킬로그램의 재정의

DOI: 10.3938/PhiT.27.006

Redefinition of the Kilogram Based on the Fixed Value of the Planck Constant

Dongmin KIM, MyungHyeon KIM, Byung-Chill WOO and Kwang-Cheol LEE

In the current international system of units (SI), the kilogram is defined as the mass of a material artefact. The material artefact was fabricated in 1870s using an alloy of platinum and iridium. The artifact can gain or lose mass as time passes or when other materials are compared to the artefact. The kilogram will be redefined by fixing the numerical value of the Planck constant to provide more stable mass scales. After the SI redefinition, the kilogram will be realized by experiments that link the mass of test materials to the Planck constant. The realization experiments include the Kibble balance and silicon sphere experiments. The Kibble balance compares mechanical power to electrical power. The electrical power is proportional to the Planck constant and the frequency of microwaves irradiating Josephson junctions when the voltage and the resistance are measured using the Josephson effect and quantum Hall

저자약력

김동민 박사는 KAIST 기계공학과에서 박사학위(2007)를 한 후 삼성전자 생산 기술연구소를 거쳐 2013년부터 한국표준과학연구원 역학표준센터에 근무하고 있으며, 현재 키퍼즐을 이용한 킬로그램 실험에 관해 연구 중이다.

김명현 박사는 KAIST 기계공학학과에서 박사학위(2016)를 한 후 한국표준과학연구원 박사후연구원을 거쳐 2017년부터 한국표준과학연구원 역학표준센터에 근무하고 있으며, 현재 전기단위를 이용한 미세 토크 및 미세 질량 실현에 관해 연구 중이다.

우병칠 연구원은 경북대학교에서 석사학위(1985)를 한 후 한국표준과학연구원 역학표준센터에 근무하고 있으며, 현재 키폴저울을 이용한 킬로그램 실험에 관해 연구 중이다.

이광철 박사는 POSTECH 기계공학대에서 박사학위(2003)를 한 후 2004년 부터 한국표준과학연구원에 근무하고 있으며, 현재 역학표준센터에서 킨블저울 을 이용한 킬로그램 실험에 관해 연구 중이다. (kcldee@kriss.re.kr)

effect, respectively. The mass of the test material is obtained by dividing the electrical power by the product of the gravitational acceleration and the coil velocity. Because we redefine the kilogram by using an invariant physical constant, we can realize smaller mass scales, including atomic masses, through experiments linking mass to the physical constant.

들어가는 말

현재 우리가 사용하고 있는 국제단위계에서 킬로그램은 금속으로 만든 원기둥인 인공물의 질량으로 정의되어 있다. 인공물은 시간이 지남에 따라 질량이 변할 수 있으며 다른 물체와 비교하다가 질량이 바뀔 수 있다. 우리가 가지고 있는 킬로그램의 기준이 안정적이지 못하므로 킬로그램의 기준을 인공물에서 변하지 않는 물리상수인 플랑크 상수로 다시 정의할 예정이다. 플랑크 상수값을 정하고 고정된 플랑크 상수값을 기준으로 질량을 측정하면 시간이 지나도 변하지 않는 기준으로 측정을 할 수 있다. 또한 원자 질량이나 1 킬로그램보다 작은 질량을 갖는 물체의 질량을 플랑크 상수를 이용하여 실현하는 기술을 개발할 수 있다. 킬로그램을 포함한 4개 단위의 재정의는 2018년 11월 프랑스 베르사유에서 열리는 국제도량형총회에서 의결할 예정이다. 국제도량형총회에서 단위 재정의가 의결될 경우 2019년 5월 20일부터 물리상수를 기초로 한 국제단위계가 사용된다.

단위계 재정의가 1년이 남지 않은 시점에서 그동안 우리가 사용해왔던 킬로그램 단위에 대해서 되돌아볼 필요가 있다. 과학기술의 토대가 되는 측정과학을 더욱 견고하게 만들기 위하여 노력한 많은 과학자들의 아이디어와 시행착오를 통해서 우리와 후속세대가 앞으로 어떻게 연구를 해야 할지 배울 부분이 많다고 생각한다. 본 해설에서는 현재 우리가 사용하고 있는 킬로그램 단위의 문제점을 살펴보고 물리상수를 이용하여 킬로그램을 재정의하기 위하여 노력해온 과정들을 소개하고자 한다.

킬로그램의 역사

킬로그램의 역사는 1790년대 프랑스 부르봉 왕정 말기와 혁명시대에 시작된다.^[1] 프랑스 지역마다 다른 길이와 질량 기준을 하나로 만들기 위하여 당시에 여러 가지 기준들이 제안되었다. 이러한 제안 중에서 우리가 살고 있는 지구의 크기를 기준으로 길이의 단위를 정하자는 의견이 채택되었다. 지구의 크기는 자연현상이며 사람이 만든 물체가 아니므로 지구의 크기를 길이의 기준으로 삼는 것은 ‘현대적’이라고 볼 수 있다. 지구 둘레의 4천만분의 일을 1 미터로 하고 물이 녹는 온도에서 물 1 리터의 질량을 1 그라브(grave)로 하는 것이 제안되었다. ‘새로운’ 1 미터의 값을 정하기 위하여 프랑스 북부 도시 뵙케르크에서 시작하여 파리를 지나 스페인 바르셀로나까지 이르는 거리를 삼각 측량하였다. 프랑스 남북을 지나는 거리 측정은 루이 16세 시대인 1792년에 시작하여 혁명기를 거쳐 1799년 측정을 마쳤으며 측정한 결과를 바탕으로 1 미터의 값을 산출하였다.

라부아지에를 포함한 왕정시대 과학자들이 제안한 질량의 단위인 그라브는 공화정을 거치면서 그라브보다 천 배 가벼운 그램으로 바뀌었다. 당시에 1 그램을 물의 밀도가 가장 높은 온도인 4°C에서 물 1 cm³의 질량으로 정의하였으며 1 그램 금속 원기를 제작하기가 어려우므로 천 배 무거운 킬로그램 질량을 갖는 원기를 제작하였다. 만약 당시에 그램으로 단위를 바꾸지 않았다면 천 배를 뜻하는 킬로 접두사가 없는 질량단위를 지금 사용하고 있을 수도 있다. 파리를 지나는 자오선 측정을 마친 1799년 순수한 백금을 이용하여 미터 원기와 기록원 킬로그램 원기(kilogramme des archives)를 제작하였다.

1800년대 중반 국제적인 교역이 활발해짐에 따라 각 나라에서 사용하는 길이와 질량 단위를 비교하고 일치시켜 측정의 정밀도를 높일 필요성이 생겼다. 1875년 5월 20일 주로 프랑스 주재 대사로 이루어진 17개국 대표가 파리에서 미터협약을 체결하였다.^[2] 미터협약에서 결의한 바와 같이 각 회원 국가가 사용할 미터와 킬로그램 원기를 제작하고 국가원기를 비교하고 검증할 수 있는 국제원기를 제작하기로 하였다. 국제도량형국을 파리에 세워서 국제원기를 관리하고 회원국가가 보유하게 될 원기 혹은 회원국가의 측정 단위를 국제원기와 비교하는 역할을 수행하기로 하였다. 각 분야 전문가로 이루어진 국제도량형위원회를 만들고 국제도량형위원회가 국제도량형국의 업무를 관리하도록 하였다. 또한 각 회원국의 대표로 구성되는 국제도량형총회가 국제도량형위원회를 관리하는 계층 구조를 만들었다. 국제도량형국, 국제도량형위원회, 국제도량형총회 등 미터 협약에서 만든 조직의 골격이 현재까지 국제단위계에 그대로 유지되고 있다. 미터협약을 체결한 5월 20일을 세계 측

정의 날로 정하였으며 올해 재정의될 예정인 국제단위계 또한 내년 측정의 날부터 시행할 예정이다.

1875년 미터 협약에서 결의한 대로 미터와 킬로그램의 기준으로 사용할 인공물을 제작하기 시작하였다. 당시에 순수한 백금의 경우 시간이 지나면 질량이 변한다는 사실이 알려져 새로운 원기를 백금 90%와 이리듐 10% 합금으로 제작하였으며 지름과 높이가 모두 39 mm인 원기둥 형태로 제작하였다.^[3] K1, K2, K3 3개 원기를 제작하고 새로 제작한 원기의 질량을 기록원 킬로그램 원기와 1880년에 파리 천문대(Paris Observatory)에서 비교하였다. 측정결과 기록원 킬로그램과 질량이 동일한 K3 원기를 킬로그램의 기준으로 삼기로 하고 국제도량형국에 보관하였다. 1889년 열린 1차 국제도량형총회에서 K3 원기를 킬로그램의 기준으로 삼기로 하고 국제킬로그램 원기로 명명하였다.

1880년 당시 기록원 킬로그램은 만들어진 지 80여 년이 지나 질량이 변했으나 기록원 킬로그램과 질량이 같도록 국제킬로그램원기를 만들었다. 따라서 4°C에서 물 1 리터의 질량이 1 킬로그램이라는 정의를 버리고 금속으로 만든 인공물을 킬로그램의 기준으로 삼는 것으로 새로운 원칙을 정한 셈이다.

국제킬로그램원기를 만든 이후 각 나라에서 사용할 원기와 국제도량형국에서 국제킬로그램원기와 비교하는 데 사용할 원기를 40개 추가로 만들었다. 이 중 30개가 1889년 1차 국제도량형총회에서 각 회원국에 배정되었다. 우리나라는 1894년 갑오년에 이때 만들어진 40개 원기 중 하나인 39번 원기를 국가킬로그램원기로 도입하였다. 1894년 당시 우리나라는 미터 협약에 가입한 회원국이 아니었으며 (우리나라는 1959년에 회원국이 되었다.) 아마도 정치적인 이유로 39번 원기는 일본에 할당되었다. 39번 원기는 2차 세계대전 이후인 1958년에 우리나라로 소유권이 이전되었다.

1880년 이후 지금까지 거의 동일한 공정을 이용하여 회원국에서 사용하는 원기와 국제도량형국에서 사용하는 원기를 제작하고 있다. 현재 우리나라는 39번, 72번(1989년 배정), 84번(2003년 배정), 111번(2017년 배정) 총 4개의 원기를 보유하고 있다. 백금과 이리듐 합금으로 만든 원기는 1년에 대략 1 µg 질량이 증가한다. 시간이 지남에 따라 질량이 증가하며 이에 따라 불확도가 함께 증가한다. 우리나라의 경우 72번 원기를 5년마다 국제도량형국에 들고 가서 국제도량형국이 보유하고 있는 비교용 원기(working standards)를 이용하여 교정을

REFERENCES

- [1] K. Alder, *The Measure of All Things* (The Free Press, 2002).
- [2] The International Bureau of Weights and Measures 1875-1975 (NBS 420, 1975).
- [3] R. Davis, *Metrologia* **40**, 299 (2003).

Fig. 1. Mass changes of 6 official copies with respect to the international prototype of the kilogram (IPK).^[4,5] Four copies, K1, 7, 8(41), and 32, have been compared their masses with respect to the IPK from 1889. Two copies, 43, 47, started the comparisons from 1946.

하여 우리나라 질량단위가 국제킬로그램원기로부터 소급되도록 한다.

국제킬로그램원기

국제킬로그램원기는 6개의 공식 복제본(official copies)과 함께 국제도량형국 금고에 보관되어 있다. 초기에는 국제미터원기를 금고에 함께 보관하였으나 빛의 속력을 기준으로 미터를 재정의한 이후 킬로그램 원기만을 보관하고 있다. 매년 국제도량형국에서 열리는 국제도량형위원회를 마친 후 위원들이 국제킬로그램원기를 보관하고 있는 금고에 가서 원기가 이상 없이 보관되고 있는지를 확인하는 것이 관례이다.

전 세계에서 사용하고 있는 킬로그램 단위가 일치하고 있는지 확인하기 위해서는 미터협약에 가입한 회원국이 보유하고 있는 국가원기를 주기적으로 비교해야 한다. 첫 번째 검증(periodic verification)은 1899년에서 1911년 사이에 이루어졌으며 국제킬로그램원기를 사용하지 않고 국제도량형국과 회원국이 보유한 원기끼리 서로 비교하였다. 두 번째 검증은 1939년에 시작되어 2차 세계대전 동안 중지되었다가 1946년 다시 시작되어 1953년에 마쳤다. 세 번째 검증은 1988년에 시작되어 1992년에 마쳤다.^[4] 우리나라가 보유한 39번과 72번 원기는 세 번째 검증에 참여하여 국제도량형국 공식 복제본과 비교하였다. 세 번째 검증에서 원기들을 세척한 후 질량이 줄어드는 정도, 세척 후 시간이 지남에 따라 질량이 증가하는 경향에 대한 데이터를 확보하였다.

세 번째 검증은 국제킬로그램원기를 제작한 지 약 110여 년 만에 이루어졌다. 대략 50년에 한 번꼴로 국제킬로그램원기를 사용한 셈이다. 세 번째 검증을 마쳤을 때 국가원기 및 국제도량형국 원기의 질량이 국제킬로그램원기의 질량과 차이가 벌어

지고 있음을 알게 되었다. 대략 100년에 50 μg 차이가 커져 인공물을 이용한 킬로그램 정의가 불안정함을 알게 되었다. 이 당시에 이미 킬블 저울과 실리콘 구 실험에 대한 아이디어가 있었으므로 물리상수를 이용하여 킬로그램을 재정의하자는 제안이 나오게 되었다. 하지만 이들 실험의 정밀도가 인공물을 이용한 킬로그램 실험 정밀도보다 나빴으므로 정밀도를 높이는 연구가 필요했다.

그림 1에 국제도량형국 금고에 보관되어있는 공식복제본 6개가 시간에 따라서 질량이 변하는 정도를 나타내었다. K1은 1870년대 중반에 국제킬로그램원기와 함께 제작한 3개 원기 중 하나이다. 7, 8(41), 32 3개는 1880년대에 제작한 40개 원기 중에서 공식복제본으로 배정된 것이다. 1889년 처음 측정된 결과에 비해서 시간이 지남에 따라 국제킬로그램원기의 질량과의 차이가 커짐을 알 수 있다. 43, 47번은 이후에 제작되어 1946년에 국제킬로그램원기와 처음 비교하였다. 공식복제본 6개는 국제킬로그램원기와 같은 금고에 있으며 거의 사용하지 않았으므로 국제킬로그램원기와 비슷한 질량변화가 예측된다. 하지만 시간이 지남에 따라 질량차이가 커져서 국제킬로그램원기가 안정적인 기준이 아님을 알 수 있다.

2011년에 킬블저울과 실리콘 구 실험결과가 2×10^{-7} 이내로 일치하고 각 실험의 불확도가 5×10^{-8} 이내로 적어지자 각 실험에서 사용하는 분동의 질량을 국제킬로그램원기와 직접 비교해야 할 필요성이 생겼다. 킬로그램 재정의에 대비하고 측정물체에 의한 불확도를 줄이기 위하여 2014년에 국제킬로그램원기를 국가원기 및 공식복제본과 비교하였다.^[5] 그림 1에 2014년에 국제킬로그램원기와 비교한 공식복제본의 질량변화를 함께 나타내었다. 2014년의 경우 1991년 세 번째 검증과 비슷하며 질량차이가 증가하지 않는다.

킬로그램 재정의

국제킬로그램원기는 인공물이므로 사용하면 닳게 된다. 사용하다가 파손되는 것을 막기 위하여 약 130년 동안 4번만 사용하였다. 자주 사용할 수 없는 기준인 셈이다. 또한 국제킬로그램원기의 질량이 정확하게 1 kg으로 정의하였으므로 크거나 작은 질량을 모두 1 kg 원기에서 시작하여 측정해야 한다. 100 g, 200 g, 200 g, 500 g 4개 분동을 조합하여 1 kg 분동과 비교하여 100 g, 200 g, 500 g 분동의 질량값을 교정한

REFERENCES

- [4] G. Girard, Metrologia 31, 317 (1994).
- [5] M. Stock, P. Barat, R. S. Davis, A. Picard and M. J. T. Milton, Metrologia 52, 310 (2015).

Fig. 2. The illustration which shows the relationship between the kilogram and the defining constants (www.bipm.org). In the revised international system of units, the kilogram will be redefined by fixing the numerical value of the Planck constant. The kilogram will be realized through experiments traceable to the Planck constant, speed of light, and hyperfine splitting of cesium atoms.

다. 마찬가지로 1/10, 1/5, 1/5, 1/2배인 분동을 조합하여 10배 큰 분동과 질량을 비교하는 방식으로 작은 질량을 교정한다. 이와 같이 1 kg에서 사슬을 따라서 질량을 측정하게 되면 질량이 작아질수록 측정불확도가 커진다.^[6]

국제킬로그램원기가 질량측정의 기준이므로 질량측정을 포함한 실험은 인공물의 질량과 비교하는 절차를 거쳐야 한다. 전류의 단위인 암페어는 전류가 흐르는 두 도선 사이에 미치는 힘의 크기를 고정하는 방식으로 정의되어 있다. 이러한 정의에 따라서 암페어를 실현하려면 힘을 측정해야 하고 힘을 측정하기 위해서는 국제킬로그램원기로부터 힘의 값을 소급 받아야 한다. 불안정한 인공물을 이용하여 암페어의 크기를 결정해야 하는 셈이다. 1 몰은 탄소-12가 12 g이 될 때 탄소원자의 수이다. 1 몰 안에 있는 원자의 수 즉 아보가드로 상수를 측정하기 위해서는 탄소 1 몰의 질량을 재야 하고 탄소 1 몰의 질량을 국제킬로그램원기로부터 소급 받아야 한다. 아보가드로 상수를 인공물의 값을 기준으로 재야 하는 셈이다. 아보가드로 상수, 플랑크 상수 등 변하지 않는 물리상수를 변하는 인공물을 기준으로 측정하고 있는 셈이다.

우리가 연구를 할 때 사용하는 측정의 기준이 불안하므로 기초를 다시 세워야 한다. 개정되는 국제단위계에서는 플랑크 상수, 기본 전하, 아보가드로 상수, 볼츠만 상수 등 물리상수를 기초로 단위계를 재정의할 예정이다. 킬로그램은 플랑크 상수 값을 $6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$ J s로 고정하여 정의한다. 단위 J s는 단위 $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ 와 같으며 미터와 초는 이미 빛의 속력

과 세슘원자의 초미세 전이 주파수 값을 고정하여 정의되어 있다. 따라서 플랑크 상수 값을 고정하면 플랑크 상수, 빛의 속력, 세슘원자 주파수 등 물리상수를 이용하여 킬로그램을 실현할 수 있다. 그림 2에 재정의되는 단위계에서 킬로그램과 단위계를 정의하는 물리상수와의 관계를 도시하였다.

킬로그램 실현

올해 재정의될 예정인 단위계에서는 플랑크 상수 값을 고정하여 킬로그램을 정의한다. 플랑크 상수 값이 고정된 이후에는 플랑크 상수 값을 이용하여 질량을 측정하는 방법이 필요하다. 플랑크 상수를 이용하여 질량을 실현하는 실험 중 가장 완성도가 높은 방법은 현재 키프저울과 실리콘 구 실험이다. 키프저울은 역학적 일률과 전기적 일률을 비교하여 플랑크 상수와 측정물체의 질량을 연결한다. 전기적 일률은 전압의 제곱을 저항으로 나눈 것이므로 전압과 저항을 조셉슨 효과와 양자홀 효과를 이용하여 측정하면 전기적 일률을 플랑크 상수와 조셉슨 소자에 가해진 마이크로와 주파수로 나타낼 수 있다. 역학적 일률은 킬로그램, 미터, 초로 표현되므로 키프저울 실험을 통하여 킬로그램을 플랑크 상수, 미터, 초로 표현할 수 있다.

실리콘 구 실험은 실리콘 구 안에 들어있는 실리콘 원자 개수를 세는 실험이다. 원자 개수와 원자 질량을 곱하면 실리콘 구의 질량인므로 원자질량을 통하여 물체의 질량을 실현하는 기술이다. 플랑크상수가 고정되면 실리콘 원자 질량과 플랑크 상수의 비 m_{Si}/h 가 측정대상이다. 양성자 질량과 플랑크 상수의 비 m_p/h , 전자 질량과 양성자 질량비 m_e/m_p , 실리콘 원자와 양성자 질량비 m_{Si}/m_p , 실리콘 구에 있는 실리콘 동위원소의 비율을 각각 측정하거나 알려져 있는 값을 사용하면 m_{Si}/h 값을 알 수 있다. 이 중 가장 불확도가 큰 것은 실리콘 동위원소의 비율을 측정하는 것이다. 원자 개수와 m_{Si}/h 값을 통하여 플랑크 상수와 측정 물체인 실리콘 구의 질량을 연결할 수 있다. 실리콘 구 실험은 플랑크 상수와 직접 연결되지는 않으나 m_{Si}/h 를 통하여 간접적으로 연결된다.

현재 플랑크 상수를 이용하여 킬로그램을 실현하는 기술은 키프저울과 실리콘 구 실험 두 가지 방법뿐이다. 하지만 향후 더욱 정밀도가 높은 새로운 기술이 개발되면 새로운 방법으로 킬로그램을 실현할 수 있게 될 것이다. 플랑크 상수 값은 실험 방법이나 절차에 따라 바뀌는 값이 아니므로 향후 연구를 통하여 정밀도를 더욱 향상시킬 수 있는 기회가 있다. 또한 1 킬로그램보다 작은 질량을 가지는 물체도 플랑크 상수를 이용

REFERENCES

- [6] OIML R 111-1 (OIML, 2004).

하여 직접 측정함으로써 측정 정밀도를 높일 수 있다. 향후에는 산업체나 교정기관이 플랑크 상수로부터 직접 킬로그램을 실현하는 시대가 올 수 있다.

키블저울

키블저울은 영국과학자 브라이언 키블이 1975년 국제단위계 정의에 따라서 암페어를 실현하기 위하여 제안한 기술이다.^[7] 키블저울은 일반적으로 두 가지 실험을 통하여 역학적 일률과 전기적 일률을 비교한다. 첫 번째 실험은 웨이잉 모드(weighing mode) 또는 힘 모드(force mode)라고 불린다(그림 3). 웨이잉 모드에서는 측정물체를 놓고 전자기력을 발생시켜 측정물체의 무게와 전자기력을 같게 한다. 영구자석을 이용하여 자기장을 만들고 영구자석 내부에 코일을 놓고 전류를 흘린다. 웨이잉 모드에서 측정 물체의 무게와 전자기력의 힘 평형식은 다음과 같다.

$$mg = (BL)I = (BL)U_1/R \quad (1)$$

위 식에서 m 은 측정물체의 질량, g 는 측정물체가 놓인 위치에서의 중력가속도, B 는 웨이잉 위치에서의 자기장 세기, L 은 코일 도선의 길이, I 는 코일에 흘린 전류이다. 코일에 흐르는 전류는 코일에 직렬로 저항 R 을 연결하고 저항 양쪽에서 발생하는 전압차이 U_1 을 측정하여 얻는다.

1975년까지 많은 연구자들이 국제단위계 정의에 따라서 암페어를 실현하는 노력을 해왔다.^[8] 고정된 코일과 움직이는 코일에 같은 전류를 흘려 전자기력을 발생시킨다. 두 개의 코일을 이용하여 만든 전자기력을 국제킬로그램원기로부터 소급되어 알고 있는 물체의 무게와 평형을 이루게 한다. 이와 같은 방법으로 암페어를 실현하는 실험에서 암페어를 구하기 위해서는 코일 도선의 형상을 정확히 측정해야 했다. 하지만 코일 형상계수(geometrical factor) BL 을 정확하게 측정하기 어려워 실제로 암페어를 실현하는 데 사용되지 못했다.

키블은 암페어 저울의 정밀도를 향상시키는 방법으로 두 번째 모드를 제안하였다. 두 번째 모드는 무빙 모드(moving mode) 또는 속도 모드(velocity mode)라고 불린다(그림 4). 자석 내부에 있는 코일을 움직이면 코일속도에 비례하여 전압이 발생한다. 이때 코일을 수직으로 움직이면 코일 전압 U_2 와 코일 속도 v 의 비례상수가 정확하게 코일 형상계수와 같다. 무빙 모드에서 코일 전압과 속도와의 관계식은 다음과 같다.

$$U_2 = (BL)v \quad (2)$$

Fig. 3. The weighing mode of the Kibble balance. The weight of the test mass mg is compared with the electromagnetic force BLI .

Fig. 4. The moving mode of the Kibble balance. The coil moves with velocity v to produce coil voltage U . The ratio U/v is same as the geometrical factor BL .

웨이잉 모드와 무빙 모드에서 측정한 형상계수 BL 이 같으므로 식 (1)과 (2)에서 형상계수를 제거할 수 있다. 무빙 모드를 이용하여 형상계수를 측정하지 않고 제거할 수 있으므로 무빙 모드를 교정 모드(calibration mode)라고 부르기도 한다. 웨이잉 모드와 무빙 모드 관계식에서 형상계수를 제거하면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$mgv = U_1 U_2 / R \quad (3)$$

식 (3)이 역학적 일률과 전기적 일률을 비교하는 식이므로 키블저울을 와트저울(watt balance)이라고 불렀다. 2016년 와

REFERENCES

- [7] B. P. Kibble, In Atomic Masses and Fundamental Constants 5, 545 (1976).
- [8] E. B. Rosa, N. E. Dorsey and J. M. Miller, Bull. Bur. Stand. 8, 269 (1912).

트저울을 제안한 킨블이 타계한 이후 킨블의 공적을 기려 킨블저울로 부르기 시작하였다.

역학적 일률과 전기적 일률은 모두 와트 단위이므로 식 (3)에 측정값들을 대입하면 좌변의 값과 우변의 값은 서로 일치해야 한다.(국제단위계는 단위가 서로 곱해질 때 일관성(coherent)이 있도록 정한다.) 그러므로 측정물체의 질량은 다음과 같이 표현된다.

$$m = \frac{1}{gv} U_1 U_2 / R \quad (4)$$

즉 중력가속도, 코일속도, 전압, 저항을 재서 측정물체의 질량을 얻는 것이 킨블저울 실험이다. 측정물체가 놓여있는 위치에서의 중력가속도는 별도의 중력계를 이용하여 측정한다. 자유낙하 중력계 또는 원자중력계를 이용하여 기준위치에서의 중력가속도를 측정한다. 상대중력계를 이용하여 기준위치와 측정물체 위치 사이의 중력 차이를 측정한다. 킨블저울 시스템에 의하여 발생하는 중력변화는 킨블저울 시스템의 밀도와 거리를 계산하여 보정한다. 절대중력계, 상대중력계, 시스템에 의한 중력변화 보정을 포함한 중력가속도 측정불확도는 10^{-8} 수준이다. 코일 속도는 코일 서스펜션에 설치한 헤테로다인 혹은 호모다인 간섭계를 이용하여 측정한다. 코일 속도와 중력가속도는 빛의 속력으로부터 정의된 미터와 세슘 원자의 주파수로부터 정의된 초에서 소급된다.

전압은 조셉슨 효과를 이용하여 측정한다.^[9] 두 초전도체를 가깝게 놓고 마이크로파를 쏘여주면 두 초전도체 사이에 직류 전압이 발생한다. 조셉슨 소자에서 발생하는 전압은 플랑크상수 h , 기본전하 e , 마이크로파 주파수 f 에 비례한다. 조셉슨 전압 U_J 는 다음 식으로 표현된다.

$$U_J = n \frac{h}{2e} f = \frac{nf}{K_J} \quad (5)$$

식 (5)에서 n 은 조셉슨 전압을 발생시킬 때 사용한 스텝 수(step number)인 정수, 조셉슨 상수 K_J 는 $2e/h$ 이다. 조셉슨 전압이 물리상수에 비례하며 재현성이 높으므로 현재까지 실제적인 전압표준으로 사용하고 있다. 기존 단위계에서는 플랑크상수와 기본전하의 값이 측정기술이 발달함에 따라 변할 수 있다. 새로운 측정값이 나올 때마다 조셉슨 전압을 바꾸는 것이 불편하므로 1990년 조셉슨 상수 값을 고정하여 실제적인 전압표준으로 사용하고 있다. 1990년 고정한 조셉슨 상수 값은 $483\,597.9\text{ GHz V}^{-1}$ 이며 이는 편의상 고정한 것으로 국제단위계가 아니므로 K_J 와 구별하기 위하여 K_{J-90} 으로 표시한

다. 올해 재정의되는 단위계에서는 K_J 가 고정되므로 조셉슨 전압은 물리상수로부터 전압을 실현하는 기술이 된다. 1990년 이후 새롭게 측정한 결과들이 반영되므로 고정되는 K_J 의 값은 K_{J-90} 과 10^{-7} 정도 달라진다.

저항은 양자홀 효과를 이용하여 측정한다.^[10] 이차원 전자계에서 자기장을 세게 걸면 홀 저항이 자기장, 전류, 온도에 무관하게 일정한 현상이 나타난다. 양자홀 저항 R_H 는 다음과 같이 표현된다.

$$R_H = \frac{h}{ie^2} = \frac{R_K}{i} \quad (6)$$

식 (6)에서 i 는 정수, R_K 는 폰 클리칭 상수이다. 폰 클리칭 상수 역시 1990년에 $25\,812.807\, \Omega$ 로 고정하였으며 R_K 와 구별하기 위하여 R_{K-90} 로 표시한다. 단위 재정의 이후에는 폰 클리칭 상수가 고정되며 양자홀 저항 또한 물리상수로부터 저항을 실현하는 기술이 된다.

킨블저울 실험에서 전압은 조셉슨 전압표준기와 비교하며 저항은 양자홀 효과와 비교한다. 식 (4)에 전압과 저항을 각각 조셉슨 효과와 양자홀 효과에 비교한 결과를 대입하면 다음과 같다.

$$m = \frac{1}{gv} \frac{c_1 n_1 h f_1}{2e} \frac{c_2 n_2 h f_2}{2e} \left(\frac{c_3 h}{ie^2} \right)^{-1} \quad (7)$$

식 (7)에서 n_1 과 f_1 은 웨이징 모드에서 전압을 잴 때 사용한 조셉슨 전압표준기의 스텝 수와 조셉슨 전압표준기에 가해진 마이크로파 주파수이다. n_2 와 f_2 는 무빙모드에서 사용한 조셉슨 전압표준기의 파라미터이다. 무차원 상수 c_1, c_2, c_3 는 조셉슨 표준기와 양자홀표준기를 이용하여 전압과 저항을 측정할 때 측정값과의 표준기 값의 비율이다. 식 (7)을 정리하면 다음과 같다.

$$m = \frac{C}{gv} f_1 f_2 h \quad (8)$$

식 (8)에서 측정값과 표준기 값과의 비율, 조셉슨 및 양자홀 표준기의 파라미터와 같은 무차원 상수를 C 로 나타내었다

REFERENCES

- [9] B. D. Josephson, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- [10] K. v. Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).

기존 단위계에서는 플랑크 상수가 측정대상이었으므로 식 (8)을 이용하여 플랑크 상수를 측정하였다. 즉 인공물의 질량으로부터 소급되는 물체의 질량을 이용하여 물리상수인 플랑크 상수를 측정한 것이다. 올해 개정되는 단위계에서는 플랑크 상수 값이 고정되므로 플랑크 상수가 측정의 대상이 아니라 측정의 기준이 된다. 개정되는 단위계에서는 식 (8)을 이용하여 측정물체의 질량을 구한다. 측정대상과 측정기준을 서로 맞추는 순환논리로 보일 수 있으나 변하는 인공물이 아니라 변하지 않는 물리상수를 측정의 기준으로 삼는다는 중요한 변화가 있다. 플랑크 상수를 기준으로 측정하면 1 kg보다 작은 질량을 실현하는 기술을 개발할 수 있다. 킬버저울 외에 정전기력이나 광압을 이용하여 밀리그램 미만의 미세한 질량, 힘, 토크 등 역학량을 물리상수를 이용하여 실현할 수 있다.

실리콘 구 실험

실리콘 구 실험은 실리콘 구 안에 있는 원자수를 세어서 간접적으로 킬로그램을 실현한다.^[11] 실리콘 구 질량 m 은 원자수 N 과 원자질량 m_{Si} 의 곱이므로 다음과 같이 표현된다.

$$m = Nm_{\text{Si}} = N \frac{m_{\text{Si}}}{h} h = \frac{8V}{a^3} \frac{m_{\text{Si}}}{h} h \quad (9)$$

플랑크 상수 h 값이 고정되므로 m_{Si}/h , 실리콘 구의 부피 V , 실리콘 격자상수 a 를 측정하면 실리콘 구의 질량을 고정된 플랑크 상수 값을 이용하여 실현할 수 있다. 자연계에 실리콘 동위원소가 존재하므로 동위원소 성분 함량에 따라서 식 (9)에 있는 m_{Si}/h 를 가중평균해야 한다. 동위원소에 의한 오차를 줄이기 위해서 99.999% 농축한 ^{28}Si 을 이용하여 구를 제작한다. 실리콘 격자상수는 X-선 광학계를 이용하여 측정하며 구의 부피는 간섭계를 이용하여 측정한다. 공기 굴절률에 의한 오차를 줄이기 위하여 구의 지름을 진공 중에서 측정한다. 구를 회전시키면서 지름을 재고 평균값을 구하므로 실리콘 구 편차를 100 nm 미만으로 가공한다. 실리콘 표면에 있는 산화막, 오염물질을 분석하여 측정값을 보정한다.

고정되는 플랑크 상수 값은 단위계가 재정의되어도 측정값이 변하지 않도록 정한다. 또한 단위계가 재정의된 이후 불확도가 증가하지 않아야 한다. 플랑크 상수 값을 킬버저울 실험만을 이용해서 정하면 킬버저울 실험에서 오는 오차를 발견하지 못할 수 있다. 실리콘 구 실험은 킬버저울과 원리가 전혀 다르므로 두 실험결과가 일치하면 측정불확도 내에서 오류가 없다고 결론을 내릴 수 있다. 현재 두 실험결과는 3×10^{-8} 이내로 일치하여 킬로그램을 재정의하는데 충분하다고 판단되었다. 아직

까지 킬로그램을 실현하는 기술의 정밀도를 높이는 것과 실현 기술 사이의 국제비교, 새로운 실현기술 개발 등 과제가 남아 있다.

국내의 킬버저울

영국 NPL은 1975년 킬버저울 연구를 시작하였다. NPL 킬버저울은 그림 3과 같이 양팔저울 구조이다. 양팔저울을 움직일 때 코일이 수평방향으로 움직이는 것을 줄이기 위하여 양팔저울의 팔 길이를 1.2 m로 하였다. 1988년에 1호기를 이용하여 실험값을 보고한 이후 2호기를 제작하기 시작하였으며 2호기에서는 자석구조를 원통형으로 설계하여 자기장이 반지름 방향(radial direction)으로 생성되도록 하였다. 2009년에 2호기를 캐나다 NRC로 기술을 이전하여 현재 캐나다가 킬버저울 연구를 수행하고 있다.^[12]

미국 NIST는 1980년부터 연구를 시작하였으며 현재 4호기를 제작하여 운영하고 있다.^[13] NIST는 도르래를 이용하여 코일을 움직이므로 무빙모드에서 코일을 움직이는 거리가 80 mm로 길다. 프랑스 LNE는 2000년부터 연구를 시작하였으며 작은 양팔저울을 만들고 무빙모드에서 양팔저울을 코일과 함께 움직인다.^[14] 스위스 METAS는 1997년 연구를 시작하였으며 온도계수가 낮은 영구자석을 제작하여 코일에 전류가 흐를 때 자기장의 변화가 적도록 하였다.^[15] 국제도량형국은 2002년 연구를 시작하였으며 웨이 모드와 무빙 모드를 동시에 수행하여 두 모드 사이에 발생하는 자기장 변화에 의한 영향이 없도록 하였다.^[16] 중국 NIM은 전압을 적분하여 일률이 아니라 일을 비교하는 연구를 수행하고 있다.^[17] 그 외 터키, 뉴질랜드 등 여러 나라가 킬버저울 연구를 수행하고 있으며 킬로그램이 재정의된 이후로 더욱 많은 나라에서 킬로그램을 실현하는 연구를 시작할 것으로 보인다.

우리나라는 2012년 연구를 시작하였으며 현재 시스템을 운영하며 시스템에 대한 이해를 높이고 계통 불확도(systematic uncertainty)를 분석하고 정밀도를 향상시키는 연구를 수행하고 있다. 킬버저울을 이용한 킬로그램 실현 절차를 우리나라 킬버저울을 중심으로 조금 더 구체적으로 설명하면 다음과 같

REFERENCES

- [11] G. Bartl *et al.*, Metrologia **54**, 693 (2017).
- [12] B. M. Wood, C. A. Sanchez, R. G. Green and J. O. Liard, Metrologia **54**, 399 (2017).
- [13] D. Haddad *et al.*, Metrologia **54**, 633 (2017).
- [14] M. Thomas *et al.*, Metrologia **54**, 468 (2017).
- [15] H. Baumann *et al.*, Metrologia **50**, 235 (2013).
- [16] F. Bielsa *et al.*, Metrologia **52**, 775 (2015).
- [17] Z. Li *et al.*, Metrologia **54**, 763 (2017).

Fig. 5. The schematics of the weighing mode of the KRISS Kibble balance: (a) mass on experiment, (b) mass off experiment.

다.

웨잉 모드는 측정물체를 올려놓고 힘 평형을 이루는 mass on 실험과 측정물체가 없이 힘 평형을 이루는 mass off 실험으로 이루어진다(그림 5). 코일 서스펜션의 무게가 힘 평형을 이루는 무게보다 약 5 N 작으며 mass off에서는 전자기력만을 이용하여 힘 평형을 이룬다. 전자기력과 평형에 필요한 힘과의 차이는 수 μN 으로 작으며 이러한 힘의 차이는 웨잉셀을 이용하여 읽는다. mass on과 mass off에서 힘 평형식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} mg + BL_W I_{\text{on}} &= w_{\text{on}} + T & (\text{mass on 실험}) \\ 0 + BL_W I_{\text{off}} &= w_{\text{off}} + T & (\text{mass off 실험}) \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)에서 T 는 자체무게(tare weight)와 코일서스펜션 무게의 차이이며 약 5 N이다. w 는 좌변과 우변의 힘의 차이를 나타내는 웨잉셀 지시값이다. mass on에서 코일에 흐르는 전류 I_{on} 과 mass off에서의 코일 전류 I_{off} 는 부호가 다르며

Fig. 6. The schematics of the moving mode of the KRISS Kibble balance.

크기는 약 10.54 mA이다. 두 전류의 크기 차이는 2 μA 이내로 작다. mass on에서 mass off 결과를 빼면 코일 서스펜션 무게를 제거할 수 있으며 측정물체의 무게 mg 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} mg &= w_{\text{on}} - w_{\text{off}} + BL_W (I_{\text{off}} - I_{\text{on}}) \\ &= w_{\text{on}} - w_{\text{off}} + BL_W \frac{(U_{\text{off}} - U_{\text{on}})}{R} \end{aligned} \quad (11)$$

코일에 흐르는 전류는 코일에 직렬로 연결한 저항에서의 전압차이를 측정하여 구한다. 저항은 양자홀효과에 의하여 실현되는 양자홀표준기와 주기적으로 비교하여 교정한다. 전압은 조셉슨 전압과 비교하거나 전압계 이득 곡선을 조셉슨 전압을 이용하여 주기적으로 보정하여 측정한다. mass on에서의 전압 U_{on} 과 mass off에서의 전압 U_{off} 를 빼므로 도선에서의 전압 강하, 열기전력 등에 의한 잡음신호를 제거할 수 있다. 중력 가속도가 6시간 동안 최대 2×10^{-7} 변하며 실험 도중 자기장이 변하므로 웨잉 모드 실험은 보통 1시간 동안 수행하며 mass on과 mass off를 각각 10번 수행하여 평균한다.

식 (11)에 있는 형상계수 BL_W 는 웨잉 모드 전과 후에 수행하는 무빙 모드 실험을 통해서 결정한다. 무빙 모드에서는 웨잉셀 상부에 있는 리니어모터를 이용하여 웨잉셀과 코일을 수직으로 움직인다(그림 6). 리니어 모터에 걸리는 하중을 무게보상기구를 이용하여 줄이며 피스톤과 실린더 기계공차를 이용한 가이드와 판 스프링(leaf spring) 가이드를 이용하여 코일이 수직으로 움직이도록 한다. 10 mm 거리를 1 mm s⁻¹의 속도로 움직이며 코일에서 발생하는 전압과 코일 속도를 FPGA에서 발생하는 트리거 신호를 이용하여 동시에 측정한다.

$$BL_M = \frac{(U_{up} - U_{down})}{(v_{up} - v_{down})} \quad (12)$$

코일 가장자리에 놓여있는 3개의 호모다인 간섭계에서 측정 한 값을 가중 평균하여 수직방향으로의 코일속도 v 를 계산한다. 올라갈 때의 전압 U_{up} 과 내려갈 때의 전압 U_{down} 을 빼서 도선에서 발생하는 열기전력에 의한 잡음신호를 제거한다. 무빙 모드를 약 1시간 동안 수행하여 전압과 속도의 비인 $BL_M(z)$ 을 수직 위치에 따라서 얻는다. 수직 위치에 따른 $BL_M(z)$ 를 다항식으로 근사하여(polynomial fitting) 웨이 위치에서의 $BL_M(z=0)$ 를 계산한다.

보통 실험은 무빙 모드, 웨이 모드, 무빙 모드와 같이 3개의 실험이 한 조로 이루어진다. SmCo 영구자석의 온도계수는 대략 $2 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ 이며 자석온도는 1시간에 대략 0.2 mK 변한다. 웨이 모드 앞뒤에서 실험한 무빙모드 형상계수를 평균하여 자기장 변화에 의한 드리프트를 제거한다. 평균한 무빙모드 형상계수 $BL_M(z=0)$ 를 식 (11)에 대입하면 측정물체의 무게 mg 를 얻는다. 조석효과 등에 의하여 변하는 중력가속도 $g(t)$ 를 상용 프로그램을 이용하여 계산하여 식 (11)에 대입하면 측정물체의 질량 m 을 얻을 수 있다.

대략 3시간이 실험 한 조가 되며 실험을 반복하여 측정물체의 질량 평균값과 표준편차를 구한다. 현재 한국표준과학연구원은 반복실험을 통하여 불확도 원인을 분석하고 있으며 전자 기력과 중력과의 힘 정렬, 가이드 진직도 개선 등을 통하여 실

험 정밀도를 향상시키고 있다. 시스템을 개선하고 정밀도를 향상시켜 키블저울을 이용하여 우리나라에 질량단위를 보급할 계획이다.

맺는 말

현재 국제단위계에서는 사람이 만든 인공물이 킬로그램의 기준이다. 인공물이 기준이므로 이해하기 쉽고 실현하기도 쉽다. (인공물 자체가 킬로그램의 실현이다.) 하지만 현대적이지 못하며 그 값을 믿을 수 없고 변하는 기준이다. 올해부터는 킬로그램의 기준이 플랑크 상수로 바뀔 예정이다. 보이지 않는 플랑크 상수를 킬로그램으로 구체화하기 위해서는 키블저울이나 실리콘 구와 같이 킬로그램을 실현하는 기술이 필요하다. 얼핏 보면 단위계의 실현이 어려워지지만 변하지 않는 기준을 가지게 된다는 중요성이 있다. 플랑크 상수를 기준으로 킬로그램을 실현함으로써 1 kg이라는 특정한 한 값이 아니라 원자질량을 포함한 작은 질량을 직접 실현하게 될 것이다. 또한 힘, 토크와 같이 질량과 관련이 있는 역학량들을 전기단위를 이용하여 측정함으로써 물리상수로부터 이들 양을 직접 실현하는 기술이 개발될 것이다. 산업체나 교정기관에서 표준기관에 교정을 받으러 오지 않고 물리상수로부터 역학량을 실현하여 현장에서 측정기기를 자가교정하는 시대가 올 것이다. 향후 물리상수를 이용한 측정단위 실현기술을 포함한 우리나라의 측정기술 발전을 기대한다.