텐서 그물망 : 요약과 전망

DOI: 10.3938/PhiT.24.028

한정훈·김낙우

Tensor Network: A Summary and Perspective

Jung Hoon HAN and Nakwoo KIM

The tensor network is an emerging new idea with origins in quantum information science, quantum gravity, string theory, and condensed matter theory. As a technical note, it is an economic and powerful way of writing a many-body wave function with sufficient generality to cover exotic quantum ground states. In another significant aspect, it is a new way to carry out renormalization of entangled quantum states with potentially powerful connections to the ideas of holography in superstring theory. This article tries to provide a rudimentary guide to this enticing and busy field.

다체계 양자 역학의 문제

양자역학은 묘하고 아름답다. 파동 함수는 이른바 함수 벡터 공간에 존재하고, 서로 다른 기저 함수를 중첩해서 써도 상관 없다. 마치 두 개의 3차원 벡터를 더하거나 빼도 또 다른 벡터를 도출할 수 있듯, 거시적 현실에서도 잔잔한 호수 위에 던진 여러 돌멩이가 동시에 일으키는 원형파의 중첩 무늬를 통해 우리는 이 중첩 현상을 직관적으로 접한다. 문제는, 확률이다. 양자역학에서 중첩되는 것은 물결의 높이와 같은 가시적인 양이 아니라, 파동 함수의 제곱에 비례하는 존재 확률이다. 확률이 중첩된다? 언어적 모순이다. 그래서 양자역학은 어렵다.

다체계 양자역학은 이런 단일자 양자역학의 정신적 혼란에 덧붙여 전혀 새로운 종류의 고난을 얹어준다. 다체계 양자역학

은 얽힘의 과학이다. 예를 들어 보자.

두 개의 스핀이 단일 상태로 얽혀 있을 때의 파동 함수는 (규격화는 무시한다) 다음과 같다:

$$|s_{12}\rangle = |\uparrow_1 \downarrow_2\rangle - |\downarrow_1 \uparrow_2\rangle.$$

두 스핀의 얽힘 정도는 폰 노이만 얽힘 엔트로피로 측정하게 되며, 위 상태의 경우 이 값은 가능한 최대치 $S_{\text{vN}}[s_{12}] = \log(2)$ 가 된다. 단일 스핀 상태는 가장 얽힌 상태이다.²⁾ 스핀이 네 개, 여섯 개, 이렇게 무한히 증가하다보면 스핀 단일 상태를 파동 함수로 적는 일이 난감해진다. 가령 2차원 사각 격자의 각 격자점을 1부터 $2N$ 까지 번호 매기고 임의로 두 점을 짝지어 단일 파동 함수를 각 짝에 부여하면

$$|\psi^{\text{SS}}\rangle = |s_{12}\rangle \otimes |s_{34}\rangle \otimes |s_{56}\rangle \cdots \otimes |s_{2N-1, 2N}\rangle$$

를 얻게 되는데, 이는 스핀 단일 상태가 얼어붙어 있는 스핀 고체를 기술한다. 스핀 고체는 자연의 대칭성, 특히 이 경우는 병진 대칭성을 깬다.³⁾ 대칭성을 복원하는 한 방법은 모든 단일 짝을 다 허용하는 길이다:

$$|\psi^{\text{SL}}\rangle = \sum_P A_P |s_{P[1], P[2]}\rangle \otimes |s_{P[3], P[4]}\rangle \otimes \cdots \otimes |s_{P[2N-1], P[2N]}\rangle.$$

허용 가능한 계수 A_P 의 개수는 총 순열의 개수만큼이나 많다. 입자 개수에 대해 계승으로⁴⁾ 증가하는 계수의 개수는 다체계 양자 역학을 이해하는 데 결정적인 걸림돌이 된다. 양자 스핀 계뿐 아니라 다체계 페르미온 계도 범람하는 계수의 문제에 봉착한다. 다체계 파동 함수는 일반적으로

$$|\psi\rangle = \sum_{s_1=1}^D \sum_{s_2=1}^D \cdots \sum_{s_N=1}^D C_{s_1, s_2, \dots, s_N} |s_1, s_2, \dots, s_N\rangle$$

의 형태로 적을 수 있다. D 는 각 자유도가 갖는 가능한 상태

저자약력

한정훈 교수는 University of Washington 이학박사(1997)로서 APCTP, UC Berkeley Post-doc., 건국대학교 조교수를 거쳐, 2003년부터 성균관대학교 물리학과 교수로 재직 중이다. (hanjh@skku.edu)

김낙우 교수는 서울대학교 이학박사(1998)로서, 영국 런던 퀸메리대학, 독일 막스플랑크양자중력연구소 연구원을 거쳐 2004년부터 경희대학교 물리학과 교수로 재직 중이다. (nkim@khu.ac.kr)

- 1) 단일 상태 = singlet
- 2) 가장 얽힌 상태 = maximally entangled state
- 3) 병진 대칭성 = translational symmetry
- 4) 계승 = factorial

의 개수이고 총 D^N 개의 계수가 있어야 파동 함수를 결정짓는다. 흔히 “계수만 알면” 생명 현상조차도 양자 역학으로 풀어낼 수 있다고 하지만, 현실은 “계수를 모조리 알아야만” 양자 역학을 풀게 된다. 계수의 바다로 표현되는 이 드넓은 힐버트 공간에서 우리가 찾고자 하는 상태는 단 한 마리의 물고기인 셈이다.

텐서 그물망

현재 정확한 직교화로 풀이 가능한 자유도는 대략 $D=2$, $N<30$ 으로 국한되어 있고, 기존의 어떤 컴퓨터 기술로도 힐버트 공간의 지수적 증가를 이길 방법은 없다. 다체계 파동 함수를 근사적으로나마 구하기 위한 노력은 양자 역학의 태동과 함께 출발하였다. 스핀계를 우선 예로 들면, 쿨라-바이스 이론은 다체계 스핀 파동 함수를

$$|\psi^{\text{CWHF}}\rangle = \sum_{s_1=1}^D \sum_{s_2=1}^D \cdots \sum_{s_N=1}^D C_{s_1} C_{s_2} \cdots C_{s_N} |s_1, s_2, \dots, s_N\rangle \\ = \prod_{\alpha=1}^N \left(\sum_{s_{\alpha}=1}^D C_{s_{\alpha}} |s_{\alpha}\rangle \right)$$

로 줄여 적는다. 다체계 계수 $C_{s_1, s_2, \dots, s_N}$ 를 개별 스핀의 계수 $C_{s_{\alpha}}$ 의 곱으로 적는 과정에서 우리는 서로 다른 스핀 사이의 파동 함수가 더 이상 얽혀 있지 않음을 가정하게 된다. 페르미온 계에서도 마찬가지로 서로 다른 입자 간의 얽힘을 무시하는 근사법을 하트리와 폭이 양자 역학 태동기인 1920년대 후반 제안하였다.⁵⁾ 흔히 이런 방법을 평균장 이론이라 지칭하는데, 현대적 관점에서 평균장 이론의 핵심을 따지자면 양자 얽힘 소멸 이론이라고 봐도 무방하다. 병진 대칭성이 보장될 경우 모든 격자점에서 동일한 파동 함수 C_i 가 적용될 것이므로 자유도는 D 개의 복소수뿐이다. 주어진 해밀토니안에 대해서 에너지를 최적화하는 계수 집단 $\{C_i\}$ 를 구하기만 하면 평균장 이론의 목표를 달성한다. 평균장 이론은 D -차원에서의 변분 계산이다.⁶⁾

고온 초전도체로 대표되는 강상관 전자계의 문제를 흔히 풀리지 않은 물리학계의 난제로 꼽는다. 이론적으로 고온 초전도체 문제를 “풀었는가”에 대한 대답은 분분하다. 대신 고온 초전도 물성을 표현하는 2차원 허바드 모델이나 t-J 모델을 “풀었는가”를 묻는다면 그 대답은 이구동성 부정적이다. 2차원 아

이징 모델에 대한 온사가의 해에 버금가는 기적 같은 방법이 발견되지 않는 한, 허바드 모델을 푸는 것은 계수의 바다를 다루는 문제 이상도 이하도 아니다. 고온 초전도체의 문제는 계수의 바다의 문제와 동일하다. 21세기형 이론 물리학의 난제를 하나 꼽으라면 우리는 “계수의 바다” 속에서 “2차원 허바드 모델”의 해를 찾는 문제를 주저하지 않고 선택할 것이다.

텐서 그물망 혹은 텐서 곱 상태는 평균장 이론을 한 극단으로 내포하는 포괄적인 평균장 이론으로 볼 수 있다.⁷⁾ 각 격자점에서의 상태는 $\vec{C}_i = \{C_i\}$ 와 같은 D -차원 벡터 대신 텐서 T_{lrud}^s 로 주어지고, 일반적인 텐서 곱 파동 함수는

$$|\psi^{\text{TN}}\rangle = \sum_{s_1=1}^D \sum_{s_2=1}^D \cdots \sum_{s_N=1}^D \text{Ttr} [T^{s_1} T^{s_2} \cdots T^{s_N}] |s_1, s_2, \dots, s_N\rangle$$

의 꼴로 쓴다. 텐서 대각합 Ttr 는 각 텐서의 지표 l, r, u, d 를 이웃한 텐서의 지표와 축약하는 연산이다. 1차원 공간에서 정의된 텐서 곱 파동 함수에 동원되는 텐서 $(T^s)_l$ 는 지수가 두 개씩 달려 있는데 이들은 각 격자점에 대한 두 이웃점으로 연결되고 축약된다. 시각적으로 텐서를 표현하자면 1차원 텐서는 $-(T^s)-$, 2차원 텐서는

$$\begin{array}{c} | \\ -(T^s)- \\ | \end{array}$$

로 그릴 수 있다. 두 이웃점에서 정의된 텐서에서 튀어나온 손이 서로 맞잡는 과정이 텐서 대각합이다. 가령 좌우에 위치한 두 텐서가 축약되는 과정은

$$\begin{array}{c} | \quad | \\ -(T^s) = (T^s) - \\ | \quad | \end{array}$$

으로 그린다. 각 지수 $1 \leq l, r, u, d \leq \chi$ 의 크기는 χ 이고, 각 텐서의 크기는 $N^{\text{TN}} = D \times \chi^4$ 로써 평균장 벡터의 크기 $N^{\text{CWHF}} = D$ 보다 χ^4 배 (1차원이라면 χ^2 배)만큼 많다. 텐서 그물망 이론은 $D \times \chi^4$ 개의 변수 차원에서 하는 변분 계산이다. 평균장 이론은 텐서 곱 파동 함수의 $\chi \rightarrow 1$ 극한으로 이해하게 된다.

텐서 곱 파동 함수에 도입되는 변수가 평균장 그것보다 많다고는 하지만 일반적인 계수의 개수 D^N 과는 비교도 안 될 만큼 적기 때문에, 주어진 해밀토니안의 모든 상태를 텐서 곱으로 표현하기란 불가능하다. 대신, 텐서 곱 파동 함수는 낮은 에너지 영역의 파동 함수를 다루도록 잘 짜여져 있고, 여기에 그 유용성이 있다.

다체계 해밀토니안을 수치 대각화해 본 경험이 있다면 누구

5) 범밀도 함수 이론(density functional theory)도, 초전도체 원리를 설명하는 BCS 이론도 넓은 의미의 하트리-폭 이론이다.

6) 변분 계산 = variational calculation

7) 텐서 그물망 = tensor network

텐서 곱 상태 = tensor product state

나 공감하겠지만, 보통의 다체계 파동 함수는 대부분의 계수가 0에 가깝다: $C_{s_1, s_2, \dots, s_N} \simeq 0$. 예를 들어 절대 영도의 페르미 기체는 단 하나의 기저 상태

$$|\vec{k}_1, \vec{k}_2, \dots, \vec{k}_N\rangle \quad (|\vec{k}_i| \leq k_F)$$

에 대한 계수값만이 유한하다. 상호작용을 포함시켜도 결과가 크게 변하지 않는다는 란다우의 유명한 논증을 기억하자. 따라서 비교적 안정된 양자상, 즉 낮은 에너지의 양자상에 대한 탐색이 목적이라면 절대 다수의 파동 함수 계수는 0과 다를 바 없는 무용지물인 셈이다. 적절한 질문은 낮은 에너지 파동 함수를 규정하는 계수가 충족하는 일반적 조직원리가 무엇인가이다. 혹은 D^N 개의 방에 산재한 낮은 에너지 상태 정보를 어떤 식으로 훨씬 적은 숫자 P 개의 알짜 정보로 재구성할 수 있는가의 문제이다. 검은 구멍 연구로부터 출발한 얽힘 엔트로피의 면적 법칙 현상이 있다.⁸⁾ 일반적으로 엔트로피는 크기 변수이므로 얽힘 엔트로피도 부피에 비례해야 할 텐데 검은 구멍의 경우 사건 지평선의 면적에 비례하는 결과를 준다. 베켄슈타인의 초기 계산 결과를 월책과 그 학생들은 등각 장론 입장에서 재유도하였고,^[1] 등각 장론과 1차원 스핀계의 유사성에 입각하여 곧 양자 스핀계에서도 비슷한 면적 법칙을 발견하게 된다.^[2] 머지않아 모든 국소화된 상호 작용을 갖는 해밀토니안의 낮은 에너지 상태는 면적 법칙을 만족한다는 점을 알게 되었다. 텐서 곱 형태의 파동 함수는 자동적으로 면적 법칙을 만족한다. 즉, 텐서 곱 파동 함수는 모두는 아니더라도 많은 낮은 에너지 양자 상태를 기술하도록 최적화된 이론이다.

끈이론, 양자 중력과 홀로그래피

검은 구멍처럼 얽힘 엔트로피가 표면적에 비례하는 상황을 다루는 이론을 홀로그래피라고 한다. 홀로그래피 원리에 의하면 중력이론은 그 경계면에서 정의된 등각장론과 대응관계를 가질 수 있다. 다른 차원의 이론들이 정밀한 대응관계를 가질 수 있다는 것은 물론 직관적으로 자명하지 않다. 홀로그래피 원리의 물리적인 근원은 검은 구멍의 엔트로피가 그 지평면의 면적에 비례한다는 호킹의 검은 구멍 복사 연구결과에서 찾을 수 있을 것이다. 호킹의 결론을 숙고하면 중력계가 가지는 정보, 즉 자유도가 실질적으로 그 경계면에 입체영상(홀로그램)처럼 저장될 수도 있겠다는 가설을 생각하게 된다. 이 아이디어는 1993년 토포트, 1994년 서스킨드에 의해 언급되었는데^[3,4] 1997년 말다세나가 초끈 이론에서 나타나는 반 드지터 공간이

그 곡률의 근원이 되는 이른바 D-브레인 위에서의 게이지 장론과 일치한다는 제안을 하고^[5] 구체적인 대응관계가 겹쳐, 클레바노프, 폴리아코프,^[6] 위튼^[7] 등에 의해 밝혀지면서 끈이론 및 양자장론 분야에서의 주요 연구주제로 자리 잡았다.

이 대응관계에 의하면 장론의 기본적 물리량인 상관함수는 물론, 윌슨 고리 연산자, 이상성, 분배함수 등 양자장론에서 다룰 수 있는 모든 물리량들을 대응 중력 이론에서 계산하는 것이 가능하다. 특히 양자장론에서의 비섭동적 물리량들은 끈이론이 가진 여러 가지 해들로 자연스럽게 해석되어 1990년대 중반 이후 이루어진 비섭동적 끈이론 발전 결과들은 비섭동 양자장론에 대한 응용으로 화려한 꽃을 피우게 되었다고 하겠다. 이 관계에 의하면 고전적 장방정식이 잘 적용되는 낮은 에너지의 중력 이론에 대응되는 것은 강하게 상호작용하는 양자장론, 그 중에서도 특히 자유도의 갯수가 무한대가 되는 이른바 large N 극한에서의 장론이다. 말다세나의 최초 논문에서는 최대의 초대칭성을 가지는, 따라서 현실의 입자물리학 이론과는 질적인 차이가 있는 초대칭 양-밀즈 이론에 대해서 대응관계가 제안되었지만 많은 연구의 결과로 초대칭성이 줄어든 수없이 많은 경우에 대해서도 대응성이 정확히 성립한다고 불만만 정량적 증거가 쌓여가고 있다.

그러면 홀로그래피 대응 중력 이론에서 추가되는 공간 차원은 무엇을 의미하는가? 그것을 이해하기 위해서는 반 드지터 공간의 계량텐서를 상기하는 것이 도움이 될 것이다. 4차원의 경우 다음과 같다.

$$ds^2 = \frac{-dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2}{z^2}.$$

위에서 z 방향이 이른바 홀로그래피 방향이라고 부르는 추가된 차원이다. 반 드지터 공간은 음의 곡률을 가지며 시간 방향을 무시하면 쌍곡면과 같다. 쌍곡면은 양의 곡률을 가지는 구의 경우와 달리 경계면을 가진다. 포앵카레 좌표계라고 부르는 위 표현에서 경계면은 $z=0$ 에 해당하는데 민코프스키 공간이

REFERENCES

- [1] C. Holzhey, F. Larsen and F. Wilczek, Nuc. Phys. B **424**, 443 (1993).
- [2] D. Perez-Garcia, F. Verstraete, M. M. Wolf and J. I. Cirac, Quan. Inf. Comp. **7**, 401 (2007).
- [3] C. R. Stephens, G. 't Hooft and B. F. Whiting, Class. Quant. Grav. **11**, 621 (1994).
- [4] L. Susskind, J. Math. Phys. **36**, 6377 (1995).
- [5] J. Maldacena, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 231 (1998).
- [6] S. Gubser, I. R. Klebanov and A. M. Polyakov, Phys. Lett. B **428**, 105 (1998).
- [7] E. Witten, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 253 (1998).

8) 검은 구멍 = black hole

얽힘 엔트로피 = entanglement entropy

Fig. 1. Anti-de Sitter space.

며 계량텐서를 고려하면 무한히 확대되는 효과가 있어 대응 장론에서의 고에너지, 즉 UV극한에 해당한다. 반 드지터 공간을 직관적으로 이해하는 데 위의 그림 1이 도움이 될 것이다.

적절한 등각변환을 통해 위 계량텐서가 나타내는 공간을 구면을 경계로 가지는 다차원 공으로 전환한 것이다. 그림의 내부에 있는 도형들은 같은 모양과 크기의 다각형으로 공간을 모두 채우는 테셀레이션(tessellation)의 예를 나타내고 있다. 계량텐서의 효과 때문에 그림에 나타난 다각형은 모두 면적이 같으며 각 변도 측지선에 해당한다.

홀로그래피 원리와 그 동역학을 지배하는 아인슈타인 방정식은 월슨의 재규격화 이론과 긴밀한 관련이 있다는 것이 잘 알려져 있다. $z=0$ 에서의 경계조건을 결정하면 내부(bulk) 공간에서 중력 및 기타 중력과 상호작용하는 장들의 양상이 결정되는데, 그것은 UV에서 어떤 연산자에 의한 등각장론의 섭동을 고려하는 것과 같다. 이때 중력 이론에서의 장이 경계면 양자장론에서의 연산자와 대응되고, 킷오프를 사용한 정규화, 카운터텀의 도입, 재규격화 등 양자장론의 계산과 아인슈타인 중력 이론에서의 계산을 일대일 대응시킬 수 있다는 것이 잘 알려져 있다.

이 대응관계는 초대칭성이 있고 끈이론적인 구성이 가능한 경우 특히 잘 작동하는데, 끈이론적 구성을 떼놓고 생각하면 여분의 z 방향이 어떻게 출현하는지 분명하지 않은 점이 있다. 이 질문은 중력이론 일반에 적용되는 심오한 질문일 수도 있다. 왜냐하면 양자중력은 아직도 완벽하게 이해되지 않았는데 홀로그래피를 사용하면 중력을 근본 상호작용이 아니라 홀로그래피에 의해 경계면에서의 양자장론으로부터 창발하는 것으로 정의할 수도 있을 것이기 때문이다. 따라서 아인슈타인 중력이

9) 밀도 행렬 재규격화군 = density matrix renormalization group (DMRG로 부른다)

10) 특이값 분해 = singular value decomposition (SVD라고 부른다)

11) 행렬 곱 상태 = matrix product state (MPS라고 부른다)

아직 주어지지 않은 상태에서, 양자장론만을 이용해서 여분 차원과 일반상대론 중력방정식이 유도될 수 있다면 아주 흥미로운 새로운 관점이 되는 것이다.

텐서 그물망, MERA와 홀로그래피

재규격화 이론의 영웅 켄 월슨의 제자였던 스티븐 화이트는 1992년 밀도행렬 재규격화군(DMRG)이란 혁신적 방법으로 1차원 스핀계의 낮은 에너지 파동 함수를 사실상 무한히 큰 격자계에 대해 정확히 수치적으로 구하게 된다.^{9),[8]} 월슨이 개발한 콘도 스핀 문제의 재규격화 이론을 확장해, 격자의 크기를 한 칸씩 늘려갈 때마다 등장하는 스핀을 일종의 콘도 스핀으로 취급하면서, 특이값분해(SVD)를 이용해 매 단계에서 가장 “유용한” 기저 상태만을 남겨 힐버트 공간의 크기를 일정하게 유지한다.¹⁰⁾ 화이트가 이 방법을 주로 고온 초전도체 모델 풀이에 적용하는 사이 스웨덴의 오스트룬트는 DMRG 반복 과정에서 수렴한 파동함수가 다른 아닌 텐서곱 상태라는 점을 증명한다.^[9] 다른 한편으로는 1차원 아플렉-케네다-립-타사키 해가 텐서곱 상태라는 증명이 나오고, 행렬곱 상태라는 이름이 공식화된다.^{11),[10],[11]} 텐서곱 상태는 1차원 행렬곱 상태를 일반차원으로 확장한 결과다.

텐서곱 상태는 아이징 모델과 같은 단거리 상호 작용 해밀토니안에 대한 분배함수와 구조적으로 유사하다. 고전 해밀토니안에 상응하는 분배함수는

$$Z = \text{Tr}(e^{-\beta \sum_{ij} H_{ij}}) = \prod_{ij} T_{ij}$$

로 적을 수 있다. 앞서 도입한 텐서 곱 파동 함수 $\text{Tr}[T^{s_1} T^{s_2} \dots T^{s_N}]$ 와 비교해보면 물리적 지수 s_α 만 빠져 있을 뿐이다. 분배 함수를 실공간에서 재규격화하는 방법은 카다노프가 1970년대 중반 제안하였는데, 2007년 분배 함수와 텐서 곱 파동 함수의 유사성에 착안하여 MIT의 젊은 대학원생 레빈과 네이브는 텐서 재규격화 이론을 2차원 아이징 모델에 적용하게 된다.^[12] 재규격화 대상은 해밀토니안이 아니라 텐서 T 그 자체이다. 같은 해 비달은 양자 텐서 곱 파동함수에 대한

REFERENCES

- [8] S. White, Phys. Rev. Lett. **69**, 2863 (1992).
- [9] S. Ostlund and S. Rommer, Phys. Rev. Lett. **75**, 3537 (1995).
- [10] A. Klumper, A. Schadschneider and J. Zittartz, J. Phys. A **24**, L955 (1991).
- [11] M. Fannes, B. Nachtergaele and R. F. Werner, Commun. Math. Phys. **144**, 443 (1992).
- [12] M. Levin and C. Nave, Phys. Rev. Lett. **99**, 120601 (2007).

Fig. 2. Realization of anti-de Sitter space through renormalization process.

재규격화 방법 MERA를 제안한다.^{[12],[13]}

앞서 언급한 MPS 혹은 이의 2차원적 확장판인 PEPS는 격자점을 하나씩 덧붙여가면서 해밀토니안을 재규격화해가는 과정으로 이해한다면, MERA는 카다노프의 방식, 즉 두 격자점을 하나로 묶어 새로운 변수를 정의해 나가는 실공간 재규격화 개념과 맥락이 같다. 중요한 차이도 존재하는데, 카다노프는 해밀토니안의 계수를 재규격화하려고 한 반면, 실공간 MERA에서는 얽힘 엔트로피를 국소적으로 최소화하는 유니터리 변환 연산자(disentangler)와 오래 된 변수로부터 새로운 변수를 정의하는 동일축도(isometry) 연산자가 작용하면서 단계

12) MERA = Multiscale Entanglement Renormalization. 이 용어와 개념을 최초로 도입한 비탈의 논문은 2006년 12월 투고되어, 1년 반만인 2008년 9월 출판된다.

적으로 자유도를 줄여 간다. 이러한 재규격화 과정에서 새로운 축, 즉 재규격화 횟수에 해당하는 축이 등장하는데 이를 일반 재규격화 이론에 등장하는 거리로 해석할 수도 있지만, 일종의 시간 축으로 볼 수도 있다. 스윙글은 MERA의 재규격화 축을 홀로그래피 가상 방향으로 볼 수 있는데, 전체 양자 자유도 공간에 적용되는 계량텐서가 쌍곡면 즉 반 드지터 공간과 같다는 것을 보였다.^[14] 그림 2는 논문 [15]에서 인용한 것으로 텐서 작용에 의해 자유도가 줄어드는 과정을 통해 반 드지터 공간을 구현하는 과정을 나타낸다.

맺음말, 전망

스윙글의 연구 이후 응집 물리 이론과 초끈 이론 양단의 학자들이 텐서 그물망, 특히 MERA와 홀로그래피의 연관성에 관심을 두고 있다. 응집 물질 연구에는 양자 얽힘의 이해, 텐서 그물망의 고차원으로의 확장, 동역학적 이해 등에 대해 반 드지터 공간의 중력 이론이 도움을 줄 수 있을 것으로 기대된다. 반대 방향으로서는 시공간이란 무엇인가라는 근본적 질문, 시공간의 불연속성, 비교환성, 비국소성 등에 대한 이해의 단초가 응집 물질 물리학 연구에서 얻어지는 것을 기대해 본다. 아울러 텐서 그물망 파동 함수 기법이 양자 고체를 정량적으로 기술하는 도구로 성장할 가능성도 점차 커진다.

REFERENCES

- [13] G. Vidal, Phys. Rev. Lett. **101**, 110501 (2008).
- [14] B. Swingle, Phys. Rev. D **86**, 065007 (2012).
- [15] F. Pastawski, B. Yoshida, D. Harlow and J. Preskill, arXiv:1503.06237.