고체 물리, 응집 물리, 위상 물리!

DOI: 10.3938/PhiT.25.060

한 정 훈

Solid State Physics, Condensed Matter Physics,
and Topological Physics!

Jung Hoon HAN

The winners of this year's Nobel prize in physics have pioneered the infusion of topological ideas into mainstream condensed matter physics. The "era of topology" that began with the theoretical discovery of the two-dimensional topological insulator around 2005 would have been impossible without the tools built by Thouless and Haldane two decades earlier. The work of Kosterlitz and Thouless did more than perhaps any other condensed matter models in highlighting the relevance of topological excitations in low-dimensional systems. The quantum version of their idea permeates today's dialogues on exotic matter in low-dimensional quantum systems. I trace the history of Nobel prizes awarded to physicists studying condensed matter theory with a parallel effort to get a sense of how the field has evolved over the past century, and will likely evolve in the future.

도 입

2016년 노벨물리학상은 세 명의 영국 출신 응집 물리 이론가 사울리스($\frac{1}{2}$ 수상), 코스텔리츠($\frac{1}{4}$ 수상), 할데인($\frac{1}{4}$ 수상)에게 돌아갔다. 사울리스의 업적은 그의 연구원이었던 코스텔리

저자약력

한정훈 교수는 성균관대학교 물리학과에 재직 중이다. 사울리스 교수와는 90년대 초반 박사 지도 학생으로 인연을 맺었다. 양자홀 전자계, 고온 초전도체, 다강체, 자성체, 위상 물질 분야의 연구 논문이 있고, 최근에는 텐서 그물망을 기반으로 한 응집 물성 이해를 위해 노력 중이다.
(hanjh@skku.edu)

츠와 함께 만든 2차원의 위상학적 상전이 이론이 $\frac{1}{4}$, 정수 양자홀 효과에 대한 위상 수학적 이론이 $\frac{1}{4}$ 을 차지한다. 할데인은 정수 양자홀 효과를 격자 모델로 재해석했고, 20년 뒤에 있을 위상 절연체 이론의 초석을 다진 역할을 인정받았다. 아울러 반자성 스핀계에 대한 낮은 에너지 이론을 개척하는 과정에서 저차원 스핀계의 시공간적 묘사에서 베리 위상과 위상학적 항이 차지하는 중요성을 발견했다.¹⁾ 세 영웅의 업적을 기리는 상이면서, 위상 응집 물리학이란 새로운 분야의 태동을 인정하는 노벨 위원회의 의도가 담긴 상이지 않나 싶다.

소개 글을 준비하면서 문득 노벨상과 인연을 맺은 응집 물리 이론가의 면면과 그들의 업적을 정리해 볼 필요를 느꼈다. 그 동안의 수상 흐름은 곧 응집 물리학의 흐름과 맥을 같이할 것이었고, 또 향후 이 분야가 나아갈 방향을 어렵짐직해 볼 수 있을 것 같았다. 응집 물리로 알려진 이 분야는 본래 고체 물리란 이름으로 출발했다. 1920년대의 일이다. 양자 액체나 액정과 같은 응집 상태가 연구 범주로 흡수되면서 차츰 고체 물리 대신 응집 물리란 용어가 보편화되었다. 1980년 발표된 클리칭의 정수 양자홀 논문이 응집 물리학의 판도를 바꾸는 첫 신호였다. 물질은 더 이상 결정 구조나 전도 특성, 자기적 특성, 탄성 등의 "물리적" 성질로만 규정할 수 없는 대상이란 점이 서서히 드러났다. 물질에는 위상학적 특성도 있었고, 그 성질은 꼭 떨어지는 정수로 표현되었다. 정수 홀 계수는 우연히도 그 위상학적 성질을 물리적 방법으로 측정할 수 있었던 최초의 사례였다. 결정학적 분류에 따르면 오직 200여 개의 결정 구조만이 3차원에 존재할 수 있다. 약 7년 전, 키타예프는 위상 수학적 관점에서의 물질 분류법을 제안했다.^[1] X-선 결정학이 결정 구조에 대한 수학적 분류가 옳았음을 검증해 주었듯, 언젠가 위상학적 물질 분류의 결과를 실험이 하나하나 검증해 나갈 수 있을지도 모르겠다. 응집 물리학이 위상 물리학

1) 영어의 phase와 topology를 우리말로 표현하면 모두 "위상(位相)"이다. 왜 이렇게 사뭇 다른 대상에 대해 동일한 단어를 사용했을까? 물리학에서 위상학적(topological)인 양은 종종 복소수 파동 함수의 위상(phase) 또는 파인만 적분의 위상(phase)이란 형태로 등장한다. 우연의 일치라고 보기에 너무나 기묘하다.

으로 탈바꿈하고 있다.

고체 물리에서 응집 물리로

이 글을 읽는 대다수의 독자는 학부나 대학원 과정에서 고체 물리학 과목을 한 번쯤 수강했을 것이다. 고체 물리학의 시작은 결정 구조의 분류와 그 안에서 움직이는 전자의 에너지 띠 구조다. 블록 정리로 알려진 간단한 증명을 토대로 전자는 주기적인 결정 구조 안에서 움직일 때 자유 전자처럼 거동하며 에너지 띠 구조를 형성한다는 사실이 1928년 알려졌다. 이를 토대로 최외각 전자의 개수에 따라 물질이 금속이나 절연체가 될 수 있음을 간단하게 보일 수 있다. 이른바 고체 물리학의 탄생이다. 흥미롭게도 고체 물리학 발전에 결정적 기여를 한 조머펠트, 블록, 베테, 브릴루앙, 파일스 등 어느 누구도 이 분야의 업적으로 노벨상을 받지 못했다.²⁾ 1956년 쇼클리, 바딘, 브래튼은 반도체의 치환 효과와 이를 토대로 만든 트랜지스터의 업적으로 노벨상을 받지만, 고체 물리학 이론이 여기에 기여한 바가 무엇인지는 뚜렷하지 않다. 적어도 노벨상 위원회에서 명시한 업적에서는 이론의 역할이 두드러져 보이지 않는다.

이문의 여지없이, 응집 물리 이론 최초의 수상자는 란다우다. 물리학 전 분야에 걸친 업적이 있지만 노벨상은 특히 액체 헬륨의 초유체 현상과 관련된 그의 현상론적 이론을 근거로 주어졌다. 이른바 두 액체 모델(Two-fluid model)로 알려진 그의 이론은 초유체의 들뜬 상태를 고체의 포논과 유사한 준입자 상태로 묘사할 수 있다고 가정한다. 쿨롱 상호 작용이 강한 전자계에서도 그는 준입자 개념을 도입함으로써 자유 전자와 유사한 상태가 어떻게 유지될 수 있는지 이해하려고 했다. 눈여겨 볼 점은 최초의 응집 물리 이론 노벨상의 주제는 고체가 아닌 액체 상태에 관한 이론이었다는 점이다. 다체계 이론의 발전에 있어 액체 현상이 고체 현상만큼이나 중요한 역할을 했다는 것을 잊지 말자. 란다우에 이어 두 번째로 응집 물리학 이론으로 노벨상을 수상한 주인공은 초전도체 이론을 만든 3

인방이다. 1972년 바딘-쿠퍼-슈리퍼의 수상에 이어 다음 해인 1973년에는 조셉슨이 그의 이름을 딴 초전도 터널 효과로 노벨상을 받는다.

1977년 반블랙, 모트, 앤더슨의 수상은 강상관계 또는 상호 작용 전자계 분야의 응집 이론이 정립되었음을 인정하는 표시라고 하겠다. 앤더슨의 이론은 띠 구조로 출발한 전자계에 다수의 결점(impurity)이 도입됐을 때의 전자 국소화 현상을 설명했고, 모트는 띠 구조 전자계에 강한 전자-전자 상호 작용이 작용할 때 생기는 절연체 현상을 이해하고자 했다. 반블랙은 띠 구조로 출발한 전자가 어떻게 자성을 띠게 되는가를 설명하는 데 공헌하였다. 상호 작용, 자성, 결점의 3요소는 지금도 강상관계 응집 물리학의 기본 소재다.

1982년 수상자인 켄 윌슨의 업적은 1970년대 초반에 발표되었고, 통계 역학, 응집 물리학, 입자 물리학 등 물리학 전반에 큰 영향을 끼쳤다.³⁾ 1991년 노벨상은 프랑스의 드장에게 돌아갔다.⁴⁾ 고체나 액체와는 비교할 수 없을 만큼 복잡한 물질계라고 생각됐던 액정이나 중합체(polymer) 현상에 통계역학적 개념을 적용한 공로였다. 2003년의 노벨상은 초전도체 이론의 현상론적 기틀인 긴즈버그-란다우 이론을 제안한 긴즈버그, 이를 이용해 제 2종 초전도체의 소용돌이 구조를 이론적으로 예측한 아브리코소프, 그리고 헬륨3 원자가 쿠퍼 쌍을 만들어 생기는 초유체의 기본 이론을 만든 레겟, 3인에게 돌아갔다. 란다우와 바딘-쿠퍼-슈리퍼에 이은 초물질 이론에 대한 세 번째 노벨상이었다.

시기적으로는 러플린의 1998년 수상이 물론 앞서지만, 그 업적의 의미와 논문 발표 시기를 따져 보면 러플린은 아브리코소프-긴즈버그-레겟의 다음으로 두어야 옳다. 또, 여러 가지 측면에서 러플린의 업적은 응집 물리학이 전혀 새로운 영토를 뚫기 시작했음을 알리는 전조였다. 러플린의 파동 함수가 양자 장론과 응집물리학을 엮는 데 기여한 바는 어마어마하다. 1980년 대 초반의 양자 홀 실험과 이론의 발전은 응집 물리학에 위상학적 요소를 도입하는 데 견인차 역할을 하였다. 이제 올해의 노벨상 업적을 소개하면서 동시에 응집 물리학의 변천 과정을 위상 수학적 개념의 주입이라는 측면에서 살펴보기로 하자.

2016년 노벨상

2003년 수상 이후 13년 만인 올해 다시 응집 물리 이론에

REFERENCES

- [1] Alexei Kitaev, AIP Conf. Proc. **1134**, 22 (2009); doi: 10.1063/1.3149495.

2) 블록은 핵자기공명 기법을 개척한 공로로 1952년 물리학상을 퍼셀과 공동 수상한다. 베테는 핵반응을 통한 별의 에너지 생성과정을 설명한 공로로 1967년 물리학상을 수상한다. 조머펠트와 브릴루앙, 파일스는 노벨상을 받지 못했다. 양자 역학의 태동 이후 고체 물리학이 형성되어 가는 초기 과정을 생생하게 기록한 베테의 인터뷰 기사 "A Conversation About Solid State Physics"를 찾아 읽어보면 유익하다.

3) 윌슨의 재규격화 이론이 나온 직후인 1972-73년 사울리스와 코스털리츠는 이 이론을 2차원 물리계에 적용할 방법을 찾는다. 그 결과물이 이번 노벨상의 업적인 위상학적 상전이 이론이다.

4) 사울리스와 드장은 젊은 시절 동시대에 버클리 대학에서 핵물리 이론을 하던 연구원이었고, 1990년 올프상을 공동 수상한다. 드장은 그 다음 해에 노벨상마저 수상하지만 사울리스는 26년을 더 기다려야 했다.

노벨상이 돌아갔다. 분수 양자홀 효과에 대한 러플린의 수상을 제외한다면 2016년 이전의 노벨상은 3차원 물질계 이론에 대한 수상이었다고 해도 무방하다. 일반인이자라면 으레 물질은 3차원이라고 생각한다. 물리학자들에게도 물질은 거의, 언제나 3차원이었다. 2차원 물질을 어떻게 만든단 말인가? 물론 덩어리 물질을 깎아내려가다 보면 원자 한 층짜리 얇은 조각에 도달할 수 있다. 반대로 덩어리 물질로부터 한 층짜리를 벗겨낼 수도 있을 것이다. 흑연과 같은 층상 물질의 경우 후자의 방법이 훨씬 효과적이라는 사실을 우리는 그래핀의 경험으로 잘 알고 있다. 2차원의 물리는 3차원의 물리와 비해 어떻게 다를까. KT 상전이(또는 BKT 상전이)로 알려진 코스털리츠-사울리스의 업적은 2차원 물질계에서 일어나는 특이한 상전이의 양상을 밝혔다.

고체는 원자의 배열이 병진 대칭성을 껌으로서 존재한다. 대칭성 파탄은 동시에 새로운 질서가 만들어짐을 의미하는데, 고체의 경우 구성 입자의 잘 정렬된 위치가 곧 그 질서를 말한다. 골드스톤 현상에 따르면 정렬된 물체는 낮은 에너지의 들뜬 상태를 허용할 수밖에 없다. 고체의 포논이 바로 그것이다. 포논에 의한 요동 효과를 계산해 보면 입자 위치의 불확정성이 입자-입자 간격을 훨씬 증가하게 된다. 즉 2차원 고체는 이론적으로 모순이다. 열적 요동 효과 탓에 2차원 물질은 정렬된 상태 대신 일종의 임계 상태로 바뀐다. 여기에서 온도를 더 올려보자. 언젠가는 이 임계 상태마저도 불안정해지고 결국 “녹을” 것이다. 여기서 제기되는 문제는, 어떤 종류의 요동이 임계고체와 액체 사이의 상전이를 매개할 것이냐이다. 이때 등장하는 새로운 변수가 바로 소용돌이다.

양자 액체에서의 소용돌이 현상과 그 구조에 대한 이해는 이미 사울리스 이전에 충분히 이루어진 상태였다. 양자 액체를 저어주면 양자화된 유속의 소용돌이가 생기고, 제2종 초전도체에 자기장을 걸어주면 소용돌이 꼴의 전류가 유도되면서 자속이 양자화된다. 소용돌이의 구조와 파동 함수 표현, 또 소용돌이 운동에 따르는 마그누스 힘 등이 주요 관심 대상이었다. 온사가와 파인만은 1949년과 1955년에 각각 3차원 소용돌이 고리의 개수가 급증하는 과정을 통해 헬륨4의 초유체 상이 깨질 수 있다고 제안하였지만, 이 그림을 토대로 한 상전이 이론을 만들지는 않았다. 1970년대 초반 월슨의 재규격화군이 나오면서 사울리스는 2차원 초유체의 상전이에 월슨식의 재규격화 이론을 적용할 방법을 고민하게 된다.

상전이 이론의 표본인 2차원 아이징 모델에서, 상전이는 스핀 방향이 역전된 구역이 급격히 많아지면서 일어난다. 루돌프 파인즈는 영리한 논증을 동원해 2차원 아이징 모델이 유한한 온도에서 상전이를 겪어야만 한다는 사실을 밝혔다. 사울리스는 파인즈를 그의 정신적 스승 중 한 명으로 지목하여 말하곤

했는데, 그 영향인지 2차원 초유체의 상전이 문제를 접근할 때 파인즈식 논증을 먼저 시도한다. 코스털리츠와 함께 쓴 1972년의 짙막한 논문에서, 사울리스는 만약 소용돌이가 2차원 상전이를 주도하는 변수라고 가정하면, 반드시 유한한 온도에서 상전이가 있어야 함을 보였다.^[2] 이듬해 두 사람은 이 논증을 재규격화군의 언어로 다시 포장하는데 성공한다. 바로 1973년의 코스털리츠-사울리스 위상학적 상전이 논문이다.^[3] 이런 유의 상전이는 평면 초유체, 평면 자석, 평면 고체 등에서 광범위하게 발견된다.

2차원 상전이에 등장하는 소용돌이는 새로운 동적인 변수, 즉 새로운 종류의 입자로 취급하는 것이 옳다. 모델의 본래 변수였던 각도 값을 소용돌이 변수로 치환해가는 과정이 쌍대성 변환이다. 베레진스키의 1971년 논문부터 이미 등장하기 시작한 쌍대성 변환 이론은 저차원 응집 물리계의 상전이 현상을 다루는 강력하고 유용한 도구이다.^[4] 코스털리츠-사울리스 본래 이론은 2차원 통계 역학적 모델에 대한 분석이었지만, 유사한 결론은 (1+1)차원의 양자장론 모델에도 적용된다.

1980년대는 응집물리학의 황금기였다고 해도 어색하지 않다. 정수양자홀 효과(1980년 발표, 1985년 노벨상 수상), 분수 양자홀 효과(1982년 발표, 1998년 노벨상 수상), 고온 초전도체(1986년 발표, 1987년 노벨상 수상)의 발견은 응집 물리학의 판도를 실험과 이론 양 측면에서 바꾸었다. 80년대에 발표된 사울리스의 정수 양자홀 이론(1982년 발표), 러플린의 분수 양자홀 이론(1983년 발표), 할데인의 스핀 고리 이론(1983년 발표)과 양자 홀 효과 이론(1988년 발표)이 모두 노벨상으로 그 진가를 인정받는다. 80년대를 거치면서 응집 물리학의 이론적 담론이 질적으로 바뀌어 간다. 이전에는 없던, 혹은 매우 부차적인 문제였던 요소, 즉 위상학적 논의가 본격적으로 담론의 중심부에 자리잡기 시작한다.

1980년 발표된 클리칭의 정수 양자홀 논문은 물질의 “위상학적 특성”을 “물리적 방법”으로 측정할 수 있음을 알리는 신호탄이었다. 우선 응집 물리 실험실에서 하는 물성 측정이란 게 무엇인가 짚고 넘어가자. 물질은 전도성에 따라 금속과 절연체로 나뉘고, 자기적 성질에 따라 자성체와 비자성체, 혹은 반자성체로 분류된다. 실험실에서는 갖가지 도구를 이용하여 주어진 물질의 전기적, 자기적 특성을 측정하고 그 결과를 통해 어떤 부류의 물질인가를 알아내고자 한다. 가령 금속 자성

REFERENCES

- [2] J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, J. Phys. C: Solid State Phys. **5**, L124 (1972).
- [3] J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, J. Phys. C: Solid State Phys. **6**, 1181 (1973).
- [4] V. L. Berezinskii, Soviet Physics JETP **32**, 493 (1971).

체, 금속 반자성체, 비금속 자성체, 비금속 반자성체, 이런 식으로 물질을 분류할 수 있을 것이다. 실험적으로 측정하는 양을 흔히 감수율이라고 한다. 예를 들어 전기 전도도는 외부 전기장이 걸렸을 때 고체 내부의 전자가 얼마나 “감수성 있게” 반응하는가를 보여주는 값이다. 감수율 값은 물질의 물리적, 화학적 조건에 따라 변한다. 똑같은 구리선이라 할지라도 순도, 온도 등의 조건에 따라 전도도 값은 변하게 마련이다. 2차원 전자계에 수직 방향으로 강한 자기장을 걸어주고, 홀 전도도를 측정하면 놀랍게도 (전자전하량)²/(플랑크상수)의 정수배 값만이 관측된다. 여느 실험실에서 만든 양자 홀 물질을 두고 측정해도 결과는 마찬가지이다. 한 번 상상해보자. 모나미 볼펜 공장에서 하루 동안 만든 수만 개의 볼펜이 0.00000001그램의 오차도 없이 모두 똑같은 질량을 가질 수 있겠는가!

정수 양자홀 효과의 발견 덕분에 자연의 기본 상수를 유효숫자 열자리까지 잴 수 있다는 소문에 놀란 당시 워싱턴 대학교의 원자 물리학 교수였던 한스 데멜트(1989년 램지, 폴과 함께 이온 펄스 개발의 공로로 노벨상 수상)는 사울리스를 찾아와 어떻게 고체 덩어리와 같은 “지저분한” 물질을 이용해 자연의 기본 상수를 그렇게 “정확히” 잴 수 있느냐고 따졌다고 한다. 사실 데멜트의 질문에 담긴 “지저분함”과 “정확함”은 정수 양자홀 효과를 이해하는 데 있어 가장 핵심적인 개념이기도 하다. 물질의 소소한 세부적 조건과는 무관한 어떤 보편적인 원리가 작동하고 있어야만 했다. 러플린은 그 원리를 게이지 불변성에서 찾았다. 사울리스는 이보다 더 전통적인 방법을 통해 홀 계수를 직접 구해보고자 했다.⁵⁾ 이미 1957년 쿠보가 제안한 바 있는 응답 함수 이론을 고스란히 적용하되, (사울리스의 표현을 빌리자면) 양자 역학에서 배운 대로 파인만-헬만 공식을 적용하고, 수리 물리에서 배운 대로 스톱스 정리를 적용해 봤더니 홀 전도도 표현이 정수 값으로 딱 떨어지더라!⁵⁾

고체 속을 움직이는 전자의 파동 함수는 실공간이 아닌 운동량 공간, 즉 브릴리앙 공간에서 존재한다. 이 공간에 존재하는 소용돌이의 개수가 다른 아닌 양자 홀 전도도다. 양자 홀 전도도는 2차원 전자계의 “전기적 성질”보다는 “위상학적 성질”을 측정하는 도구였다. 결점의 분포, 전자-전자 상호작용 등의 물리적 조건에 무관하게 “위상학적 상태”에만 의존하는 측정 도구였다! 노벨 위원회가 들고 나온 빵과 베이글과 프레첼의 비유로 돌아가 보자. 똑같은 반죽으로 출발해 만든 이 세 가지 먹거리를 구분하는 기준은 무엇인가? 재료의 품질도, 무게도, 크기도, 구운 정도도 아니다. 기준은 오직 구멍의 개수였

다!

정수 양자홀 효과는 물질의 상태를 구분하는 데 결정 구조, 깨어진 대칭성과 같은 대칭성기반 분류법이 아닌 전혀 다른 분류법이 존재한다는 점을 시사했다. 80년대 후반부터 두각을 드러내기 시작한 물리학자 문소강은 이를 “위상학적 질서 (topological order)”라고 부르고, 란다우-긴즈버그 이론의 주축인 “대칭성적 질서”와 구분 지으려는 노력을 시작한다. 위상학적 질서란 개념은 어떤 대칭성도 깨지지 않은 가장 대칭적인 상태에서 그 진가를 발휘한다. 양자홀 계수 1인 전자계는 계수가 2인 전자계와 대칭성 측면에서는 동일한 상태다. 무엇이 이 둘을 다른 상태로 구분 짓게 하는가? 그 기준은 구멍의 개수, 즉 위상학적인 차이다. 19세기에 완성된 결정 구조 분류가 기하학적 대칭성에 의거한 물질의 분류였다면, 이제는 훨씬 추상적인 공간인 위상 공간에서의 분류까지 추가되어야만 물질의 분류가 완벽해진다는 점을 시사한다.

위상학적 응집 물리를 써 나가는데 요구되는 새로운 단어를 제공한 사람을 한 명 꼽으려면 단연 할데인이다. 노벨 위원회에서는 할데인의 두 가지 업적을 수상 이유로 꼽았다. 첫째는 양자 스핀계에 대한 위상학적 효과 및 할데인 간극의 발견이었고, 둘째는 양자 홀 효과에 대한 새로운 모델 제시를 통해 위상 절연체 이론의 초석을 놓은 공로였다.

가장 오랫동안 알려졌던 고전 통계 역학 모델이 2차원 아이징 모델이라고 한다면, 가장 오래된 양자역학적 다체계 모델은 1차원 스핀 고리 모델이다. 흔히 하이젠버그 반자성 모델이라고 불리는데 크기 1/2짜리 스핀이 일차원짜리 고리를 형성하고 하이젠버그 상호작용을 하는 모델을 말한다. 1931년, 25세의 청년 물리학자 한스 베테가 그 정확한 바닥상태의 파동 함수를 구한다. 이후 반세기 동안 1차원 스핀 모델에 대한 연구는 주로 파동함수 시각에서 발전해 왔다. 1980년대 초반, 할데인은 1차원 하이젠버그 모델에 대한 낮은 에너지 이론이 다름 아닌 비선형 시그마 모델이라는 사실을 유도한다. 이 과정에서 스핀의 크기가 정수나 반정수냐에 따라 낮은 에너지 물리 현상이 달라짐을 알아차렸다. 폴리아코프가 개척한 양자장론의 솔리톤 속박 현상 이론을 인용하여, 정수 양자 스핀계에는 에너지 간극이 있을 수 있음을 주장하게 된다.⁶⁾ 반정수 스핀계는 이미 베테의 해로부터 에너지 간극이 없다는 사실을 알고 있었다. 따라서 스핀 값의 정수, 반정수 여부에 따라 에너지 간극의 유무가 갈린다는 가설을 제시하게 된다. 정수 스

REFERENCES

- [5] D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale and M. den Nijs, Phys. Rev. Lett. **49**, 405 (1982).
- [6] F. D. M. Haldane, Phys. Lett. **93A**, 464 (1983); Phys. Rev. Lett. **50**, 1153 (1983)

5) 러플린과 사울리스는 무협지에 등장하는 두 극단적인 유형, 스승 문하를 뛰어 나가 스스로 최고의 경지에 이르는 천재형 교수와 스승의 계보를 착실히 이어 최고의 경지에 이르는 정통파 교수를 각각 연상시킨다.

핀 고리계에서 에너지 간극이 관측되면서 할데인은 그의 빛나는 예측으로 1993년 버클리 상을 수상한다.

할데인의 1983년 논문에서는 명확하게 드러나지 않았지만, 1984년 마이클 베리의 논문 이후 분명해진 점이 있다면 양자 스핀계의 라그랑지안에서 위상학적 항이 차지하는 역할이다. 흔히 θ 항으로 알려진 위상 수학적 항이 반자성 스핀 고리계의 라그랑지안에 나타나는데 이 항은 정확히 $(1+1)$ 차원 시공간에서 정의된 스커미온 숫자다. 정수 스핀계의 경우 스커미온 항이 아무런 역할을 하지 않지만 반정수 스핀계에서는 비섭동적 효과를 줄 수 있다. 스핀계의 에너지 간극 유무가 스핀의 크기에 의존하는 이유는 이 θ 항 때문이다.

이제 할데인의 1988년 업적에 대한 논의로 글을 마치려고 한다. 할데인은 $(2+1)$ 차원 상대론적 양자장론의 잘 알려진 반전성 변칙(parity anomaly) 현상을 격자 모델로 구현하려는 시도를 하게 된다. 닐슨-니노미야 정리에 따르면 $(2+1)$ 차원 디랙 점은 반드시 쌍으로 존재해야 하고, 여기에 질량 항을 도입하면 디랙 점에서 에너지 간극이 생기면서 유한한 홀 효과가 나타난다. 대개는 서로 반대 값의 홀 효과가 각각의 디랙 점 부근에서 유도되기 때문에 총 홀 상수 값은 0이 된다. 그러나 만약 두 디랙 점이 모두 같은 홀 계수를 갖게끔 만들 수 있다면, 격자 모델 전체로서도 유한한 홀 효과를 얻게 된다. 반전성 변칙의 격자적 표현이다. 그렇게 되면 외부 자기장이 없어도 정수 양자홀 효과를 보이는 전자 모델을 만든 셈이 된다. 할데인은 세메노프, 프래드킨 등의 선행 연구를 바탕으로 육각 격자를 기반으로 한 반전성 변칙 모델을 찾는 데 성공한다.

20년 가까운 세월 동안 할데인의 모델은 극소수의 이론가들에게만 호기심의 대상이었다. 이렇다 할 실험적인 연관성을 찾기도 힘들었다. 그러나 2005년 케인-멜리가 할데인 모델을 조금 변형시킨 양자 스핀 홀 모델을 제안하면서 차츰 할데인 모

델의 중요성이 커졌다. 해마다 10회 정도 인용되었던 논문은 작년 한 해만 400번 가까이 인용된다. 할데인 모델은 외부 자기장이 없는, 고체 결정체에서도 양자 홀 효과를 얻어내는 것이 가능하다는 점을 시사했다. 양자홀 효과의 정수를 Z_2 숫자로 대체하고, 2차원을 3차원으로 확장하면 위상 절연체를 얻는다. 이 길을 개척하는 데 가장 공이 컸던 케인에게 어떤 영광이 기다리고 있을지는 두고 볼 일이다.

마무리: 응집 물리에서 위상 물리로

사울리스의 양자 홀 계수 유도와 할데인의 양자 스핀 고리 이론, 그리고 육각 격자 정수 양자 홀 모델은 모두 80년대 물리학의 산물이다. 그 사이에 이미 30년의 세월이 흘렀고 응집 물리학 이론은 이 두 거장이 다진 초석을 기반으로 점차 위상 물리로 그 지향점을 바꾸어 왔다. 특히 지난 10년 간 벌어졌던 위상 절연체와 대칭성 보호 위상 상태(symmetry-protected topological phase) 이론을 보면 위상수학을 위한 응집물리이론인지 아니면 그 반대인지를 구분하기 곤란할 지경이다. 기타 예프는 K-이론을 활용해 전자계의 모든 가능한 절연체와 초전도체 상태를 위상학적으로 구분하는 주기율표를 만들어냈다. 19세기 후반 완성된 결정 구조 분류에 대응되는 물질의 위상학적 구분인 썸이다. 어쩌면 앞으로의 응집 물리학은 위상 수학적 주기율표에 의거한 “위상 물질 찾기”와 이를 기반으로 한 “위상 소자 만들기”가 대세를 이룰지도 모르겠다. 이미 위상 물리에 기반을 둔 양자 계산, 양자 컴퓨터 이론이 있고, 이를 하나씩 구현하려는 실험적인 노력이 진행 중이다. 마요라나 페르미온, 비가역 양자 계산, d-wave 양자 컴퓨터. 모두 10년, 20년 후의 노벨상에 도전하는 후보다.