기본상수를 이용한 단위의 재정의

DOI: 10.3938/PhiT.25.059

이호성·양인석·이광철

Redefinition of Units with Fundamental Constants

Ho Seong LEE, Inseok YANG and Kwang Cheol LEE

The present international system of units (SI) was established in 1960, and the definitions of some units have been changed since then. However, a huge change in the way to define the units will be made in 2018 by the CGPM (Conférence Générale des Poids et Mesures). The values of seven defining constants will be fixed with no uncertainty, from which seven SI base units will be derived. Units such as the kilogram, kelvin, ampere, and mole are going to be defined by constants such as the Planck constant, Boltzmann constant, elementary charge, and Avogadro constant, respectively. In this way, the kilogram, which was first defined in 1899, will no longer be associated with an artifact, the International Prototype of Kilogram. The advantage of this change is that we do not need to redefine the units even when new methods or technologies are developed in the future because the definitions and the realizations of the units are separate. Accordingly, many other fundamental constants will have zero uncertainty, and precision metrology is expected to advance with these changes.

측정과 단위

어떤 물리량을 측정한다는 것은 그 양을 기준과 비교하여 비

저자약력

이호성 박사는 KAIST 물리학과에서 박사학위(1986)를 한 후 1986년부터 한국표준과학연구원 시간센터에 근무하고 있으며, 현재 시공간 기준계 및 시간 논금에 관해 연구 중이다. 한국연구재단 나노융합단장(2007-2008)과 KIST 유럽연구소장(2012-2014)을 역임했다. (hslee@kriss.re.kr)

양인석 박사는 Univ. of Chicago 물리학과에서 박사학위(2005)를 한 후 2005년부터 한국표준과학연구원 온도센터에서 근무하고 있다. 응집물질물리 전공자로서 저온 온도표준과 열역학적 온도표준에 관한 연구를 하고 있다.

이광철 박사는 POSTECH 기계공학과에서 박사학위(2003)를 한 후 2004년부터 한국표준과학연구원에 근무하고 있으며, 현재 질량센터에서 킬로그램 재정의에 관한 와트저울에 관해 연구 중이다.

율을 구하는 것이다. 예를 들면, 어떤 물체의 질량을 잴다는 것은 저울을 사용하여 그 물체를 1 킬로그램 표준 분동과 비교하여 몇 배인지 알아내는 것이다. 이때 사용된 기준이 바로 “단위”이다. 그런데 단위는 가능하면 변하지 않아야 측정값을 믿을 수 있다. 변하지 않는 질량의 단위를 만들기 위해 1899년에 국제도량형총회(CGPM)는 백금과 이리듐의 합금으로 만든 1 킬로그램의 표준 분동을 “국제 킬로그램원기”로 승인하고 사용하기 시작했다. 그런데 변하지 않을 것으로 믿었던 이 킬로그램원기도 백여 년이 지나면서 변했다는 것이 밝혀졌다. 그래서 과학자들은 불변의 양을 물리학 법칙에서 찾았고, 불변일 것으로 믿는 기본상수를 바탕으로 단위를 재정의하기에 이르렀다.

우리는 일상생활에서 많은 것을 측정하고 있다. 인체와 관련된 키, 몸무게, 혈압 등에서부터 환경과 관련된 온도, 습도, 기압, 미세먼지 농도, 전자파 세기 등과, 가정에서 매달 사용한 전기량, 물과 가스의 양 등 많은 양들을 재고 있다. 양의 종류가 이렇게 많아 보이지만 이것들은 7개의 기본량으로 구성되어 있고, 이 기본량은 7개의 기본단위로 나타낸다. 이 기본단위들의 정의는 표 1에 정리되어 있는데, 이것은 모두 “국제단위계”(SI)의 기본단위들이다. 그런데 이 기본단위들은 서로 독립적이지 않고, 유일한 선택이 아니다. 예를 들면, 미터나 암페어의 정의에는 ‘초’라는 기본단위가 들어있다. 다시 말하면, 미터나 암페어는 초 없이 독립적으로 정의될 수 없다. 그리고 암페어 대신에 전압의 단위인 볼트나 저항의 단위인 옴을 선택할 수도 있지만, 사람들이 오랫동안 암페어를 사용해 왔었기 때문에 연속성을 위해서 이 단위를 기본단위로 계속 사용하는 것이다.

기본상수란 물리학 법칙에서 등장하는 변하지 않는 숫자를 의미한다. 아인슈타인은 1905년에 그의 특수상대성 이론에서 진공에서의 빛의 속력 c 는 일정하다고 했다. 막스 플랑크는 1899년에 현대 양자역학의 출발점이 된 플랑크 상수 h 를 발견했다. 이 기본상수들은 그 값이 변하지 않는다고 믿어지고 있다. 그리고 그 측정값의 불확도(uncertainty)가 세월이 흐르고 과학기술이 발전함에 따라 점점 줄어들고 있다. 대표적인 예로서 빛의 속력 c 는 17세기부터 그 값을 측정하기 시작하여, 19세기에 피조(A. Fizeau), 푸코(J. Foucault), 마이켈슨(A. A. Michelson)을 거쳐, 20세기에 에센(L. Essen)과 이벤슨(K. M. Evenson)에 이르기까지 오랜 세월 동안 측정되어 오다가 1975년에서야 불확

Table 1. Definitions of units of the present SI.

기본량	기본단위(기호)	정의
시간	초(s)	초는 세슘-133 원자의 바닥상태에 있는 두 초미세준위 간의 전이에 대응하는 복사선의 9 192 631 770 주기의 지속 시간이다.
길이	미터(m)	미터는 빛이 진공 중에서 1/299 792 458초 동안 진행한 경로의 길이이다.
질량	킬로그램(kg)	킬로그램은 국제 킬로그램원기의 질량과 같다.
전류	암페어(A)	암페어는 무한히 길고 무시할 수 있을 만큼 작은 원형 단면적을 가진 두 개의 평행한 직선 도체가 진공 중에서 1 미터의 간격으로 유지될 때, 두 도체 사이에 매 미터 당 2×10^{-7} 뉴턴의 힘을 생기게 하는 일정한 전류이다.
열역학적 온도	켈빈(K)	켈빈은 물의 삼중점의 열역학적 온도의 1/273.16이다.
물질량	몰(mol)	몰은 탄소-12의 0.012 킬로그램에 있는 원자의 개수와 같은 수의 구성요소를 갖는 어떤 계의 물질량이다. 물을 사용할 때는 구성요소를 반드시 명시해야 하며, 이 구성요소는 원자, 분자, 이온, 전자, 기타 입자, 혹은 입자들의 특정한 집합체가 될 수 있다.
광도	칸델라(cd)	칸델라는 진동수 540×10^{12} 헤르츠인 단색광을 방출하는 광원의 복사도가 어떤 주어진 방향으로 매 스테라디안 당 1/683 와트일 때 이 방향에 대한 광도이다.

Table 2. The seven defining constants of the new SI and the corresponding units they define. (The final values of h , e , k , and N_A will be decided by the CGPM in 2018.)

정의하는 상수	기호	수치	단위
세슘의 초미세 분리	$\Delta\nu_{Cs}$	9 192 631 770	Hz = s ⁻¹
진공에서의 빛의 속력	c	299 792 458	m s ⁻¹
플랑크 상수	h	$6.626\,070\,040 \times 10^{-34}$	J s = kg m ² s ⁻¹
기본 전하	e	$1.602\,176\,620\,8 \times 10^{-19}$	C = A s
볼츠만 상수	k	$1.380\,648\,52 \times 10^{-23}$	J K ⁻¹
아보가드로 상수	N_A	$6.022\,140\,857 \times 10^{23}$	mol ⁻¹
시감 효능	K_{cd}	683	lm W ⁻¹ = cd sr W ⁻¹

도가 0인 값으로 고정되었다. 이에 따라 미터의 정의는 빛의 속력을 기반으로 1983년에 표 1에서와 같이 재정의되었다. 그런데 국제도량형총회는 2018년에 이 7개의 기본단위들을 재정의할 예정이다. 이를 위해 플랑크 상수, 기본 전하, 볼츠만 상수, 아보가드로 상수를 불확도가 0인 값으로 고정시킬 것이다. 표 2는 새 SI에서 기본단위를 정의하는 7개의 기본상수와 그 상수들이 정의하는 7개의 단위를 보여준다.^[1]

이 표에서 정의하는 상수로부터 기본단위를 정의하는 방법은 다음과 같다. 첫 번째 칸에서, 세슘의 초미세 분리 주파수 $\Delta\nu_{Cs} = 9\,192\,631\,770$ Hz는 정확한(불확도가 없는) 값을 나타낸다. 그런데 주파수의 단위 Hz는 시간의 단위 s의 역수와 같으므로 앞의 식을 s에 대해 정리하면 $s = 9\,192\,631\,770 / \Delta\nu_{Cs}$ 가 된다. 이것은 기존의 초의 정의인 “초는 세슘-133 원자의 바닥상태에 있는 두 초미세준위 간의 전이에 대응하는 복사선의 9 192 631 770 주기의 지속 시간이다”와 동일한 의미이다.

표 2의 두 번째 칸에서, 진공에서의 빛의 속력은 불확도가 없는 $c = 299\,792\,458$ m/s이므로, 이것을 미터(m)에 대해 다시

정리하면, $m = c \, s / 299\,792\,458$ 로 표시된다. 이 식의 s 대신에 앞에서 정리한 관계식을 대입하면 $m = 30.663\,318... \, c / \Delta\nu_{Cs}$ 가 된다. 이 관계식에서 미터는 진공에서의 빛의 속력과 세슘의 초미세 분리 주파수에 의해 정의되는 것을 알 수 있는데, 이것은 기존의 미터의 정의와 동일한 의미이다.

그런데 플랑크 상수 h 가 불확도가 없는, 다음과 같은 값을 가진다고 가정하면 $h = 6.626\,070\,040 \times 10^{-34}$ kg m² s⁻¹로 표현되고, 여기에 kg 단위가 포함되어 있음을 알 수 있다. 식에 포함된 m과 s에 앞에서 정의된 관계식들을 대입하면 kg은 다음 식으로 정리된다.

$$\begin{aligned} \text{kg} &= \frac{h}{6.626\,070\,040 \times 10^{-34}} \times \text{m}^2 \text{s} \\ &= 1.475\,521... \times 10^{40} \frac{h \Delta\nu_{Cs}}{c^2}. \end{aligned}$$

이 식에서 킬로그램은 플랑크 상수와 진공에서의 빛의 속력 및 세슘의 초미세 분리 주파수를 이용하여 정의될 수 있음을 알 수 있다. 이와 같은 방식으로, 기본전하 e 로부터 전류의 단위 암페어(A)를 정의하고, 볼츠만 상수 k 로부터 열역학적 온도의 단위 켈빈(K)을 정의할 수 있다.

이런 식으로 재정의되는 새 국제단위계(SI)는 단위의 정의와 단위의 구현(*mise-en-pratique*)이 분리된다는 특징이 있다. 예를 들면, 현재 사용되는 국제 킬로그램원기는 그것 자체가 단위이면서 단위를 구현하는 방법이다. 그렇지만 앞에서 본 것처럼 플랑크 상수 등에 의해 새로 정의된 킬로그램은 와트 저울(watt balance)이나 실리콘 구를 이용한 XRCD(X-Ray Crystal

REFERENCES

- [1] Joachim Fischer and Joachim Ullrich, Nature Physics 12, 4 (2016).

Fig. 1. Dependencies of proposed SI unit definitions and seven fundamental constants.

Density) 방법으로 구현할 수 있다. 이렇게 둘을 분리하면 미래에 새로운 기술이나 새로운 방법이 등장했을 때 킬로그램의 정의를 바꾸지 않고도 더 정확하게 질량을 재는 것이 가능하다.

새 SI에서 단위 사이의 관계를 나타낸 것이 그림 1이다. 그림에서 화살표는 각 단위들이 해당 기본상수들에 의해 정의되고, 또 각 단위가 다른 단위의 정의에 미치는 영향을 나타낸다. 초(s)에서 나가는 화살표가 5개로 제일 많은데, 이것은 초가 다른 단위의 정의에 제일 많이 영향을 미치고 있다는 뜻이다. 그 이유는 시간의 단위에 대한 측정 불확도가 다른 기본량보다 월등히 작아서(10^{-16} 수준) 다른 단위의 정의를 초의 정의에 연결하는 것이 해당 단위의 불확도를 줄일 수 있기 때문이다. 미터(m)에서 3개의 화살표가 나가고, 킬로그램(kg)은 2개가 나간다. 이에 비해 켈빈(K)과 칸델라(cd)는 화살표가 모두 들어오는 것만 3개씩 있다. 이것은 켈빈과 칸델라가 다른 SI 단위의 영향을 가장 많이 받는다는 뜻이다. 켈빈은 기존 SI에서는 다른 단위와 연결 없이 독립적으로 정의되었지만 새 SI에서 미터, 초, 킬로그램과 연결되어 가장 큰 변화가 일어난다. 한편, 몰(mol)은 기존 SI에서는 킬로그램과 연결되어 있었으나 새 SI에서는 다른 단위들과 연결되지 않고 단독으로 존재하게 된다. 이 글에서는 켈빈과 킬로그램의 재정의 및 구현 방법에 대해서만 자세히 알아본다.

볼츠만 상수를 이용한 켈빈의 재정의 및 구현

“열역학적 온도의 단위인 켈빈은 물의 삼중점의 열역학적 온

도의 1/273.16이다.” 이것은 기존 SI에서 켈빈의 정의이다. 여기서 “열역학적”이라는 수식어가 왜 필요한지, 273.16이라는 숫자는 왜 등장하며, 이것으로 온도를 어떻게 정의한다는 것인지를 이해하기 위해선 온도라는 물리량이 가진 특별한 점과 그 역사적인 발전과정을 이해할 필요가 있다.

사람들은 온도의 물리적인 본질을 이해하기 훨씬 전부터 감각적으로 온도를 느껴왔다. 이것은 ‘춥다’, ‘덥다’거나 ‘차갑다’, ‘뜨겁다’와 같은 느낌이다. 인간의 문명이 발전하면서 이러한 감각적으로 느끼는 차이가 실제로 자연계의 다른 물리량에도 영향을 준다는 것이 알려졌다. 예를 들어서 주변이 뜨거워지면 액체가 팽창하거나 기체의 압력이 높아진다는 것들을 관찰하기 시작한 것이다. 사람들이 이런 현상에 주목하면서 이 현상들을 온도 측정에 이용할 수 있다는 것을 알아냈다. 예를 들어 알코올의 부피가 온도 변화에 따라 변한다는 사실을 이용해 보자. 이때 알코올의 부피 변화는 매우 작기 때문에 가늘고 긴 튜브를 이용해서 부피 변화를 관찰할 수 있게 한다. 이제 물이 얼 때의 온도에서 알코올 기둥의 높이에 ‘0’이라고 표시하고, 온도를 올려서 물이 끓을 때의 온도에서 알코올 기둥의 높이에 ‘100’이라고 표시하자. 0과 100 사이를 같은 길이로 100등분하여 눈금을 그려서 만든 것이 1744년에 고안된 섭씨(셀시우스) 눈금이다.

여기서는 물의 어는점과 끓는점을 이용하였다. 이것은 자연 현상을 이용한 ‘고정점’이라고 한다. ‘고정점’이라고 부르는 이유는 물을 한국에서 얼리든 유럽에서 얼리든 충분히 순수한 물이기만 하다면 같은 온도에서 얼기 때문이다. 따라서 자연계에 존재하는 고정점을 이용하면 누구나 거의 똑같은 온도 눈금을 만들어낼 수 있다. (물론 어는점과 끓는점은 모두 기압에 따라서 그 온도가 조금씩 달라진다. 어는점보다 끓는점이 기압에 따른 의존성이 훨씬 크다.)

이처럼 인류는 온도의 본질을 이해하기 전에 온도계를 고안하여 온도를 측정하고 있었다. 온도의 본질이 물질을 구성하는 분자의 평균 운동에너지(열에너지)라는 사실은 훨씬 나중에 밝혀졌다. 즉, 온도는 언제나 “열에너지”와 연결되는 양이고, 특정한 상태의 분자 당 평균 운동에너지에 비례하는 양이다. 계의 상태를 나타내는 파라미터인 “온도”와 계의 에너지 사이에는 이론적으로 밝혀낼 수 있는 관계가 성립하고 이를 “열역학적 방정식”이라고 한다. 열역학적 방정식에 등장하는 온도를 “열역학적 온도”라고 하며, 이는 우리가 그 전까지 경험을 바탕으로 써오던 “온도”를 좀 더 엄밀하고 과학적으로 정의한 것이다. 그리고 그 단위를 켈빈(K)이라고 쓴다.

열역학적 온도는 에너지에 비례하는 양이므로, 0 K는 열에너지가 0인 상태, 즉 모든 분자가 전혀 운동하지 않고 “얼어붙어 있는” 상태에 해당하는 온도이다. 이제 자연계에서 존재하는 어떤 한 가지 고정점에 적절한 숫자를 정의해서 붙이면 앞에

서 본 알코올 온도계에 의한 온도처럼 열역학적 온도가 완성된다. 한 가지 쉬운 방법은 물의 어는점을 이용하는 것이다. 물의 어는점은 만들기도 쉽고, 기압에 따라 변하는 정도도 끓는점에 비해서 작으므로, 좋은 고정점 후보이다. 실제로 1954년까지는 물의 어는점이 온도 정의에 이용되었다. 그런데 물의 어는점보다 더 좋은 고정점이 있다. 그것은 물의 삼중점이다.

물질의 “삼중점” 상태에서는 그 물질이 고체, 액체, 기체의 세 가지 상으로 존재한다. 일상생활에서는 이 삼중점 상태를 관찰하기 힘들다. 물의 삼중점 상태는 외부 기압의 영향을 전혀 받지 않는다. 삼중점을 이루고 있는 물이 순수하기만 하다면, 그리고 뒤에 언급될 물의 동위원소 효과를 무시한다면, 지구 상 어디에서 만들든 모두 똑같은 온도가 된다. 실제로 여러 나라에서 물의 삼중점을 실현해서 비교한 결과를 보면 십만분의 수도 정도 밖에 차이가 나지 않는다. 따라서 이렇게 정확하게 온도를 정의하는 상태에 273.16 K이라는 숫자를 부여한 것이 1957년에 만들어진 열역학적 온도 단위 켈빈의 정의이다.

그런데 273.16이라는 숫자는 왜 등장하게 된 걸까? 이것은 열역학적 온도에 대해서 우리가 알기 전까지 사람들이 많이 사용해서 이미 익숙해진 섭씨 온도눈금을 계속 쓸 수 있도록 하기 위해서였다. 켈빈 단위로 나타낸 온도의 숫자에서 273.15(마지막 자리 숫자는 6이 아닌 5이다)를 뺀 숫자가 섭씨 온도 단위이다. 따라서 물의 삼중점의 온도인 273.16 K은 0.01 °C가 되고, 0 K는 -273.15 °C가 된다. 이렇게 하면 물의 어는점이 0 °C가 되고, 물의 끓는점이 100 °C에 매우 가까운 수가 되어 이전부터 사용해 온 섭씨온도를 켈빈 온도와 같이 계속 사용할 수 있다.

켈빈을 이용한 열역학적 온도 단위의 정의는 현재까지 60년 가까이 쓰이고 있다. 이 정의는 2018년에 볼츠만 상수를 이용한 정의로 바뀔 예정이다. 볼츠만 상수는 온도를 열에너지로 변환하는데 필요한 기본상수이다. 모든 열역학적 방정식에는 볼츠만 상수와 온도가 같이 곱해진 채로 등장한다. 기존 SI 단위 체계에서는 물의 삼중점이 정의되어 있으니, 과학자들이 정확히 물의 삼중점에서 열역학적 방정식에 등장하는 다른 물리량을 측정하면 볼츠만 상수 값을 “측정”할 수 있다. 그런데 2018년에 단위의 정의가 바뀌면 이 역할이 뒤바뀐다. 즉, 볼츠만 상수가 고정된 값을 가지게 되면 그것을 이용하여 물의 삼중점의 열역학적 온도를 “측정”할 수 있다.

왜 과학자들은 이 정의를 바꾸려고 할까? 물(H₂O)을 구성하는 수소(H)와 산소(O)에는 몇 가지 동위원소가 존재한다. 동위원소는 같은 원자이면서도 원자핵에 들어있는 중성자의 개수가 달라서 질량이 다른 여러 가지 원자들인데, 수소에는 안정된 동위원소가 2개, 산소에는 3개 존재한다. 따라서 이것을 조합하면 같은 물이라도 다섯(5) 가지 다른 질량이 나올 수 있다. 이렇게 질량

Fig. 2. The relationship between the triple point of water (T_{TPW}) and the Boltzmann constant (k).

Fig. 3. Schematic of the Acoustic Gas Thermometry. (Ref.: Laurent Pitre *et al.*, Int. J. Thermophys. 32, 1837 (2001))

이 서로 다른 물이 얼마나 많이 포함되어 있느냐에 따라서 물의 삼중점의 온도가 아주 조금씩 변한다. (대략 십만분의 5도까지 변할 수 있다.) 온도 측정 기술이 발전하면서 이 작은 차이가 문제가 되기 시작했고, 과학자들은 2005년에 물의 삼중점에 사용되어야 할 동위원소의 비율을 따로 정의하고 이 “기준 비율”에서 벗어날 경우에 보정하는 방법을 제시했다. 그런데 볼츠만 상수를 이용한 정의는 이런 번거로운 문제를 해결해 준다. 또한 아주 낮은 온도에서부터 아주 높은 온도까지 볼츠만 상수를 이용하여 온도를 측정할 수 있고, 물의 삼중점과 같은 한 점이 아니라 넓은 온도 영역에서 온도 측정의 정확도를 높일 수 있다.

물의 삼중점을 이용한 현재의 열역학적 온도 단위의 정의는 그림 2에서 원점(절대 영도)과 물의 삼중점을 이용하여 선을 긋는 것과 같다. 이렇게 선을 그음으로써 온도와 열에너지의 관계를 정의하는 것이다. 이에 비해 새로운 정의는 원점과 기울기(볼츠만 상수)를 이용하여 선을 긋는 것이다. 새로운 정의를 채택하더라도 사람들이 온도의 정의가 바뀌었다는 것을 알아차리지 못할 정도로 연속성을 갖기 위해서는 현재의 정의에서 볼츠만 상수의 값을 최대한 정확하게 측정해야 한다. 온도 표준

을 연구하는 과학자들은 지난 15년 동안 이 일을 위해 많은 노력을 해왔다. 그림 3은 “음향기체온도계”의 개략도로서 공동(cavity) 속에 있는 불활성 기체(헬륨 또는 아르곤)에서 음파의 속력을 측정하여 온도를 알아내는 장치이다. 현재는 볼츠만 상수 값을 측정하는데 사용되지만 2018년 이후에는 열역학적 온도를 측정하는 1차 표준 온도계로 사용될 것이다. 한편, KRISS의 양인석 등은 아르곤의 물질량(molar mass)을 정확히 측정함으로써 볼츠만 상수의 불확도를 개선하는데 큰 기여를 했다.^[2]

플랑크 상수를 이용한 킬로그램의 재정의 및 구현

킬로그램은 현재 SI 단위 중 유일하게 인공물로 정의되어 있다. 그 때문에 여러 단점을 가지고 있다. 인공물을 사용하면 표면에 흠집이 생길 수 있으므로 자주 사용할 수 없다. 그래서 국제 킬로그램원기는 1899년에 승인된 후 현재까지 단지 네 번만 사용되었다. 세월이 흐름에 따라 원기의 표면에 산화막이 형성되거나 수은의 흡착 또는 다른 오염 물질이 달라붙는다. 이를 제거하기 위해 세척을 하면 그 값이 달라진다. 이런 이유 때문에 국제 킬로그램원기를 대체할 새로운 방법을 개발하는 연구가 오래 전부터 시작되었다. 그 중 하나가 와트 저울이다.

와트 저울은 질량에 의한 중량(무게)이 전자기력을 발생시키는 전압과 전류의 곱인 와트에 비례한다는 사실을 이용한 장치이다. 이것에서 “와트 저울”이라는 이름이 유래했다. 한편, 전자기력은 조셉슨 효과를 이용한 전압과 양자홀 효과를 이용한 저항으로부터 정확히 측정할 수 있다. 다시 말하면, 조셉슨 상수(K_J)와 폰 클리칭 상수(R_K)를 이용하여 질량을 표현할 수 있다. 와트 저울은 영국 국립물리연구소(NPL)의 키블(B.P. Kibble)이 지금부터 약 40년 전인 1976년에 처음 제안했다. 그 이후 영국과 미국이 주축이 되어 와트 저울을 개발하는 연구를 지속해왔다. 현재는 미국의 NIST,^[3] 캐나다의 NRC, 프랑스의 LNE, 스위스의 METAS, 중국의 NIM, 국제도량형국 BIPM, 그리고 한국의 KRISS 등이 와트 저울 개발 연구를 진행하고 있다. 각 나라마다 구조는 조금씩 다르지만 기본적인 원리는 동일하다.

와트 저울은 기본적으로 두 가지 모드로 동작한다. 첫 번째의 무게 재기 모드(weighing mode)에서는 테스트 질량(예: 1 kg 분동)에 미치는 중력과 이것을 상쇄하려는 전자기력(로렌츠 힘)이 평형을 이룰 때 전압을 찾는 것이 목적이다. 그림 4처럼, 전류 I 가 흐르는 원형 코일(둘레 길이 ℓ)이 수평면 상에서 지름방향으로 퍼져나가는 자장 B 속에 놓여 있다. 이때 코일은 로렌츠 힘에 의해 중력과 반대 방향으로 전자기력을 받는데, 그 힘의 세기는 $F_{EM} = IB\ell$ 이다. 코일에 흐르는 전류 I 는 표준저항 R 의 양단에 걸리는 전압 V_1 을 측정하여 $I = V_1/R$ 관계식에 의해 구해진다. 이 표준저항은 양자홀 저항표준기로

Fig. 4. Schematic drawings of a watt balance and its two operational modes.

교정 받은 것이고, 전압은 와트 저울에 설치된 조셉슨 전압표준기로 측정한다.

전자기력 F_{EM} 이 질량 m 에 걸리는 중력 F_{GR} 와 평형을 이룬다면 $IB\ell = mg$ 의 관계식이 성립한다. 여기서 m 은 와트 저울의 테스트 질량이고, g 는 m 이 있는 위치에서의 중력가속도이다. 이것을 질량에 대해 정리하면 다음과 같이 된다.

$$m = \frac{IB\ell}{g} = \frac{V_1 B\ell}{Rg}$$

여기서 g 값은 절대중력가속도계와 상대중력가속도계 및 중력구배기를 이용하여 잰다. 위 식에서 모르는 것은 $B\ell$ 의 값인데, 이것을 구하기 위해 와트 저울을 두 번째의 움직임 모드(moving mode)로 동작시킨다.

움직임 모드에서는 테스트 질량 m 이 없는 상황에서 코일을 자장 B 속에서 수직 방향으로 v 의 속도로 움직인다. 코일의 움직임은 패러데이 법칙에 의해 코일 양단에 전압 V_2 를 생성시키는데, 그 크기는 $V_2 = vB\ell$ 이다. 여기서 코일의 속도 v 는 와트 저울에 설치된 3차원 레이저 간섭계로써 측정하고 또 조절할 수 있다. V_2 는 V_1 과 마찬가지로 조셉슨 전압표준기로 측정한다. 우리가 모르는 값 $B\ell$ 대신에 V_2/v 를 위 식에 대입하면 $m = V_1 V_2 / (Rgv)$ 가 된다. 이 식에서 전압의 제곱을 저항으로 나눈 것이 와트에 해당한다.

한편, 조셉슨 전압표준기의 조셉슨 접합에 마이크로파 주파수 f 가 가해질 때 접합의 양단에 양자화된 DC 전압이 $V_J = f/K_J$ 스텝으로 생성된다. 여기서 K_J 는 조셉슨 상수로서 $K_J = 2e/h$ 이다. 앞의 실험에서 조셉슨 전압표준기로 전압 V_1, V_2 를 측정할 때 동작한 조셉슨 접합 수를 각각 n_1, n_2 라 하고, 마이크로파 주파수를 각각 f_1, f_2 라 하면, $V_1 = n_1 f_1 / K_J$, $V_2 = n_2 f_2 / K_J$ 로 표현된다. 다시 말하면, 전압을 마이크로파 주파수와 조셉슨 접합 수로부터 구할 수 있다.

그리고 양자홀 저항표준기의 도선에 전류 I 가 흐르고, 도선

REFERENCES

- [2] Inseok Yang *et al.*, Metrologia 52, S394 (2015).
- [3] David B. Newell, Physics Today 67(7), 35 (2014).

의 방향에 수직으로 자장이 가해지고 있으면 도선의 횡 방향으로 홀 전압 V_H 가 생성된다. 이때 홀 전압은 양자화되는데 양자홀 저항(R_H)과는 $R_H = V_H/I = R_K/i$ 관계를 가진다. 여기서 i 는 양자화 수($i = 1, 2, 3 \dots$)이고, R_K 는 폰클리칭 상수로서 $R_K = h/e^2$ 이다.

이것들을 질량 m 을 표현하는 식에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$m = \frac{V_1 V_2}{R g v} = \frac{n_1 n_2 f_1 f_2}{K_j^2} \frac{i}{R_K g v} = h \left(\frac{i n_1 n_2}{4} \right) \frac{f_1 f_2}{g v} = \frac{h C}{g v}$$

단, $K_j^2 R_K = (2e/h)^2 (h/e^2) = 4/h$ 를 대입했고, 마지막 항에서 $(\frac{i n_1 n_2}{4}) f_1 f_2 \equiv C$ 로 두었다.

결론적으로, 와트 저울에서 질량이 있는 지점의 중력가속도(g)와 코일의 이동 속도(v)를 측정하면, 질량은 플랑크 상수 h 에 비례하는 양이 된다. 단, 교정 상수 C 는 조셉슨 전압표준기의 마이크로파 주파수(f_1, f_2)와 조셉슨 접합 수(n_1, n_2) 및 양자홀저항의 양자화 수(i)로부터 구한다. 교정 상수 C 에 포함된 값들 중에서 주파수는 다른 물리량에 비해 상대적으로 아주 정확하게 측정할 수 있고, 양자화 수는 모두 정수로 나타나기 때문에 불확도가 없어서 교정 상수라는 이름으로 묶었다.

킬로그램을 구현하는 또 다른 일차적인 방법은 1몰의 탄소-12 원자에 포함된 원자개수를 정확히 세는 것이다. 이전 SI 정의에 의하면 1 몰은 탄소-12 원자 12 그램에 포함된 원자의 개수이다. 다른 말로 하면, 탄소-12 원자 12 그램을 정확히 재고 그 속에 있는 원자수를 세면 그것이 아보가드로 상수이다. 따라서 탄소-12원자를 1000 g/12 g (≈ 83.333) 몰 만큼 준비하면 이것이 1 킬로그램이 된다. 그러나 현실적으로 탄소만으로 구성된 결정을 만드는 것은 불가능하다. 그래서 실리콘을 이용하여 킬로그램을 구현한다. 이것은 아보가드로 상수를 정밀하게 측정하는 것으로, “국제 아보가드로 연구팀”에 의한 공동연구가 1990년대 초부터 시작되었다. 아보가드로 상수를 측정하면 관계식에 의해 동일한 불확도로 플랑크 상수를 측정하는 것과 같다. 여기서는 그 관계식^[4] 및 과정은 생략한다.

실리콘은 반도체 산업의 발달로 불순물이 거의 없는 고순도로 크게 키우는 것이 가능하다. 자연 실리콘은 약 92.2%가 ^{28}Si 이고, 약 7.78%가 ^{29}Si 및 ^{30}Si 로 구성되어 있는데, 질량 분석기로서 이 동위원소들의 질량을 1×10^{-9} 수준에서 알 수 있다. 이런 이유들 때문에 실리콘이 선택되었다. 처음에는 원통형으로 키운 실리콘을 자르고, 깎고, 연마하여 직경이 약 93.6 mm의 구로 만든다. 구의 직경은 광학간섭계로 측정하는데 측정 불확도는 단일 원자층의 두께에 해당하는 0.3 nm까지 가능하다. 원자 간의 격자간격(lattice spacing)은 엑스선 간

Fig. 5. The KRISS watt balance under construction.

섭계(XRCD)로 측정하는데 대략 192 pm이다. 다음 관계식은 실리콘 구의 질량을 나타낸다.

$$m = \frac{8 V}{a^3} \frac{2 R_{\infty} h}{c \alpha^2} \frac{m_{\text{Si}}}{m_e}$$

여기서 m 과 V 는 실리콘 구의 질량과 부피이고, a 는 실리콘 셀의 한 변의 길이인데, 실리콘의 격자간격 $d_{220}(\text{Si})$ 와는 $a = \sqrt{8} d_{220}(\text{Si})$ 의 관계가 있다. 실리콘 원자의 질량 m_{Si} 는 실리콘 구에 포함된 세 가지 동위원소의 비율을 고려하여 평균해서 구한다. 우변의 첫 번째 항은 구에 포함된 원자의 개수에 해당하고, 두 번째 항은 $2 R_{\infty} h / (c \alpha^2) = m_e$ 로서 전자의 질량에 해당한다. 따라서 위 식은 기본적으로 실리콘 원자 하나의 질량(m_{Si})에 실리콘 구에 포함된 원자의 개수를 곱하여 실리콘 구의 질량을 구하는 공식이다. 간섭계로써 구의 부피와 격자간격을 10^{-9} 수준에서 측정할 수 있으므로 원자 개수도 그 정도 수준에서 알 수 있다. 만약 구가 실리콘-28 원자만으로 만들어 졌다면, 구에 포함된 실리콘 원자개수가 $(1000 \text{ g} / 28 \text{ g} \times \text{아보가드로 상수})$ 되도록 구의 부피를 조절하면 1 킬로그램이 된다. 그런데 문제는 다른 동위원소나 불순물의 비율, 그리고 구의 표면에 산화막이 형성되는 것 등이다. 이것들이 단위 구현의 불확도에 영향을 미치고, 정확도의 한계로 작용한다.

그림 5는 KRISS에서 현재 개발 중인 와트 저울인데, 미국이나 영국의 와트 저울과 달리 구동부와 저울부가 분리되어 동작하는 방식이다. 올해 조립을 완료하고 2017년 상반기에 플랑크 상수 값을 구하는 것을 목표로 연구가 진행 중이다.

REFERENCES

- [4] Ho Seong Lee, *Fundamental Constants and System of Units* (in Korean) (Cheong Moon Gak Publishing Co., 2016), p. 89 & p.165.