란다우의 페르미 액체 이론으로 기술되지 않는 새로운 금속 상태로서 바일 금속

DOI: 10.3938/PhiT.27.023

김 기 석

Weyl Metal as a Novel Metallic State Beyond Landau's Fermi-Liquid Theory

Ki Seok KIM

A Weyl metal is a novel metallic state, which cannot be described by Landau's Fermi-liquid theory even though well-defined quasiparticle excitations are present. In particular, topological-in-origin information, such as the Berry curvature and the chiral anomaly, should be introduced into Landau's Fermi-liquid theory. While Haldane called such a theory the topological Fermi-liquid theory, it still has not been fully constructed. In this conceptual overview, we review a theoretical framework to describe the novel physics of a Weyl metal phase. In particular, we discuss how the conventional theoretical framework for Landau's Fermi-liquid theory, given by the Boltzmann equation coupled with the Maxwell equation, should be modified to take into account both the Berry curvature and the chiral anomaly.

바일(Weyl) 금속은 금속 내 전자 준입자들(electron quasi-particles)의 운동을 기술하는 표준 이론인 란다우의 페르미 액체(Landau's Fermi liquid) 이론으로^[1] 기술되지 않는 새로운 금속의 상태이다. 2016년 노벨물리학상 수상자인 프린스턴 대학교 할데인(Haldane) 교수는 2004년 그의 논문에서 베리 자기장(Berry magnetic field)과 카이럴 변칙(chiral anomaly) 효과와 같은 위상적으로 특별한 성질이 란다우 페르미 액체 이

론에 도입되어 기존의 란다우 페르미 액체 이론이 확장된 형태인 위상적으로 특별한(topological) 페르미 액체 이론이 만들어져야 한다고 주장하였다.^[2] 할데인 교수의 주장 이후 15년 정도가 지난 지금에서도 위상적으로 특별한 페르미 액체 이론의 구체적인 형태가 분명하게 정의되어 있지 않지만 한 가지 확실한 사실은 바일 금속 내의 전자 준입자들은 기존의 맥스웰 방정식의 틀 안에서 기술되지 않고 위상적으로 특별한 성질을 기술하는 항이 추가된 새로운 전자기 법칙인 액시온(axion) 전자기학을 따른다는 것이다.^[3] 본 리뷰에서는 이러한 액시온 전자기학을 포함하여 바일 금속의 전자들의 운동을 기술하기 위해 기존의 이론적 프레임(theoretical framework)을 어떻게 확장시켜야 하는가에 대해 논의한다.

바일 금속은 운동량(momentum) 공간에 4가지 상태가 축퇴된(degenerate) 디랙(Dirac) 포인트들을 갖는 디랙 밴드(band) 구조에 시간 역전(time reversal) 대칭성을 깨거나 물질의 구조가 공간 인버전(space inversion) 대칭성을 깨는 성질을 가지게 되면 각각의 디랙 포인트가 카이럴리티(chirality) 양자수에 따라 운동량 공간에서 갈라져 2가지 상태가 축퇴된 한 쌍의 바일 밴드 구조를 갖는다.^[4] 여기에서 4가지 상태는 전자의 두

REFERENCES

- [1] For brief introduction to Landau's Fermi liquid theory, I would like to recommend <http://webzine.kps.or.kr/contents/data/webzine/webzine/14762089283.pdf> 양자임계점 근처에서 나타나는 새로운 금속의 상태: 극저온 상태에서 우리는 전자를 볼 수 없었다. DOI: 10.3938/PhiT.23.011.
- [2] F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **93**, 206602 (2004).
- [3] F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **58**, 1799 (1987).
- [4] For brief introduction to Weyl metals, I would like to suggest <http://webzine.kps.or.kr/contents/data/webzine/webzine/14762086374.pdf> 3차원 바일 금속의 물리적 성질과 연구의 전망, DOI: 10.3938/PhiT.25.021. For more advanced introduction to Weyl metals, I recommend K.-S. Kim, H.-J. Kim, M. Sasaki, J.-F. Wang and L. Li, Anomalous transport phenomena in Weyl metal beyond the Drude model for Landau's Fermi liquids, Sci. Tech. Adv. Mater. **15**, 064401 (2014).

저자약력

김기석 교수는 POSTECH 물리학과 이학박사(2004)로서 고등과학원 물리학과 Postdoctor(-2007), CEA Saclay(France) Postdoctor(-2008), APCTP Junior Research Group, Research Professor(-2011)를 거쳐 현재 POSTECH 물리학과 부교수로 재직 중이다.(tkfkd@postech.ac.kr)

가지 스핀(spin) 상태와 두 가지 오비탈(orbital) 상태로 특징지어질 수도 있지만 격자 구조의 대칭성과 관련하여 스핀과 유사한(pseudospin) 양자수의 축퇴된 상태일 수도 있다. 밴드 구조 자체는 2차원 그래핀 물질의 밴드 구조가 3차원으로 확장된 형태이다. 본 논의에서는 그래핀과 같이 스핀과 유사한 양자수가 밴드 터칭(touching) 포인트에서 역할을 하는 것이 아니라 스핀-오빗 상호작용(spin-orbit interaction)에 의한 스핀 양자수 자체가 중요한 역할을 하는 경우를 생각한다. 이유는 외부에서 자기장을 걸어 주어 시간 역전 대칭성을 깨는 경우를 생각할 때 외부 자기장과 스핀 양자수와의 지만(Zeeman) 커플링 효과로서 고려하면 한 개의 디랙 포인트가 한 쌍의 바일 포인트로 운동량 공간에서 갈라지는 효과를 쉽게 조절할 수 있기 때문이다.^[4]

먼저 시간 대칭성이 깨어진 상황을 고려하자. 스핀-오빗 상호작용에 의한 디랙 물질에 외부에서 자기장을 걸어 주면 지만 커플링 효과에 의해 걸어진 자기장의 방향으로 + 카이럴리티와 - 카이럴리티를 갖는 하나의 바일 쌍으로 갈라지게 되고 각각은 서로의 시간 역전 파트너이다. 운동량 공간에서 떨어져 있는 거리는 지만 에너지를 구성하는 걸어진 외부 자기장의 크기와 지만 효과를 위한 란데(Lande) g 상수의 두 배이다. 바일 전자들의 운동은 바일 밴드 구조를 기술하는 바일 방정식에 의해 주어지며 이를 풀면 바일 전자들을 기술하는 고유(eigen) 양자 상태를 얻을 수 있다. 이로부터 바일 포인트에 의한 베리 자기장을 계산할 수 있는데 고유 양자 상태에서부터 계산된 베리 자기장은 $+$ (-) 카이럴리티를 갖는 바일 포인트가 마치 $+$ (-) 자기 홀극(magnetic monopole)을 기술하는 방정식과 정확하게 동일하게 되어 각각의 바일 포인트를 운동량 공간에서 자기 홀극으로 생각할 수 있다.^[2] 일반적인 상황에서 전자들의 케미컬 포텐셜(chemical potential)이 바일 포인트에 있지 않고 거기에서 조금 떨어져 있는 상태를 생각하자. 각각의 $+$ & $-$ 카이럴 전하를 감싸는 두 개의 페르미면이 나타나는데 이를 카이럴 페르미면(chiral Fermi surface)이라 부르고 각각의 카이럴 페르미면에 존재하는 카이럴 전자들은 카이럴 전하에 의한 베리 자기장 효과를 느낀다.

운동량 공간에서 나타나는 베리 자기장은 카이럴 전자들의 운동에 있어 크게 두 가지 효과로서 나타난다. 먼저, 카이럴 페르미면의 전자들이 베리 자기장에 의한 오비탈 자기 모멘트를 가지게 되어 페르미면 전자들의 에너지-운동량 분산 관계식이 외부에서 걸어진 자기장과 베리 자기장에 의존하여 그룹 속도가 변화한다.^[5,6] + 카이럴 전하 주변의 전자들은 그룹 속도가 느려지고 - 카이럴 전하 주변의 전자들은 그룹 속도가 빨라진다. 수학적으로 로런츠 불변적인 방정식을 페르미면으로 사영시켰을 때 일반적으로 나타날 수밖에 없는 오비탈 모멘트에 대

한 파울리 항과 같은 효과이다. 다른 하나는 이상(anomalous) 속도이다.^[7,8] 실공간에서(real space) 운동량의 시간에 대한 변화는 외부 자기장에 의한 로런츠 힘으로 나타나는데 위상(phase) 공간에서 표현되는 전자의 속도와 걸어진 자기장의 벡터 곱 표현식으로 나타난다. 이와 유사하게 위상 공간에서 정의되는 전자들의 유효(effective) 속도는 운동량의 시간 변화에 베리 자기장의 벡터 곱으로서 나타난다. 위의 두 가지 효과를 도입하여 카이럴 페르미면 카이럴 전자들의 운동을 기술하는 위상 공간 상의 해밀턴(Hamilton) 방정식을 세울 수 있고 이것은 위상적으로 특별한 성질이 포함되어 보다 일반화된 드루드(Drude) 모델로서 이해할 수 있다. 3차원에서 베리 자기장에 의해 일반화된 드루드 모델을 풀면 위상 공간 상에서의 속도가 앞에서 논의한 에너지-운동량 분산관계 식에 의해 주어지는 그룹 속도 항뿐만 아니라, 비정상 홀 효과(anomalous Hall effect)와 관련된 항과 외부에서 걸어진 자기장에 비례하여 나타나는 항이 추가로 등장한다.^[4] 반면에 운동량의 시간 변화에 대한 식을 3차원에서 풀면 기존의 로런츠 힘을 기술하는 두 항 이외에 전기장과 자기장의 스칼라(scalar) 곱 표현식으로 나타나는 항이 존재한다.^[4] 베리 자기장 효과를 포함하는 보다 일반화된 드루드 모델을 2차원에서 풀었을 경우, 위상 공간 상에서의 속도 항에 있어 비정상 홀 효과 항만이 추가될 뿐 3차원에서 다른 두 개의 항들은 나타나지 않는다. 그래핀 밴드 구조에 갭을 열어 줄 경우를 생각해 보자. 전자들의 케미컬 포텐셜이 그 갭보다 위에 있을 때 페르미면(정확하게 말하면 페르미선)이 형성되고 그 페르미면의 전자들 역시 베리 자기장에 의한 효과를 느낀다. 하지만, 2차원 전자들이 느끼는 베리 자기장에 대한 효과는 비정상 홀 효과만 있을 뿐 3차원 카이럴 페르미면 카이럴 전자들이 느끼는 베리 자기장 효과와는 많은 차이를 보인다. 위상 공간 상에서 자기장에 비례하는 속도 항과 전기장과 자기장의 스칼라 곱 표현식으로 나타나는 운동량의 시간 변화는 바일 금속 카이럴 전자들의 가장 큰 특성이다.

시간 역전 대칭성이 깨어진 상태에서 나타나는 바일 금속 카이럴 페르미면 카이럴 전자들의 운동을 기술하는 위상적으로 특별한 효과를 도입한 보다 일반화된 드루드 모델을 볼츠만 방정식과 결합하면 전자기적 열적 모든 수송 현상을 비롯한

REFERENCES

- [5] J.-Y. Chen, D. T. Son, M. A. Stephanov, H.-U. Yee and Y. Yin, Phys. Rev. Lett. **113**, 182302 (2014).
- [6] Shudan Zhong, Joel E. Moore and Ivo Souza, Phys. Rev. Lett. **116**, 077201 (2016).
- [7] D. Xiao, M.-C. Chang and Q. Niu, Rev. Mod. Phys. **82**, 1959 (2010).
- [8] N. Nagaosa, J. Sinova, S. Onoda, A. H. MacDonald and N. P. Ong, Rev. Mod. Phys. **82**, 1539 (2010).

물리를 이해할 수 있는 완벽한 이론적 프레임워크를 갖게 된다.^[9] 앞에서 언급한 란다우의 페르미 액체 이론은 베리 자기장 효과가 도입되지 않은 기존의 드루드 모델에 전자들의 전방 산란 효과에 의한 게이지 대칭성을 보존하는 백 플로우(back flow) 효과를 포함하여 드루드 방정식을 일반화시킨 후 이를 볼츠만 방정식과 결합한 이론적 프레임이다.^[10] 전자들의 다양한 산란 채널 중에서 전방 산란 효과만 고려하는 이유는 다른 산란 채널들은 저에너지로 갈수록 중요하지 않고 오직 전방 산란 효과만 중요해지기 때문이다.^[11] 여기에 전자-포논 산란 효과를 생각하면 초전도와 관련된 산란 채널이 중요하지만 란다우의 페르미 액체 상태만을 생각할 경우 전방 산란 채널만 고려하면 충분하다. 기존 트렌드는 볼츠만 방정식을 사용하는 대신 전방 산란 효과만을 포함하는 페르미 액체 유효 액션(effective action)의 경로 적분(path integral) 표현을 바탕으로 파인만(Feynman) 그림으로 나타나는 양자 요동 효과 중 가장 기여가 큰 부분을 보존 법칙과 일치하도록 합하는 섭동적인 양자장론 방식이다. 하지만 볼츠만 방정식을 바탕으로 이론적 프레임워크를 구성하면 게이지 대칭성 문제가 자연스럽게 해결되고 특히, 위상적으로 특별한 효과인 3차원에서 베리 자기장에 의한 영향을 자연스럽게 고려할 수 있다. 카이럴 전자들의 전방 산란 효과를 고려한 베리 자기장 영향을 포함하는 일반화된 볼츠만 방정식을 위상적으로 특별한 페르미 액체이론으로 부를 수 있을 것 같다.^[10,12]

볼츠만 방정식이 구성되고 난 후 자연스러운 다음 단계는 보존되는 물리량들에 대한 방정식을 유도하는 일이다. 하이드로다이내믹(hydrodynamic) 방정식이라 불리는데 전자들만의 전하 보존 법칙, 전자들만의 운동량 보존 법칙, 그리고 전자들만의 에너지 보존 법칙 세 개의 결합된 형태의 방정식으로 이루어진다.^[13] 하이드로다이내믹 방정식은 준입자가 존재하지 않을지라도 성립하는 방정식으로 전자들의 상호작용이 강한 영역까지 적용이 가능하다. 다만, 운동량 보존 법칙이나 에너지 보존 법칙은 전자와 불순물, 그리고 전자와 포논과의 상호작용 효과로 전자들만의 보존 법칙이 깨어져 전자들 사이의 상호작용이 아주 강한 영역이 아니고서는 보통 하이드로다이내믹 영역은 구현되지 않는다. 하지만 전하 보존 법칙은 언제나 성립한다. 전하 보존 법칙에 있어서 특별한 점은 + 카이럴 전하의 카이럴 페르미면 전자의 운동과 - 카이럴 페르미면 전자의 운동이 서로 결합되어 있다는 것이다. 다시 말해, + 카이럴 페르미면 전자의 케미컬 포텐셜이 내려가면 - 카이럴 페르미면 전자의 케미컬 포텐셜은 반드시 올라가서 두 카이럴 쌍의 페르미면 전자들의 개수는 보존되지만 각각의 카이럴 페르미면 전자들의 개수는 보존되지 않는다. 보존되지 않는 정도가 걸어진 전기장과 자기장의 스칼라 곱 표현식에 비례하고 볼츠만

방정식으로부터 쉽게 유도가 될 수 있다.^[14] 카이럴 변칙에 대한 준고전적인(semiclassical) 볼츠만 방정식 기술 방식에서 양자역학적인 효과는 바일 포인트의 존재 그 자체이다. 카이럴 변칙(chiral anomaly)이라 불리는 이 현상은 바일 금속의 가장 큰 특성으로 1차원 전자 밴드 구조가 3차원으로 일반화된 형태로 생각할 수 있다. 1차원 전자들의 낮은 온도에서 운동을 이해하기 위해 페르미점 근처에서 에너지를 운동량에 대해 테일러 전개한 분산 관계식을 사용한다. 유효 액션 레벨에서 보았을 때, 오른쪽으로 움직이는 전자들의 운동은 왼쪽으로 움직이는 전자들의 운동과 완전히 분리된 것처럼 보인다. 하지만 양자역학적으로 그 둘의 운동은 서로 연결되어 있는데 전체 밴드 구조를 보면 서로 연결되어 있어 이는 명확하다. 따라서 오른쪽으로 움직이는 전자의 케미컬 포텐셜이 줄면 그만큼 왼쪽으로 움직이는 전자의 케미컬 포텐셜이 증가하여 전체 전자의 개수는 변화하지 않고 각 페르미점 전자의 개수만 변화할 수 있다. 바일 금속은 이러한 1차원 전자들의 운동이 3차원으로 나타난 현상이다.

바일 금속의 카이럴 페르미면 카이럴 전자들의 카이럴 변칙 특성은 유효 액션 레벨에서도 이해할 수 있다. 게이지 대칭성과 카이럴 대칭성은 유효 액션 레벨에서 보존되지만 양자역학적으로 보았을 경우 두 가지 대칭성을 모두 보존할 수는 없다. 후지카와(Fujikawa) 방법으로 카이럴 변칙을 이해할 경우 경로 적분 표현식에서 적분 측재(integral measure)에 대한 야코비언(Jacobian) 팩터를 계산해야 하는데 이때 양자역학적으로 허용하는 모든 경로를 생각하기 때문에 중간 계산 과정에서 야코비언 팩터가 발산하는 현상이 나타난다. 이를 치유하는 과정을 레귤러라이제이션(UV regularization)이라 부르는데 이 과정에서 게이지 대칭성을 보존하는 레귤러라이제이션 방법을 사용하면 반드시 카이럴 대칭성은 깨어질 수밖에 없다. 결과로서 유효 액션으로 전기장과 자기장의 스칼라 곱 표현식을 얻고 앞의 계수로서 세타(theta) 각도라 불리는 “상수”와 함께 나타난다. 위상 절연체 밴드구조에서 출발하면 세타 각도가 π 로 나타나지만 바일 금속 밴드구조에서 유도하면 바일 쌍의 운동량 거리와 시공간 위치의 스칼라 곱 표현식으로 나타난다.^[14] 여기에서 바일

REFERENCES

- [9] D. T. Son and B. Z. Spivak, Phys. Rev. B **88**, 104412 (2013).
- [10] Yong-Soo Jho, Jae-Ho Han and Ki-Seok Kim, Phys. Rev. B **95**, 205113 (2017).
- [11] R. Shankar, Rev. Mod. Phys. **66**, 129 (1994).
- [12] J.-Y. Chen and D. T. Son, Annals Phys. **377**, 345 (2017).
- [13] P. Nozieres and D. Pines, *The Theory of Quantum Liquids* (Perseus Books, Cambridge, 1999).
- [14] A. A. Zyuzin and A. A. Burkov, Phys. Rev. B **86**, 115133 (2012).

쌍의 운동량 공간에서의 거리는 외부 자기장으로 주어진다. 입자 물리학에서 각도 상수의 요동을 액시온이라 부르는데서 위상학적인 이유에서 나타나는 이 새로운 항을 액시온 항이라고 부른다. 바일 밴드 구조로부터 액시온 항을 유도하였는데 역으로 액시온 항으로부터 카이럴 변칙을 기술하는 방정식을 사용하여 바일 금속의 밴드 구조를 얻을 수 있다. 디랙 감마(γ) 행렬 표현식에서 각도 상수의 그래디언트(gradient)와 카이럴 감마 행렬의 곱으로서 바일 전자와 미니멀(minimal) 커플링을 하는 형태로 나타나고 이는 지만 효과에 의한 항을 디랙 감마 행렬 형식으로 쓴 것과 정확하게 일치한다.^[4] 카이럴 페르미면 카이럴 전자들의 운동을 기술하는 볼츠만 방정식 방법은 카이럴 변칙에 대한 양자장론적인 방법에서 얻어진 액시온 항의 효과를 게이지 대칭성과 로런츠 불변성과 서로 모순 없이 카이럴 페르미면에 도입한 이론적 체계이다.

바일 금속에 있어 가장 큰 특징 중의 하나는 위상적으로 보호되는 갭리스(gapless) 표면 상태(surface state)가 존재한다는 것이다. 운동량 공간에서 한 쌍의 바일 포인트를 연결하는 선을 바일 금속 표면의 운동량 공간에 그대로 사영시키면 페르미 아크(Fermi arc)라 불리는 갭리스 표면 상태가 나타나고 이는 위상절연체에서 나타나는 디랙 밴드구조 형태의 표면 상태에 대응한다. $+$ & $-$ 카이럴리티의 바일 포인트를 연결하는 페르미 아크 표면 상태의 존재는 바일 전자들의 벌크(bulk) 상태의 위상적인 특성을 바탕으로 이해될 수 있다. 벌크-에지 커리스판던스($\text{bulk-edge correspondence}$)라 부르는 위상학적 특성을 먼저 시간 역전 대칭성이 깨어진 바일 금속에 대해 논의해보자. 페르미 아크 표면 상태를 기술하기 위해 바일 밴드 구조를 주는 지만 효과가 한쪽 벌크에만 존재하고 다른 한 쪽에는 평범한 진공 상태이기에 없다고 생각한다. 디랙 감마 행렬 표현 방식에서 지만 효과는 카이럴 행렬이 곱해진 카이럴 게이지 장으로서 표현된다. 다시 말해서 카이럴 게이지 장에 대한 도메인 월(domain wall) 형태의 포텐셜을 생각하고 도메인 월 표면에서 바일 방정식을 풀면 바일 금속의 표면을 기술하는 카이럴 게이지 장의 도메인 월에 국소화된 상태로 정확하게 페르미 아크에 대응하는 제로 에너지 고유 상태와 고유 에너지 분산 관계식을 얻는다.^[15] 여기에서 재미있는 점은 페르미 아크 표면 상태의 전자들의 개수가 보존되지 않는다는 것이다. 이를 이해하기 위해 앞에서 구한 페르미 아크 표면 전자들을 기술하는 유효 액션에 $U(1)$ 게이지 장을 미니멀 커플링 형태로 도입하면 액션 레벨이 아닌 양자역학적 요동 효과에 의해 페르미 아크 표면 전자들의 전류가 보존되지 않는다는 것을 계산할 수 있다. 게이지 어노멀리(gauge anomaly)로서 불리는 이 현상은 페르미 아크 표면 상태는 그 자체로 존재할 수 없음을 암시한다. 놀랍게도 앞에서 구한 액시온 벌크 항으로부터

전류를 구하면 표면 쪽으로 흘러가는 전류가 있음을 확인할 수 있고 이는 정확하게 페르미 아크 표면 전류의 양과 일치한다. 다만, 칼란-하비(Callan-Harvey) 메커니즘이라 불리는 이 과정은 그렇게 직접적이지는(straightforward) 않고 약간의 주의가 필요하기에 관심 있는 사람들은 원 논문을 참조하기 바란다.^[16] 벌크의 위상적 특별한 특성으로부터 표면 쪽으로 흘러 들어가는 전류를 어노멀리 인플로우(anomaly inflow)라고 부르며 벌크 쪽의 전류와 표면 쪽의 전류의 합이 제로가 되어 전하 보존 법칙이 벌크와 표면 전체에서는 여전히 성립하는 것을 어노멀리 캔슬레이션($\text{anomaly cancellation}$)이라고 부른다. 어노멀리 인플로우와 어노멀리 캔슬레이션은 벌크-에지 커리스판던스에 대한 양자장론적인 정확한 기술이다.

지금까지의 수학적 과정을 물리적으로 풀어 보면 다음과 같다. 벌크 한 쌍의 바일 포인트를 연결하는 직선을 노멀(normal) 벡터(vector)로 갖는 이차원 평면을 생각한다. 시간 역전 대칭성이 깨어진 상황에서 운동량 공간에서 정의된 한 쌍의 바일 포인트를 연결하는 벡터는 외부에서 걸어준 자기장의 방향과 평행하다. 앞에서 구한 액시온 항을 지금 도입한 평면에 사영하면 천-사이먼(Chern-Simons) 항을 얻는다. 따라서 도입된 이차원 평면은 정수 양자화 효과를 보여주는 평면이고 이를 두 바일 포인트를 연결하는 방향으로 쌓으면 액시온 항을 다시 얻을 수 있다. 정수 양자화 효과를 기술하는 천-사이먼 벌크 이론과 카이럴 에지 상태가 앞에서 논의한 바일 금속에서의 벌크-에지 커리스판던스의 이차원 버전이며 따라서 정수 양자화 효과를 서로 연결된 바일 포인트 쌍 방향으로 쌓으면 카이럴 에지 상태가 연결된 페르미 아크 표면 상태가 나타난다(그림 1 참조).

이와 같은 벌크-에지 커리스판던스가 앞에서 논의한 볼츠만 방정식을 바탕으로 아직까지 논의된 바가 없다. 현재로서 볼츠만 방정식에 기초한 기술 방법은 주로 벌크의 카이럴 전자들의 운동을 이해하는데 사용되어 왔다. 볼츠만 방정식에 기초하여 벌크 카이럴 전자들의 운동과 페르미 아크 표면 전자들의 운동을 명확하게 분리해서 기술할 수 있다면 바일 금속에서의 수송 현상들에 대한 이해에 있어 보다 깊이 있는 이해가 가능할 것으로 생각한다.

지금까지 시간 역전 대칭성이 깨어진 바일 금속의 밴드 구조와 그로부터 나타나는 베리 자기장 및 카이럴 변칙 효과, 이를 기술할 수 있는 보다 일반화된 드루드 모델과 볼츠만 방정식 계산 방법, 그리고 페르미 아크 표면 상태의 존재를 이해하기

REFERENCES

- [15] P. Goswami and S. Tewari, Phys. Rev. B **88**, 245107 (2013).
- [16] C. G. Callan and J. A. Harvey, Nucl. Phys. B **250**, 427 (1985).

2d → 3d generalization

Fig. 1. Integer quantum Hall effects in two dimensions are realized as time reversal symmetry broken Weyl metals in three dimensions.

위한 벌크-에지 커리스판던스 등에 대해 논의하였다. 이제 시간 역전 대칭성은 보존되고 대신 공간 인버전 대칭성이 깨어진 바일 금속 상태를 생각하자. 시간 역전 대칭성이 깨어진 바일 금속의 경우 미니멀 모델은 시간 역전 변환에 대해 불변적인 운동량 포인트에 존재하는 한 개의 디랙 포인트가 + & - 카이럴리티 한 쌍의 바일 포인트로 운동량 공간에서 갈라진 밴드구조이고 각각의 바일 포인트는 시간 역전 변환의 파트너이다. 공간 인버전 대칭성이 깨어진 바일 금속의 경우 미니멀 모델은 시간 역전 변환에 대한 파트너로서 운동량 공간에서 두 개의 디랙 포인트에서 시작하여 공간 인버전 대칭성을 깨어주면 각각의 디랙 포인트들이 각 쌍의 바일 포인트로 갈라지는 밴드구조이고 각 쌍의 바일 포인트는 공간 인버전 변환의 파트너로서 행동한다. 마치 이차원 그래핀 밴드구조에 운동량 공간 K & -K 포인트에 두 가지 상태가 각각 축퇴가 된 것이 아니라 네 가지 상태가 각각 축퇴된 상황에서 시작하여 인버전 대칭성을 깨어줄 경우 축퇴된 네 가지 상태가 각각의 “카이럴리티” 양자수에 따라 공간 인버전 변환의 파트너로서 두 쌍의 축퇴된 두 상태로 각각 갈라지는 경우에 해당한다. 여기에서는 물론 3차원에서 일어나는 현상이다. 이 경우 시간 역전 대칭성이 깨어진 바일 금속의 밴드 구조에 비해 한 쌍의 바일 포인트가 더 늘어나 복잡성을 가중시키는 것 이외에 별로 특별한 점이 없어 보인다. 하지만 분명한 점은 앞의 시간 역전 대칭성이 깨어진 경우에 반드시 존재할 수밖에 없었던 위상적으로 특별한 항인 액시온 항은 시간 역전 대칭성은 존재하고 공간 인버전 대칭성이 깨어진 경우에는 절대 나타날 수 없다는 것이다. 결국 우리의 질문은 시간 역전 대칭성이 깨어졌을 때 나타났던 액시온 항에 대응하는 위상적으로 특별한 항의 형태가 공간 인버전 대칭성이 깨어졌을 경우 어떻게 나타날 것인가이다.

수학적인 논의를 피하기 위해 시간 역전 대칭성이 깨어진 바일 금속에서 다루어졌던 벌크-에지 커리스판던스 부분을 다시 한 번 살펴보자. + & - 카이럴리티 바일 쌍이 두 개가 있지만 공간 인버전 변환의 파트너인 하나를 고르고 그 둘을

2d → 3d generalization

Fig. 2. As integer quantum Hall effects are realized to be time reversal symmetry broken (TRSB) Weyl metals in three dimensions, spin quantum Hall effects in two dimensions are generalized into inversion symmetry broken (ISB) Weyl metals in three dimensions.

연결하는 벡터를 노멀 벡터로 갖는 이차원 평면을 생각한다. 시간 역전 대칭성이 깨어진 경우에는 그 이차원 평면이 정수 양자홀 효과를 기술하였다. 시간 역전 대칭성이 있고 공간 인버전 대칭성이 깨어진 경우 정수 양자홀 효과 대신 정수 양자 스핀홀 효과를 생각하는 것이 자연스럽다.^[17] 이 경우 스핀 업(up) 카이럴 에지 전자와 스핀 다운(down) 카이럴 에지 전자의 운동이 시간 역전 대칭성에 의해 서로 반대로 존재하게 되어 헬리컬(helical) 에지 상태가 나타난다. 각각의 스핀 전류들의 카이럴 에지 상태를 기술하는 천-사이몬 이론을 생각하면 스핀 업 전자와 미니멀 커플하는 스핀 업 U(1) 게이지 장에 대한 천-사이몬 이론과 스핀 다운 전자와 미니멀 커플하는 스핀 다운 U(1) 게이지 장에 대한 천-사이몬 이론 두 종류의 천-사이몬 이론으로 정수 양자 스핀홀 평면이 기술된다. 다만, 스핀 업 U(1) 게이지 장의 천-사이몬 항의 계수인 홀 컨덕턴스(Hall conductance)와 스핀 다운 U(1) 게이지 장의 천-사이몬 항의 계수인 홀 컨덕턴스의 사인은 반대이고 크기는 같다. 이제 스핀 업 게이지 장과 스핀 다운 게이지 장을 합한 U(1) 게이지 장을 전하와 미니멀 커플하는 보통의 전자기 벡터 포텐셜로 정의하고 스핀 업 게이지 장과 스핀 다운 게이지 장의 차이를 스핀 전류에만 미니멀 커플하는 U(1) 게이지 장으로 정의한다. 앞에서 얻은 두 종류의 천-사이몬 항을 스핀 U(1) 게이지 장과 보통의 전자기 벡터 포텐셜에 대해 다시 쓰면 서로 다른 종류의 U(1) 게이지 장으로 구성된 천-사이몬 이론을 얻는다.^[18] 시간 대칭성이 깨어진 경우 나타났던 천-사이몬 이론

REFERENCES

- [17] C. L. Kane and E. J. Mele, Phys. Rev. Lett. **95**, 146802 (2005).
- [18] B. Andrei Bernevig and Shou-Cheng Zhang, Phys. Rev. Lett. **96**, 106802 (2006).

Fig. 3. A double pair of chiral Weyl points or a pair of helical Weyl points in the momentum space of inversion symmetry broken Weyl metals. (a) Red (blue) points in the first (second) and third (fourth) faces represent $+$ ($-$) chiral charge. Here, only two types of Fermi arc states are allowed. (b) When the spin quantum number is preserved, the pattern of helical Fermi arcs is realized to connect a pair of Weyl points with the same spin quantum number. (c) When the valley quantum number is preserved, the configuration of helical Fermi arcs appears to connect a pair of Weyl points with the same valley quantum number. However, the principle of quantum mechanics does not allow the case that both spin and valley quantum numbers are preserved. This figure comes from the author's recent study [19].

을 AF 이론이라 부른다면 공간 인버전 대칭성이 깨어졌을 경우 나타나는 천사이론 이론은 BF 이론이라 부르고 여기에서 F는 A로 구성된 전기장 또는 자기장이다. 이제 시간 역전 대칭성이 깨어진 경우에서 했던 것처럼 정수 양자 스핀홀 효과를 주는 평면을 공간 인버전 변환 파트너인 바일 쌍의 방향으로 쌓으면 시간 대칭성이 깨어졌을 때와는 다른 액시온 항을 얻는데, 스핀 U(1) 게이지 장으로부터 오는 전기장과 전하 U(1) 게이지 장으로부터 오는 자기장의 스칼라 곱 표현식으로 나타나고 그 앞의 계수로서 켄타 각도는 두 바일 포인트의 연결하는 운동량 공간에서의 벡터와 실공간에서의 위치와의 스칼라 곱 표현식으로 주어진다.^[19](그림 2 참조)

공간 인버전 대칭성이 깨어진 바일 금속의 경우 미니멀 모델은 두 쌍의 바일 포인트로 기술된다는 사실은 앞에서 논의하였다. 시간 역전 대칭성과 공간 인버전 대칭성을 고려할 경우, 두 쌍의 바일 포인트를 연결하는 방법은 오직 두 가지뿐이다. 따라서 페르미 아크 표면 상태 역시 두 가지 연결 상태로서 주어진다. 한 연결 상태는 앞에서 논의한 바와 같이 정수 양자 스핀홀 효과에 대응한다고 생각하면 다른 연결 상태는 정수 양자 밸리홀 효과에 대응한다고 볼 수 있다. 여기에서 밸리홀 효과는 스핀홀과 다른 페르미 아크 연결 상태를 정의하는 좋은 양자수이다. 유효 액션 레벨에서는 이 두 종류 페르미 아크 표면 상태를 모두 생각할 수 있지만 양자역학적인 측면에서는 어느 하나만 선택된다. 다시 말해, 벌크 액션을 레귤러라이제이션을 할 때 어느 한쪽 대칭성을 보존하면 다른 쪽 대칭성은 반드시 깨어져야 한다. 공간 인버전 대칭성을 깨는 바일 금속의 미니멀 모델에 전하와 미니멀 커플하는 U(1) 전자기 벡터 포텐셜, 스

핀과 미니멀 커플하는 U(1) 스핀 게이지 장, 그리고 밸리와 미니멀 커플하는 U(1) 밸리 게이지 장을 도입하고 후지카와 방법을 바탕으로 야코비언 팩터를 계산하면 스핀 게이지 장과 전하 게이지 장의 액시온 항 또는 밸리 게이지 장과 전하 게이지 장의 액시온 항, 이 둘 중의 하나만 나타나고 그에 대응하여 어노멀리 인플로우와 어노멀리 캔슬레이션에 의해 페르미 아크 표면 상태가 정확하게 결정된다.^[19](그림 3 참조)

다음 질문은 공간 인버전 대칭성이 깨어진 바일 금속에서 전자들의 수송 현상을 이해하기 위해 시간 역전 대칭성이 깨어진 상황에서의 바일 금속의 경우에서와 같이 베리 자기장 효과와 카이럴 변칙 효과를 포함하는 보다 일반화된 드루드 모델을 어떻게 세울 것인가이다. 놀랍게도 필자가 알고 있는 범위 안에서 이 질문이 분명하게 답이 주어졌다고 생각하지 않는다. 전하와 미니멀 커플하는 보통의 U(1) 벡터 포텐셜뿐만 아니라, 스핀 U(1) 게이지 장, 그리고 밸리 U(1) 게이지 장 모두를 도입하여 드루드 모델을 일반화시켜야 하고 물론, 물리적인 양에 대한 수송 계수를 계산할 경우 전하와 미니멀 커플하는 일반적인 전자기장의 함수로만 결과가 나와야 할 것이다. 생각보다 쉽게 일반화된 드루드 모델을 얻을 수도 있지만 필자가 아는 한 분명하지 않은 점이 분명히 있어 보인다. 시간 대칭성이 깨어진 바일 금속에서의 여러 가지 수송 현상과 공간 인버전 대칭성이 깨어진 바일 금속에서의 수송 현상에 있어 차이를 분명히 하는 것은 정수 양자홀 효과와 정수 스핀홀

REFERENCES

- [19] Iksu Jang and Ki-Seok Kim, Phys. Rev. B **97**, 165201 (2018).

Fig. 4. Oscillation and propagation of light as a function of external magnetic fields in time reversal symmetry broken Weyl metals. This figure comes from the author's recent study [20].

효과의 차이를 구별하는 것과 비슷한 일이라고 생각한다.^[17]

지금까지 카이럴 페르미온 카이럴 전자들의 운동을 기술하는 볼츠만 수송 이론 방식에 대해 논의하였다. 마지막으로 빛이 바일 금속에서 어떻게 전파되는가를 이해하기 위한 이론적 틀에 대해 논의해 보자. 맥스웰 방정식을 경계 조건에 따라 풀어야 함은 자명하다. 다만, 바일 금속의 위상적인 특별한 구조에 의해 엑시온 항이 빛의 운동을 기술하는 액션 레벨에서 추가되고 결과로서 기존의 맥스웰 방정식이 보정 항을 얻는다. 먼저, 전하가 전기장을 발생시키는 원천이 됨을 기술하는 가우스 법칙에서 엑시온 항에 의해 전기장뿐만 아니라 자기장까지 발생시키게 되고 그 자기장의 크기는 카이럴 쌍의 운동량 공간에서의 거리에 일차적으로 관여되어 나타난다. 또한, 전하의 흐름인 전류는 자기장을 컬(curl) 형태로 발생시킨다는 암페어 법칙에서 엑시온 항에 의해 자기장뿐만 아니라 전기장 역시 발생하게 되고 그 전기장의 크기는 세타 각도에 일차적으로 관여되어 나타난다. 새롭게 추가된 엑시온 항들의 결과로서 운동량 공간에서 카이럴 바일 쌍이 y축 방향으로 있을 때, 다시 말해 외부 자기장을 y축 방향으로 걸어 주고, x축으로 진행하는 빛의 자기장의(전기장의) 진동 방향 역시 y축에(z축에) 있을 경우 전기장이 빛이 진행하는 x축 방향으로 진동하는 롱기튜디널 모드(longitudinal mode)가 나타난다.^[20] 이것은 마치 빛이 초전도체를 통과할 때 나타나는 현상과 유사한 점이 있다. (그림 4 참조) 한 가지 지적하고 싶은 점은 위의 논의는 시간 역전 대칭성이 깨어진 바일 금속에서만 적용될 수 있다. 앞에서 논의한 바와 같이 공간 인버전 대칭성이 깨어진 바일 금속 상태에서는 엑시온 항이 전기장과 자기장의 스칼라 곱 표현식

형태로 적힐 수 없기 때문에 시간 역전 대칭성이 깨어졌을 때 나타나는 엑시온-맥스웰 운동과는 차이가 있을 것으로 기대된다. 놀랍게도 아직까지 필자가 아는 범위 내에서 이러한 보정 항의 역할이 연구되어 있지 않다.

이제 서로 상호작용하는 카이럴 전자들의 운동을 기술할 수 있는 방정식이 완성되었다. 자연스럽게 베리 자기장과 카이럴 변칙 효과가 포함된 일반화된 볼츠만 방정식과 엑시온 항에 의해 보정된 엑시온-맥스웰 방정식의 결합된 형태로서 주어진다. 최근 입자 물리학 분야 연구자들을 중심으로 이 두 가지 방정식의 결합 효과에 대해 연구를 많이 하고 있다. 란다우 페르미 액체 이론에서의 모드들과 어떻게 차이가 있으며 어떠한 불안정성이 나타나는지 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 또한, 베리 자기장 효과뿐만 아니라 베리 전기장에 대한 논의도 시작되었다. 카이럴 바일 쌍이 운동량 공간에서 시간에 대해 움직일 수 있다면 운동량 공간에서의 베리 전기장의 고려는 자연스럽다. 이로 인해 나타날 수 있는 새로운 홀 효과가 예측되었다.^[21] 여러 차례 강조된 바 있지만 시간 역전 대칭성이 깨어진 경우 우리가 분명한 이론적 도구를 가지고 있는 반면 공간 인버전 대칭성이 깨어진 경우 볼츠만 방정식과 엑시온-맥스웰 방정식의 구조가 불분명한 점이 있어 보다 분명하게 만들 필요가 있다.

REFERENCES

- [20] Jinho Yang, Jecheon Kim and Ki-Seok Kim, Phys. Rev. B **98**, 075203 (2018).
- [21] Iksu Jang, Jae-Ho Han and Ki-Seok Kim, Phys. Rev. B **95**, 054117 (2017).