MATLAB을 이용한 물리 시뮬레이션

DOI: 10.3938/PhiT.23.014

김 영 태

Physics Simulations with MATLAB

Youngtae KIM

Simulation is a useful tool for both researchers and students in physics. While researchers can produce new results for publications by using simulations, students can understand theoretical concepts by analyzing simulation outputs. This article presents an introduction to simulating physical problems by using MATLAB and discusses some examples. Also, experiences with teaching physics to undergraduate students through simulations using MATLAB are introduced.

이제 물리학은 컴퓨터와 떼려야 뗄 수 없는 관계에 있다. 이론 물리학 분야에서는 컴퓨터를 이용하여 이론 모델의 시뮬레이션을 하거나, 컴퓨터 기호 수학(symbolic mathematics)을 사용하여 이론 모델의 해석학적 풀이나 근사 풀이를 얻는다. 실험 물리학 분야에서는 컴퓨터를 이용해 얻은 실험 데이터를 저장하고 나중에 데이터를 처리해 결과를 얻는다. 또 컴퓨터를 이용해 다른 연구자들과 데이터나 결과를 주고받는다. 이론 물리학자나 실험 물리학자 모두 컴퓨터의 그래픽과 프레젠테이션 기능을 사용하여 연구 결과를 발표하고 있다. 그러므로 유능한 신진 물리학자를 육성하기 위해서는 학부 과정에서부터 물리학 전공 대학생들에게 컴퓨터를 잘 활용할 수 있도록 교육시키는 것이 바람직하다. 하지만 국내 대학의 물리학 교육을 살펴보면 여러 가지 이유에서 컴퓨터 교육이 제대로 이루어지고 있지 않다는 것을 발견할 수 있다. 이 글에서는 필자가 지난해부터 아주대학교 물리학과 2, 3학년생을 대상으로 강의한 한 학기 과목 “MATLAB을 이용한 물리 시뮬레이션”을 중심으로 물리학 전공자를 대상으로 한 바람직한 컴퓨터 교육에 대해 이야기하고자 한다.

저자약력

김영태 교수는 1990년 미국 캘리포니아 대학 버클리 분교에서 물리학 박사학위를 받았고 로렌스 버클리 연구소 연구원을 거쳐 아주대학교 물리학과 교수로 재직하고 있다. 반도체의 비선형 및 카오스 연구, 고온 초전도체의 자기 특성, 비선형동역학계의 카오스, 뉴런 및 뇌신경계의 동역학 특성을 연구하였다. (ytkim@ajou.ac.kr)

컴퓨터와 컴퓨터 프로그래밍 언어의 발전

필자는 컴퓨터 역사상 격동의 시대를 살았다고 할 수 있다. 필자가 컴퓨터를 처음 대한 것은 대학생이었던 1970년대 중반으로 기종은 IBM의 대형 컴퓨터였다. 프로그램을 돌리려면 우선 종이 카드를 펀치기계에 넣고 프로그래밍 명령어를 타이핑하여 구멍이 뚫린 카드를 만들어야 한다. 이런 펀치카드 수십장을 프로그램 순서대로 배열하고 고무줄로 감은 뒤 전산소에 제출하면 직원이 컴퓨터에 카드를 입력하여 프로그램을 동작시킨다. 만약 사소한 에러(버그)라도 발생하면 그 즉시 프로그램이 중지되고 카드 뭉치는 대기소로 이동한다. 그럼 다음 날 카드를 찾아 버그를 수정한 후 다시 동일한 과정을 거치며, 버그가 없으면 결과가 종이에 프린트되어 나온다. 1980년대 초 미국에 유학을 가서 보니 모니터의 등장으로 펀치카드의 번거로움이 사라진 것을 알게 되었다. 집에서 모니터(간단한 원격전송 기능을 가진 디스플레이와 자판의 혼합체)를 사용해 카드 없이 컴퓨터에 프로그램을 입력하고 결과 역시 모니터로 확인할 수 있었다. 실험실에서는 PDP-11과 같은 미니컴퓨터가 데이터 수집, 처리 및 계산에 사용되고 있었으며, 좀 더 전문적인 계산에는 대형 컴퓨터와 워크스테이션이 사용되고 있었다.^[1] 1980년대 말이 되어서야 퍼스널컴퓨터(PC)가 점차 실험실의 미니컴퓨터를 대신하게 되었고, 신생 벤처기업인 National Instruments(NI)에서 개발한 PC에 삽입 가능한 interface card를 사용해 실험한 기억이 지금도 생생하다. 당시 NI가 현재와 같은 큰 회사로 성장하리라고는 예상조차 하지 못했다. 1990년 귀국하여서 보니 한국이 PC 주요 생산국이 되어 PC를 이용한 국내 실험환경이 미국에 뒤지지 않는 것을 알게 되어 놀라기도 했다.

필자는 컴퓨터 하드웨어의 변화 못지않게 소프트웨어, 그 중에서 프로그래밍 언어의 큰 변화를 경험하였다. 초기 프로그래밍 언어는 대부분 IBM과 같은 대형 컴퓨터를 운영하기 위한 것이었다. 컴퓨터에게 직접 명령을 내리는 기계어(machine language)를 시작으로 어셈블리(assembler)를 통해 명령을 내리는 어셈블리 언어로 발전하였다. 기계어나 어셈블리 언어는 컴

REFERENCES

- [1] <http://en.wikipedia.org/wiki/Computer>.

퓨터 기종마다 달랐기 때문에 배우기 어려운 점이 있어 기종에 무관한 컴파일러 언어가 등장하게 되었다.^[2] 컴파일러 언어는 컴파일러(compiler)를 통해 기종에 맞는 기계어로 번역되어 컴퓨터를 작동시키기 때문에 일반인 대상의 프로그래밍 교육을 가능케 하였다. COBOL, FORTRAN, PASCAL, BASIC, C, C++, JAVA 등과 같이 우리가 알고 있는 대부분의 언어가 바로 컴파일러 언어이다. 하지만 컴파일러 언어를 배웠다고 하더라도 결과를 디스플레이에 화려한 그래픽으로 보여주거나 프린트해내는 일은 쉽지 않다. IT 산업의 발달로 LCD와 컬러프린터가 대중화되면서 이제는 프로그래밍 언어가 계산 기능, 데이터 처리 기능 이외에도 그래픽, graphic user interface (GUI) 기능 등 통합적 기능

을 가질 필요성이 생기게 되었다. 이런 시대적 요청에 부응하여 1980년대 중반부터 통합 기능을 가진 새로운 형태의 프로그래밍 언어인 MATLAB,^[3] Mathematica,^[4] Maple^[5] 등이 등장하였다. 이들 통합형 프로그래밍 언어는 컴파일러 언어가 가진 기능은 물론 강력한 그래픽 기능, 기호 수학 기능, GUI 기능을 지원하여 프로그래밍이 편리하고, 다양한 외부 프로그램과의 연계가 가능하여 높은 수준의 계산이나 시뮬레이션도 할 수 있다.

필자의 프로그래밍 언어 편력 역시 화려한 편이다. 시대의 변화에 의해 어쩔 수 없이 FORTRAN을 시작으로 PASCAL, BASIC, C, C++을 거쳐 MATLAB까지 왔다. 하지만 지금의 학생들은 그럴 필요가 없다고 생각한다. 심각한 계산을 필요로 하지 않는다면, 하드웨어로는 고사양의 PC, 프로그래밍 언어로는 MATLAB 정도면 충분하며, 굳이 컴파일러 언어를 배울 필요는 없다고 생각한다.

MATLAB 소개

MATLAB은 1984년 MathWorks에서 개발하였다. 수치계산 환경 및 프로그래밍 언어(Numerical computing environment and programming language)를 표방한 MATLAB은 C 언어로 작성되었고, MATLAB이라는 이름은 모든 변수를 행렬(matrix)로 취급한데서 붙여진 이름이다. MATLAB의 특징을 살펴보면, 첫째로 내장된 수많은 수학적함수들을 사용하여 과학 문제를 해결할 수 있고, 둘째로 데이터 분석, 시각화 및 모델링이 용이하고, 셋째로 고급 언어와 개발 툴을 사용하여 최적화된 프로그래밍이 가능하며, 넷째로 MATLAB 응용 프로그램인 toolbox

Fig. 1. The view of MATLAB desktop. The MATLAB desktop contains a number of tools: Command Window, Current Folder, Workspace, Command History, Help Navigator, Editor, etc.

를 개발하고 코드, 실행 파일 등을 공유할 수 있다.

MATLAB을 이용한 프로그래밍 교육을 고려할 때 가장 큰 단점은 MATLAB의 가격이 비싸다는 것이다. 이를 극복하는 방법으로는 학생의 경우 저가의 MATLAB & Simulink 학생용판(2012a)을 구입하는 것이다.^[6] 책과 함께 MATLAB, Simulink 및 8개의 toolbox가 담긴 CD가 제공되어 등록 후 자유로이 사용할 수 있다. 또 다른 방법은 대학이 MathWorks 국내지사로 부터 단체 라이선스를 구매하여 강의를 신청한 학생들이 사용할 수 있도록 하는 것이다.^[3]

MATLAB을 사용하면 편리한 점 가운데 하나가 바로 방대한 온라인 자료를 활용할 수 있다는 것이다. MathWorks 홈페이지 <http://www.mathworks.co.kr>에 접속하여 “대학 커리큘럼” 메뉴를 클릭하면 각종 튜토리얼, 관련 서적, 예제를 주제별로 검색해 볼 수 있다. “User Community” 메뉴에서는 각종 MATLAB source code를 검색해 다운받을 수 있다. 이외에도 구글에서 검색해 보면 수많은 MATLAB source code들을 찾을 수 있어 프로그래밍을 하는데 도움을 받을 수 있다.

MATLAB을 설치하고 실행하면 그림 1과 같은 MATLAB 데스크톱(desktop) 화면을 보게 된다. 데스크톱은 Command Window, Current Folder, Workspace, Command History,

REFERENCES

- [2] http://en.wikipedia.org/wiki/Programming_language.
- [3] <http://www.mathworks.co.kr/>.
- [4] <http://www.wolfram.com/>.
- [5] <http://www.maplesoft.com/products/maple/>.
- [6] MathWorks, MATLAB & Simulink Student version Manual+ CD (2012a) (MathWorks, New York, 2012).

Help Navigator, Editor 등의 여러 화면으로 구성되어 있다. Command Window에서는 명령을 직접 입력하고 즉시 실행 결과를 볼 수 있다. Current Folder를 통해서도 경로를 바꾸거나 원하는 프로그램을 실행할 수 있다. Workspace에서는 프로그램의 모든 변수의 내용을 볼 수 있다. 내장된 Editor를 통해 프로그램의 source code를 작성, 수정, 실행할 수 있고 버그를 잡아내는 기능도 가지고 있어 프로그램을 완성시키는데 유용하다. Help Navigator를 사용하면 원하는 명령어를 검색하거나 명령어의 사용법을 알 수 있다.

MATLAB으로 프로그램을 실행하는 방법은 두 가지가 있다. 하나는 Command Window에 직접 명령을 입력하고 결과를 보는 것이다. 예를 들어 Command Window에 10^2 을 입력하고 엔터키를 누르면 $ans = 100$ 이란 결과가 나타난다. 다른 방법은 그림 1에 보인 것처럼 Editor로 MATLAB source code(m 파일)를 작성한 후 실행하는 것이다. 그림 1의 Editor에는 주기운동의 파워 스펙트럼을 구하는 m 파일이 띄워져 있고, 이것을 실행하여 얻은 파워 스펙트럼이 중앙의 Figure Window에 그려져 있다.

MATLAB 교재는 무수히 많으며 그 가운데 물리 시뮬레이션 강의를 유용한 교재를 몇 권 추천한다.^[7-9]

물리 시뮬레이션 강의 구성

필자가 속한 물리학과 학생들을 대상으로 “물리학과 컴퓨터”라는 과목을 주당 3시간의 한 학기 강의로 진행하였다. 본격적인 강의에 앞서 물리학에서의 컴퓨터의 이용, 컴퓨터와 프로그래밍 언어의 발전사를 소개하고 난 후, MATLAB의 일반 기능, MATLAB 프로그래밍, Simulink(GUI를 이용한 동역학계 시뮬레이션 패키지)에 대해 가르쳤다. 본격적인 물리 시뮬레이션을 위해 미분방정식의 수치해석을 가르친 후 역학, 전자기학, 진동과 파동 부분과 관련된 MATLAB 프로그래밍의 예를 시범과 함께 소개하면서 강의를 마쳤다. 강의용 교재를 지정하지는 않았고 강의노트 및 참고문헌^[7-9]을 각자 참고하도록 하였다. 2차례의 시험과 단원별 과제, 개인별 프로젝트(프로그램 작성 및 발표)를 종합하여 평가를 하였다. 대부분의 학생들이 무리 없이 강의를 따라와 주었으며 강의 평가도 무난하였다. 다만 2학년생들은 일반물리학 정도의 지식만 가지고 있어 다양한 예를 보여주기가 어려웠다. 따라서 이 과목은 3학년이나 4학년을 대상으로 개설하는 것이 바람직해 보인다.

물리 시뮬레이션의 예

MATLAB을 이용한 물리 시뮬레이션의 예는 무궁무진하지만

```
% example parameter
% m=1; g=9.8; v0=20; theta=60;
[vx,vy]=dsolve('Dvx=-C*vx','Dvy=-9.8-C*vy',
    'vx(0)=20*cos(60)','vy(0)=20*sin(60)')
[x,y]=dsolve('D2x=-C*vx','D2y=-9.8-C*vx',
    'x(0)=0','y(0)=0','Dx(0)=20*cos(60)',
    'Dy(0)=20*sin(60)')
```

Fig. 2. A simple MATLAB source code for a projectile motion in air.

이 중에서 다음 4가지만을 소개하고자 한다. 포물체 운동에 미치는 공기저항 효과, 결합 진자의 운동, 전자기파의 전파, 에너지띠가 그것이다.

공기저항이 없을 경우 수평면에 대해 각도 θ 로 발사한 초속도 v_0 의 질량 m 인 물체의 운동 궤적이 포물선인 것은 일반물리학에서 배워 잘 알고 있다. 하지만 공기저항이 작용하는 실제 상황에서 포물체의 궤적이 어떻게 달라지는지 확인하는 것은 중요하다. 공기저항 효과를 몸으로 느끼는 야구선수들은 습도가 높은 날과 습도가 낮은 날 타격 폼을 달리한다. 공기저항이 있을 때 포물체의 운동방정식은 아래와 같이 간단히 주어지지만 프로그래밍 없이 궤적을 구하는 일은 거의 불가능하다.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -C \frac{dx}{dt}, \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = -mg - C \frac{dy}{dt} \quad (1)$$

여기서 C 는 공기저항계수, g 는 중력가속도이다. MATLAB을 이용하면 그림 2와 같이 간단히 프로그래밍할 수 있다.

기호 %는 다음에 오는 내용이 설명문이라는 표시이다. 식 (1)의 매개변수들의 값을 내용처럼 지정했음을 의미한다. 셋째 줄의 dsolve는 미분방정식의 해석학적 풀이를 구하라는 MATLAB 명령어로, dsolve 다음의 () 속 ‘ ’에 미분방정식, 초기조건이 적혀있다. 이 프로그램을 실행하면

$$\begin{aligned} v_x &= 20 \cos 60 e^{-Ct}, \\ v_y &= 20 \sin 60 e^{-Ct} + \frac{49}{5C} e^{-Ct} - \frac{49}{5C} \end{aligned} \quad (2)$$

REFERENCES

- [7] B. Hahn and D. T. Valentine, *Essential MATLAB for Engineers and Scientists*, 3rd ed. (Elsevier, Amsterdam, 2007).
- [8] J. E. Hasbun, *Classical Mechanics with MATLAB Applications* (Jones & Bartlett Learning, New York, 2008).
- [9] K. E. Lonngren, S. V. Savov and R. J. Jost, *Fundamentals of Electromagnetics with MATLAB*, 2nd ed. (Scitech, New York, 2005).

Fig. 3. Trajectories of a projectile in vacuum (no air resistance) and in air. The blue dotted line is the trajectory in vacuum and the red solid line is the trajectory in air. t_f and R are the flight time and the horizontal range, respectively. The parameters used for the simulation are $\theta = 45^\circ$, $C = 0.5$ kg/s and $v_0 = 25$ m/s.

$$\begin{aligned} x &= 20t \cos 60 - \frac{1}{2} v_x C t^2, \\ y &= 20t \sin 60 - \frac{49}{10} t^2 - \frac{1}{2} v_x C t^2 \end{aligned} \quad (3)$$

로 미분방정식의 풀이를 얻는다. 이 궤적을 공기저항이 없을 때의 궤적과 비교한 것이 그림 3에 주어져 있다. 실제 대기와 유사한 공기저항계수를 사용했을 때 고도와 수평도달거리가 공기저항이 없을 때에 비해 엄청나게 줄어든 것을 볼 수 있다.

학생들이 어려워하는 개념 가운데 하나가 결합 진자의 정상 모드이다. 그림 4와 같이 3개의 용수철로 연결된 두 물체를 평형 위치로부터 적당히 이동시켰다가 놓으면 두 물체가 진동한다. 초기 변위를 어떻게 하느냐에 따라 운동이 단순할 수도 복잡할 수도 있다. 질량과 용수철 상수가 모두 같다고 가정할 때 두 물체의 초기 변위를 같게 하거나($x_1(0) = x_2(0)$) 반대로 하면($x_1(0) = -x_2(0)$), 그림에서처럼 동위상과 반위상의 정상 모드가 나타난다. 하지만 이외의 초기 변위를 선택하면 두 정상 모드가 섞인 운동을 한다. 또 그림 4에서 보듯이 정상 모드의 주기의 차이도 쉽게 알 수 있다.

결합 진자의 운동을 이해하는 더 좋은 방법은 두 물체의 운동을 동영상으로 만들어 보여주는 것이다. MATLAB에는 movie2avi라는 유용한 내장 함수가 있다. 이 함수는 getframe을 사용해 캡처한 여러 프레임(frame)을 avi 형식의 동영상으로 만들어준다. 이런 동영상을 통해 복잡한 수식이 의미하는 바를 정확히 전달할 수 있다.

평면 전자기파의 전파에 관한 시뮬레이션 프로그램을 만들

Fig. 4. Coupled pendula ($m_1 = m_2$. All springs are the same). There are two normal modes: (a) in-phase mode: $x_1(0) = x_2(0) = 1$. (b) anti-phase mode: $x_1(0) = -x_2(0) = 1$. For $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$, a general motion appears as shown in (c). Check from the bottom graphs that the period of the anti-phase normal mode is shorter than that of the in-phase normal mode.

고 movie2avi를 사용해 그림 5와 같은 동영상을 만들어 보여 주면 전자기파의 특성 및 편광에 대한 이해의 폭을 넓혀 줄 수 있다.

마지막으로 양자역학 및 고체물리학과 관련된 예인 1차원 크로니히-페니 모델을 소개한다. 폭이 a 인 퍼텐셜 우물(원자핵에 해당)과 폭이 b 인 퍼텐셜 장벽(원자-원자 사이)이 규칙적으로 배열된 구조에서 전자의 에너지가 띠(band) 구조를 가진다는 사실은 잘 알려져 있다. 하지만 원자 간격을 변화시켰을 때, 즉 b/a

Fig. 5. Propagation of electromagnetic plane waves: (left) linear polarization, (right) circular polarization.

변화에 따른 에너지띠의 변화에 대해서는 잘 알려져 있지 않다. b/a 가 작아지면 전자가 자유전자처럼 행동해 띠 간격(band gap)이 줄어들고(자유전자 모델), b/a 가 커지면 원자 간 상호작용이 줄어 전자가 퍼텐셜 우물에 갇힌 것처럼 양자화된 에너지 준위만을 가질 것이다(꺾뭉음어림). MATLAB을 사용하면 그림 6과 같이 간단히 b/a 변화에 따른 에너지띠 구조의 변화를 얻을 수 있다. 고학년 학생들에게 도전시켜 볼 만한 과제이다.

맺는 말

현대사회가 필요로 하는 물리학도로 키우기 위해 컴퓨터 교

Fig. 6. Energy band diagrams of the one-dimensional Kronig-Penney model as a function of b/a where a and b are the width of the potential well and the potential barrier, respectively. The depth and the width of the potential well are $U_0 = 50$ eV and $a = 3.0$ Å, respectively.

육이 필수적인 시대가 되었다. 워드 프로세서, 스프레드시트, 프레젠테이션 프로그램은 당연히 숙지하고 있어야 하고, 다른 전공자들과 차별화되기 위해서는 프로그래밍 언어를 추가로 배워야 한다. FORTRAN, C 등 다양한 프로그래밍 언어가 있지만 21세기에 들어와서는 MATLAB이 점점 더 중요해지고 있다. 이유로는 통합적 환경, 프로그래밍의 용이성, 많은 사용자와 이들이 제공하는 풍부한 자료, 안정성을 들 수 있다. 앞으로 국내 물리학과에서 MATLAB을 활용한 프로그래밍 강의가 많이 개설되길 바란다.