 보어의 이것을 일종의 유비 관계로 본 것이다.

물론 이러한 단순한 유비에는 여러 제한이 있다. 우선 양자론과 고전 이론은 매우 다른 물리이다. 고전적인 이론에서 각 성분은 특정 주파수로 진동하며, 그러한 진동이 복사를 일으키는 원인이다. 반면 양자론에서는 어떻게 그리고 왜 복사가 방출되는지에 대한 물리적 그림이 없다. 아니, 전자가 핵 주위를 돌며 궤도 전이를 할 때 복사가 방출된다고 하지 않았는가? 문제는 궤도 전이가 불연속적이며 정상 상태 사이의 공간을 통과하지 않는다는 것이다. 이후 ‘양자 도약’(quantum jump)으로 알려진 이 특징은 초기 양자론에서도 신비에 쌓여 있었다. 왜 전자는 한 궤도를 벗어나 갑자기 다른 궤도로 도약하는가? 당시는 여기에 대한 어떠한 물리적 설명도 없었다. 마치 코페르니쿠스 이후 한동안 ‘지구가 움직인다’는 사실만 있었지, ‘중력’이라는 뉴턴 물리의 설명이 없었던 것과 같다. 이러한 이유로 원자 안의 전자의 거동을 행성의 궤도 운동과 같이 볼 수 없다는 인식이 확산되었다. 그렇다면 문제는 이를 어떻게 설명할 것인가이다. 전자에 대한 양자적인 설명은 무엇이 될 것인가? 이것은 새로운 양자론의 혁명이 필요한 일이다.

수소 모형 직후부터 보어는 옛 양자론의 이론적 한계를 다

Fig. 3. Sommerfeld and Bohr in 1919, Emilio Segre Visual Archives/American Institute Of Physics.

른 어떤 물리학자보다도 분명히 의식하고 있었다. 새로 건설될 양자론은 고전 이론과 한층 근본적으로 단절하는 혁명적인 이론이 될 것이다. 새 이론은 고전 이론의 연속적인 법칙을 일반화하거나 확장하는 것이 아니다. 물질과 운동에 대한 옛 물리의 기초를 갈아엎을 필요가 있다. 전자의 궤도 운동은 고전적인 행성 운동과의 막연한 유사점에 근거해 추론될 수 있는 것이 아니다. 오히려 그것은 궤도 운동과 같은 것이 전혀 아닐지도 모른다. 그렇다면 어떤 ‘양자 메커니즘’이 고전 물리의 연속적인 궤도 운동이나 복사 메커니즘을 대체할 수 있단 말인가? 이것이 1913년 이후 ‘유비’에 대한 보어의 고민이었다.

위의 유비에는 또 다른 제한이 있다. 앞에서는 유비가 일종의 비례 관계라고 했다. 그런데 수치적으로 이것은 양자수 n 이 큰 경우에만 성립한다. n 이 작은 경우에는 정확한 정수비가 성립하지 않는다. 예를 들어 발머 계열의 녹색 선 $H_\beta(n=4 \rightarrow 2)$ 에 해당하는 주파수(617 THz)는 적색 선 $H_\alpha(n=3 \rightarrow 2)$ 주파수(457 THz)의 두 배가 결코 아니다. 그렇다면 보어가 생각한 ‘유비’는 수치적 비례 관계가 아니다. 그런데도 보어는 이들 사이의 “대응 관계”가 있다고 한다. “녹색 H_β 는 여전히 적색 H_α 의 ‘옥타브’로 간주될 수 있으며, 바로 이 옥타브 관계가 대응 원리”라는 것이다(문헌 [3], p. 250). 1920년의 바로 이 문장에서 ‘대응 원리’라는 이름이 처음 등장한다. 이것은 이상하다. 대응 원리에 대한 통속적 이해에 따르면 그것은 양자수가 큰 고전적 극한에서 성립한다. $n=2, 3, 4$ 와 같은 양자 영역(낮은 궤도)에 적용될 수 있는 것이 아니다. 그런데 보어는 수치적으로 별 의미 없는 이러한 영역에서도 대응 원리가 성립한다고 주장한다. 무엇이 진행되고 있는 것인가?

한 가지 반응은 ‘대응 원리’에 대한 보어 자신의 사고방식이 잘못됐으며 이후 물리학자들의 통상적인 이해가 결국 맞았다는

것이다. ‘대응 원리’의 아이디어는 보어에게서 나왔지만 그것은 물리학의 원리이지 보어 개인의 원리가 아니다. 보어가 잘못 생각한 부분을 물리학자들이 바로잡았을 수도 있다. 실제로 조머펠트 또한 대응 원리에 불만을 공개적으로 표현했다. ‘마술 지팡이’라는 표현이 그래서 나온 것이다. 보어는 수학적으로 정확하지 않은 표현을 양자론에 끌어들이었으며, 고전 형식과의 ‘유비’는 양자론의 본질과는 무관하다는 것이다. 1920년 무렵 보어와 조머펠트는 이를 두고 논쟁을 벌였다. 이것은 옛 양자론 안에서도 대응 원리 자체가 문제가 많았다는 것을 보여준다. 그렇다면 그러한 문제의 소지가 다분한 ‘유비’로서의 이해를 버리고, 별 문제 없는 고전적 극한에 관한 일반 원리로 받아들이면 안 되는가?

문제는 대응 원리를 이렇게 해석하는 순간, 이후 양자론의 발전과 1925년 혁명을 이해할 수 없다는 것이다. 실제로 1920년대 초 크라머스와 보른, 하이젠베르크 등이 매달렸던 연구 프로그램이 바로 보어 식으로 해석된 대응 원리의 “칼날을 예리하게 다듬기”^[5]였다. 유비 원리를 형식적으로 좀 더 정확한 새로운 양자역학으로 발전시키는 것이다. 실제로 최초의 양자역학인 행렬역학은 하이젠베르크의 천재성이 기여한 부분도 있겠지만, 이러한 연구 프로그램을 충실히 이행한 결과였다. 그렇다면 보어 생각의 어떤 부분이 새로운 양자역학의 탄생에 기여했는가?

우선 대응 원리의 통상적 이해가 잘못된 부분은 그것이 양자수가 큰 고전적 극한에만 적용된다는 것이다. 아니다. 대응 원리는 양자수가 크건 작건 무관하게 적용되는 양자론의 보편적인 원리이다. 실제로 ‘다듬기’ 프로그램의 핵심이 바로 고전적인 물리량을 n 의 전이와 관련된 물리량으로 치환하는 것이다. 예를 들어 고전적인 식에서 $m\omega$ 가 있다고 하면 이것은 양자수 m 만큼의 전이, 곧 $\omega(n, n \pm m)$ 로 치환된다(그 함수 형태는 별도로 발견). 보어의 생각대로 ω 와 $m\omega$ 의 관계는 이웃 상태의 전이와 양자수 m 만큼 떨어진 전이에 정확히 대응한다. 여기서 n 의 대소는 아무런 역할을 하지 않는다. 그리고 수학적 비례 관계 또한 더 이상 의미 없다. 중요한 것은 양자적인 물리량의 최초 형태가 바로 이런 치환을 통해 나왔다는 것이다.

1924년 괴팅겐의 보른은 이 치환 과정을 “고전역학에서 ‘양자역학’으로의 형식적인 이행”이라고 불렀다.^[6] ‘양자역학’에 따옴표가 붙은 것은 이것이 ‘양자역학’을 한 단어로 쓴 최초의 문

$$\left. \begin{aligned} \dot{q} &= \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{1}{m} p, \\ \dot{p} &= -\frac{\partial H}{\partial q} = -\frac{\partial U}{\partial q}. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Es soll versucht werden, durch eine korrespondenzmäßige Betrachtung

Fig. 4. Hamilton equations in matrix mechanics and the correspondence consideration.

헌이기 때문이다! 다음 해 하이젠베르크는 여기서 더 나아가 고전 물리의 운동학적 양인 위치와 운동량 또한 양자역학적으로 대체하는 표현을 얻었다.^[7] 그리고 위치의 제곱이나 세제곱, 위치와 그 시간 미분(운동량)의 곱 등에 관한 표현 또한 수학적으로 유도하였다. 그 결과 위치와 운동량의 곱이 운동량과 위치의 곱과 같지 않다는 것 또한 부산물(!)로 발견하였다. 이후 보른과 요르단이 알아냈듯이, 하이젠베르크가 유도한 물리량은 수학적으로 행렬이며, 행렬의 곱셈 또한 교환법칙이 성립하지 않는다. 보른과 요르단은 위치와 운동량을 행렬로 재해석하기만 하면, 고전적인 해밀턴 방정식이 양자역학에서도 똑같은 형태로 성립한다고 하며, 이것을 바로 “대응 원리적 고려사항”^[8]이라고 부른다(그림 4)! 행렬역학의 탄생 이후에도 대응 원리는 빛을 잃지 않았던 것이다.

그렇다면 이제 대응 원리의 해석에 대한 최종판결을 내릴 수 있겠다. 하이젠베르크와 보른이 얘기한 대응 원리가 과연 통속적으로 이해된 ‘대응 원리’이겠는가? 곧 그것이 높은 양자수에서 양자론과 고전 이론이 같은 계산 결과를 내야 한다는 것인가? 아니면 보어가 얘기한 대로 전혀 다른 물리적 해석 사이의 형식적인 유비 관계이겠는가? 나는 여기에 대해 답하지 않으려 한다. 대신 답을 위한 근거는 이 짙막한 글 곳곳에 있으니 판단은 독자에게 맡긴다.

REFERENCES

- [5] W. Heisenberg, “Über eine Anwendung des Korrespondenzprinzips auf die Frage nach der Polarisation des Fluoreszenzlichtes,” *Zeitschrift für Physik* **31**, 617 (1925).
- [6] van der Waerden, B. L. (ed.), *Sources of Quantum Mechanics* (New York: Dover, 1967), p. 182.
- [7] W. Heisenberg, “Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen,” *Zeitschrift für Physik* **33**, 879 (1925).
- [8] ref. [6], p. 289.