상대론적 레이저-플라즈마 상호작용의 기초

DOI: 10.3938/PhiT.22.045

김철민·배기홍

Fundamentals of Relativistic Laser-plasma Interactions

Chul Min KIM and Ki Hong PAE

Recent advances in high-power laser technology have enabled investigations of an unprecedented region of nonlinear physics, relativistic laser-plasma interactions. In these interactions, the electrons in the plasma are driven to the speed of light by the intense laser field, which results in extreme physical conditions. This article describes the basic concepts and gives examples of this novel nonlinear physics.

들어가는 말

노벨 물리학상의 역대 수상 목록^[1]을 살펴보면 1964년 이후 레이저와 관련된 연구로 20명 이상의 수상자가 있다. 레이저는 1960년에 발명되었고 레이저의 사촌인 메이저는 1953년에 발명되었다.^[2] 노벨상의 수여 사유에 붙는 수식어인 “ground-breaking achievements (신기원을 이룬 성취)”의 의미를 고려

저자약력

김철민 박사는 2006년에 한국과학기술원에서 학위를 취득하고 박사후연구원을 한 후, 같은 해부터 광주과학기술원 고등광기술연구소에서 선임연구원으로 근무하고 있다. 2012년 말부터는 기초과학연구원 초강력레이저과학연구단에 참여하고 있다. 그동안 고차조화파 발생과 아토초 물리, 엑스선 레이저와 극초단 엑스선 증폭에 관한 이론적인 연구를 해 왔으며, 최근에는 상대론적 레이저-플라즈마 상호작용을 연구하고 있다. (chulmin@gist.ac.kr)

배기홍 박사는 2003년에 중앙대학교에서 학위를 취득하고 한국전기연구원에서 박사후연구원을 지냈으며, 2007년부터 광주과학기술원 고등광기술연구소에서 박사후연구원으로 근무하면서 극초단 레이저를 이용한 하전 입자의 가속 및 고체 표면에서 상대론적인 고차조화파의 발생에 대한 이론적인 연구와 컴퓨터를 이용한 전산모사 연구를 수행하고 있다. 대형 클러스터 컴퓨터에 적합한 3차원 상대론적 레이저 플라즈마 입자 전산모사 코드를 개발하여 연구에 이용하고 있다. (khpae@gist.ac.kr)

Table 1. Magnitudes of the physical quantities realizable with conventional methods and ultra-intense lasers.

물리량 (단위)	기존 기술 이용	초강력 레이저 이용
정적 전기장 (V/cm)	10^6 (가속기)	10^{12}
정적 자기장 (gauss)	10^6 (초전도 자석)	10^{10}
온도 (K)	10^9 (토카막)	10^{12}
압력 (bar)	10^5 (다이아몬드 모루)	10^{11}

하면, 그동안 레이저를 이용하여 많은 분야에서 물리학의 새로운 지평이 열렸다는 것을 알 수 있다. 레이저를 반세기 동안이나 다양하게 써왔으니, 어떤 이는 이제 레이저로 새로운 물리학을 개척하는 것은 어려울 것이라고 생각할 수도 있으나, 비약적인 발전을 하고 있는 초강력 레이저를 생각하면 이러한 걱정은 기우가 될 것 같다. 예를 들어 기초과학연구원 초강력 레이저과학 연구단이 운영하고 있는 30 펨토초(fs = 10^{-15} s) 1.5 페타와트(PW = 10^{15} W) 레이저(세계 최초의 펨토초 페타와트 레이저^[3])는 수십 마이크로미터($\mu\text{m} = 10^{-6}$ m) 크기의 좁은 공간 안에 수십 줄(J)의 에너지를 집속할 수 있다. 이때 이 공간의 압력은 대기압의 10^{11} 배에 이르는데 이러한 극한 조건(표 1)에 놓인 물질은 모두 이온화되어 전자와 이온으로 분리되고, 이들 전자와 이온은 빛속도에 가까운 속도로 운동하게 된다. 현재 지구상에서 이러한 에너지 밀도를 생성할 수 있는 다른 방법은 없고, 이와 같은 극한 조건은 별의 생성과 소멸에서나 형성될 수 있다. 이러한 조건에서의 빛과 물질의 상호작용 및 물질의 상태는 우리가 익숙한 낮은 에너지 밀도의 경우와 분명히 많이 다를 것이다. 레이저를 이용하여 또 다시 물리학의 새로운 지평이 열리고 있다.

이 글에서는 초강력 레이저와 물질과의 상호작용에 대한 기

REFERENCES

- [1] <http://www.nobelprize.org/>.
- [2] <http://en.wikipedia.org/wiki/Laser>.
- [3] J. H. Sung *et al.*, Opt. Lett. **35**, 3021 (2010).

본 개념을 제공하고자 한다. 특히 현재 실험적으로 연구되는 상대론적 레이저-플라즈마 상호작용에 초점을 맞추어, 이 상호작용의 물리적 특성, 대표적 사례, 이론적 연구방법에 관해 개괄적인 설명을 할 것이다. (실험적인 연구에 대해서는 이 호에 실린 다른 특집기사에서 다루고 있다.) 이에 대한 보다 자세한 분석과 설명은 참고문헌에 있는 책^[4,5]과 해설 논문^[6-15]을 참고하기 바란다.

지배 방정식의 규격화와 상대론의 지표

강력한 레이저 펄스와 플라즈마의 상호작용은 엄청나게 많은 광자수와 플라즈마의 높은 온도 때문에 고전물리학만으로도 매우 정확하게 기술될 수 있다. 따라서 전자기장에 대한 맥스웰 방정식과 전자와 이온에 대한 로렌츠 방정식이 지배 방정식(governing equation)으로 이용된다. 이 방정식을 이용하기에 앞서, 이들을 무차원화하고 적당한 양으로 규격화하면, 식을 간단하게 쓸 수 있고 더 나아가 주어진 물리계를 특징짓는 기본 물리량을 찾아낼 수 있다. 우선 무차원화하기 위해서 방정식에 있는 임의의 물리량(시간, 공간, 전기장 등) X 를 $X = X_0 \cdot X'$ 의 형태로 나타낸다. 여기서 X_0 는 물리량 X 와 같은 물리적 차원을 갖는 상수이다. 방정식에 이 표현을 대입하면 $\{X'\}$ 에 관한 식을 얻게 되는데 ($\{ \}$ 는 집합을 나타냄), 각 항의 계수는 $\{X_0\}$ 의 곱으로 이루어져 있다. 이 계수의 수치가 모두 1이 되도록 규격화하는 조건을 걸면 X_0 사이에 관계가 형성된다. 규격화에는 전자에 대한 로렌츠 방정식을 이용한다. 이렇게 무차원화와 규격화를 하고 난 후에도 상수들($\{X_0\}$)의 값은 결정되지 않는데, 이는 시간에 대한 규격화 상수 t_0 를 임의로 지정하여 결정한다. 레이저의 내재적인 시간척도는 주파수(ω_L)이고 플라즈마의 내재적인 시간척도는 플라즈마 주파수(ω_p)인데, 이 중 작은 것이 상호작용의 시간척도가 되므로 작은 것을 $1/t_0$ 로 둔다. 즉, 플라즈마가 저밀도(underdense)여서 레이저 펄스가 매질을 전파하는 경우는 $t_0 = 1/\omega_p$, 고밀도(overdense)여서 반사되는 경우는 $t_0 = 1/\omega_L$ 이다. 이렇게 무차원화와 규격화 과정을 거친 지배 방정식은 다음과 같다. (아래 식에서 '표시'는 생략한다.)

$$\partial_t \mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{B} - \mathbf{j}$$

$$\partial_t \mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{E}$$

$$\partial_t \rho = -\nabla \cdot \mathbf{j}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$$

$$d_t \mathbf{p} = \left(\frac{q/m}{e/m_e} \right) (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

여기서 속도의 규격화 상수는 c (빛의 속도), (상대론적) 운동량

의 규격화 상수는 $m_e c$ 가 된다.

이 규격화된 무차원 물리량 중 규격화된 벡터 퍼텐셜($a = A/A_0$)은 상호작용이 상대론적인지 아닌지를 가르는 지표가 된다. 위에서 기술한 방법에 따르면 벡터 퍼텐셜의 규격화 상수는 $A_0 = m_e c^2 / e$ 이 되어 $a = v_{os} / c = eE / m_e \omega c$ 가 된다. 여기서 v_{os} 는 비상대론적이라고 가정할 때 전기장이 E 인 전자기파에 의해 흔들리는 전자의 속도를 나타낸다. 따라서 $a \sim 1$ 이면 상대론적인 영역에 들어선다고 볼 수 있다.

이 규격화된 벡터 퍼텐셜을 이용하여 주어진 세기(irradiance)를 가진 레이저장을 다음과 같이 나타낼 수 있다. (평면파로 가정하고 진행방향은 z 축, $\tau = t - z/c$)

$$\text{선형편광: } \mathbf{A}(\tau) = a_0 \cos \omega \tau \hat{\mathbf{i}}$$

$$\text{원형편광: } \mathbf{A}(\tau) = \frac{a_0}{\sqrt{2}} (\cos \omega \tau \hat{\mathbf{i}} \pm \sin \omega \tau \hat{\mathbf{j}})$$

a_0 와 빛의 세기(I)와의 관계는 $a_0 = 0.855 \cdot \sqrt{I_{18} \cdot \lambda_{\mu m}^2}$ 로 주어지는데, 여기서 I_{18} 은 10^{18} W/cm^2 단위의 레이저 세기이고, $\lambda_{\mu m}$ 는 μm 단위의 레이저 파장이다. 예를 들어 실험에서 주로 쓰이는 티타늄 : 사파이어 레이저는 $\lambda = 800 \text{ nm}$ 인데, $a_0 = 1$ 은 $I = 2.1 \times 10^{18} \text{ W/cm}^2$ 에 해당한다.

아울러 레이저장이 전자에 미치는 영향, 즉, 레이저장에 의해 전자가 갖는 평균 운동에너지(ponderomotive energy, ponderomotive potential, U_p)도 규격화된 벡터 퍼텐셜을 이용하여 나타낼 수 있다.^[4,5] 비상대론적이어서($a_0 \ll 1$) 전자의 횡방향 진동만 고려하는 경우는 $U_p = m_e c^2 \cdot a_0^2 / 4$, 약하게 상대론적($a_0 \sim 1$)이어서 전자의 횡방향 진동과 상대론적 질량 증가 효과를 고려하는 경우는 $U_p = m_e c^2 \cdot (\sqrt{1 + a_0^2 / 2} - 1)$, 강하게 상대론적이어서($a_0 \gg 1$) 전자의 횡방향 진동뿐만 아니라 종방향 진동(선형편광)과 종방향 이동을 모두 고려하는 경우에는 $U_p = m_e c^2 \cdot a_0^2 / 4$ 가 된다. $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ 이므로, 상대론적

REFERENCES

- [4] P. Gibbon, *Short pulse laser interactions with matter* (Imperial College Press, London, 2005).
- [5] A. Macchi, *A Superintense laser-plasma interaction theory primer* (Springer, New York, 2013).
- [6] S. Bulanov *et al.*, Rev. Plasma Phys. **22**, 227 (2001).
- [7] G. A. Mourou *et al.*, Rev. Mod. Phys. **78**, 309 (2006).
- [8] U. Teubner *et al.*, Rev. Mod. Phys. **81**, 445 (2009).
- [9] E. Esarey *et al.*, Rev. Mod. Phys. **81**, 1229 (2009).
- [10] C. Thaury *et al.*, J. Phys. B **43**, 213001 (2010).
- [11] H. Daido *et al.*, Rep. Prog. Phys. **75**, 056401 (2012).
- [12] A. Di Piazza *et al.*, Rev. Mod. Phys. **84**, 1177 (2012).
- [13] A. Macchi *et al.*, Rev. Mod. Phys. **85**, 751 (2013).
- [14] S. Corde *et al.*, Rev. Mod. Phys. **85**, 1 (2013).
- [15] S. Bulanov *et al.*, Phys. Uspek. **56**, 429 (2013).

Table 2. Material response depending on the laser intensity. U_p denotes the ponderomotive potential, I_p the ionization potential, E the electric field of the laser pulse, and λ_C the Compton wavelength. The wavelength of the laser pulse is assumed to be around μm .

레이저세기 (W/cm^2)	에너지의 수준	물질의 반응 요소	상호작용의 영역
10^{13}	$U_p \sim I_p$	비상대론적 속박/자유 전자	비섭동적 비선형 광학
10^{18}	$U_p \sim m_e c^2$	상대론적 전자, 비상대론적 이온	상대론적 광학
10^{24}	$U_p \sim m_p c^2$, 핵에너지	극상대론적 전자, 상대론적 이온, 원자핵	극상대론적 광학, 강력장 핵물리
10^{29}	$e \cdot E \cdot \lambda_C = 2m_e c^2$	(양자적) 진공	비선형 양자전자역학

영역에서 레이저장에 의해 전자가 갖는 에너지는 MeV 이상이 된다.

레이저 세기에 따른 물질의 반응 양상

레이저 펄스가 물질에 입사하면 보통 물질에 있는 전자가 제일 먼저 반응한다. 하지만 전자는 레이저장의 영향뿐만 아니라 이온의 영향도 받고 있으므로, 둘 중 어느 영향이 우세하냐에 따라 전자의 운동, 더 나아가 레이저 펄스에 대한 물질의 반응이 달라진다. 각 요인에 의한 영향의 크기는 그 요인이 전자에 주는 에너지의 크기로 나타낼 수 있다. 즉, 레이저가 전자에 주는 영향은 폰더로모티브 에너지로, 이온이 전자에 주는 영향은 이온화 에너지(ionization potential)로 나타낸다. 이 개념을 확장하여 폰더로모티브 에너지와 물질의 특성 에너지의 크기를 비교하면, 주어진 레이저 세기에서 물질의 어떤 요소가 어느 양상으로 반응할지 가늠할 수 있는데,^[7] 이 내용이 표 2에 요약되어 있다.

폰더로모티브 에너지가 이온화 에너지(eV 수준)보다 현저히 작은 경우, 레이저의 영향은 이온의 영향(즉, 원자의 전자구조)에 대한 섭동이 된다. 물질의 반응은 평형점을 중심으로 한 전자의 작은 (비선형)진동으로 설명이 되고, 비선형 차수가 증가함에 따라 물질의 반응이 지수적으로 감소하는 특성이 나타난다. 잘 알려진 예로 2차조화파 발생이 있는데, 3차나 4차는 2차조화파발생보다 훨씬 약하다. 이른바 선형 광학, 섭동적 비선형 광학의 영역이다.^[16] 이 영역에서 물질의 강력한 반응을 이끌어 내기 위해서는 레이저의 주파수와 물질의 특성 주파수를 맞추어 공명을 일으켜야 하므로 물질이 다수의 광주기를 겪어야 한다.

폰더로모티브 에너지가 이온화 에너지와 비슷한 크기가 되면, 더 이상 레이저의 영향을 섭동적으로 다룰 수 없다. 이 경우는 전자의 속박 상태뿐만 아니라 자유 상태도 상호작용에 중요한 기여를 하게 되어, 비선형 차수가 증가해도 물질의 반응도가 유지되는 비섭동적 특성이 나타난다. 예를 들어 고차조화파 발생에서는 수십 차에 걸쳐 비슷한 세기의 조화파가 발

생한다. 이 영역을 비섭동적 비선형 광학이라고 한다.^[17] 이 영역에서는 강력한 레이저장에 의해 한 광주기 내에서도 이온화가 이루어질 정도로 물질의 반응이 격렬해진다.

폰더로모티브 에너지가 더 커져서 전자의 정지 질량 에너지(MeV 수준)와 비슷하거나 커지면, 물질은 순식간에 이온화되어 플라스마가 된다. 따라서 이 경우는 원자구조는 별로 중요하지 않고 레이저와 자유 하전 입자 사이의 상호작용이 중요해진다. 이때 가벼운 전자는 레이저에 의해 직접 상대론적인 속도로 가속된다. 하지만 이온은 무거워서 레이저에 의해 직접 움직이지는 못 하고, 레이저가 전자를 밀어내서 생긴 공간 전하의 쿨롱힘에 의해 간접적으로 레이저의 영향을 받는다. 아울러 폰더로모티브 에너지는 플라스마의 집단 운동의 세기를 나타내는 것으로 간주할 수 있는데, 폰더로모티브 에너지가 개별적인 무작위 운동을 나타내는 플라스마 온도(keV 수준)보다 훨씬 크므로 집단적 운동이 우세하다. 한마디로 이 영역의 레이저-물질 상호작용은 상대론적, 집단적, 레이저-플라스마 상호작용이다.^[4-6] 현재 실험적으로 연구되는 초강력 레이저-물질 상호작용은 이 영역에 속하는데 이 영역을 상대론적 광학이라고 한다.^[7] 다음 절에서 이에 대해 보다 구체적인 설명을 할 것이다.

폰더로모티브 에너지가 더욱 커져서 양성자의 정지 질량 에너지(GeV 수준)와 비슷해지면 레이저가 양성자나 이온을 직접 상대론적인 속도로 가속할 수 있다. 아울러 전자는 극상대론적으로 되어 레이저장에서 진동하는 전자가 한 주기 동안 전자기파 방사로 잃는 에너지가 전자가 가진 운동에너지와 비슷할 정도로 커진다. 따라서 이 경우 복사에 의한 반작용 효과를 고려해야 하는데, 이는 고전전자기학의 자체 일관성과 관련된 근본적인 문제이다. 아울러 이 정도 레이저 세기에서는 핵의 에너지 준위가 강력한 레이저장에 의해 여기될 수도 있다. 이 영역을 극상대론적 광학이라고 한다.^[7]

레이저 세기가 앞서 말한 영역의 세기를 넘어서는 경우에는

REFERENCES

- [16] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics* (2nd ed.) (Academic Press, New York, 2003).
- [17] T. Brabec *et al.*, Rev. Mod. Phys. **72**, 545 (2000).

Fig. 1. The trajectories of the electron under linearly polarized plane waves: (a) nonrelativistic case ($a_0=0.01$) and (b) relativistic case ($a_0=1$). The laser wavelength is 800 nm, and the wave propagates along the horizontal (z) axis.

고전적인 개념(ponderomotive 에너지)이 더 이상 적합하지 않다. 왜냐하면 강력한 레이저장에 의해 진공에서 양전자와 전자가 생겨나고(쌍생성) 이들이 레이저장과 상호작용하기 때문이다. 이런 현상은 강력한 레이저장에 있는 전자가 콤프턴 파장의 거리 동안 가속될 때 얻는 에너지가 쌍생성에 필요한 에너지 ($2m_e c^2$)와 비슷해지면 일어나게 된다. 이 영역을 비선형 양자 전자기학이라고 한다.^[12] 기존의 양자전자기학은 높은 운동량에 의해 섭동적으로 쌍생성이 일어나지만, 비선형 양자전자기학에서는 높은 전자기장에 의해 비섭동적으로 일어난다.

아래에서는 현재 실험이 이루어지고 있는 상대론적 광학에 대해 자세히 설명한다.

상대론적 레이저-플라즈마 상호작용의 특성

앞서 기술한 바와 같이 현재 이론 및 실험 연구가 활발히 이루어지는 상대론적 광학은 상대론적이고 집단적인 특성을 갖는 레이저-플라즈마 상호작용이다. 아래에서 이 상호작용의 특성을 구체적인 예를 이용하여 설명한다.

1. 레이저와 단일전자와의 상호작용

평면파 형태의 레이저장이 단일 전자에 입사하는 경우를 생각해 보자.^[4,5] 비상대론적인 경우($a \ll 1$), 전자는 레이저 진행축에 수직인 방향으로 진동을 한다(횡방향 진동). 이 진동의 진폭은 a_0 에 비례하고 레이저의 진동수와 같은 진동수를 갖는데,

진폭은 레이저장의 파장보다 훨씬 작다. 좀 더 엄밀히 분석하면, 자기장의 영향 때문에 레이저 진행축에 평행한 방향으로도 움직이나(종방향 진동과 이동), 이 운동의 크기는 a_0^2 에 비례하므로 횡방향 진동에 비해 무시할 만하다. 횡방향 진동과 종방향 운동이 모두 파장보다 훨씬 작으므로 전자의 반응은 국소적인 것으로 다룰 수 있다. 그림 1(a)에 이런 경우에 대해 전자의 궤적이 나타나 있다.

하지만 상대론적인 경우($a \geq 1$)는 반대의 일이 일어난다. 종방향 진동이 횡방향 운동과 비슷하거나 더 크게 되고, 이 두 운동의 크기는 파장과 비슷하거나 더 크게 된다. 따라서 더 이상 전자의 반응을 국소적인 것으로 다룰 수 없다. 그림 1(b)에 이런 경우에 대한 전자의 궤적이 나타나 있다.

실험에서는 평면파가 아니라 집속된 펄스가 이용된다. 즉, 시공간적으로 레이저 펄스의 세기가 변한다. 이 경우, 전자는 세기가 센 영역에서는 큰 진폭으로 진동하고 세기가 작은 영역에서는 작은 진폭으로 진동한다. 따라서 세기가 센 영역에서 진동에 의해 세기가 작은 영역으로 간 전자는 다시 원래의 자리(세기가 센 영역)로 돌아올 수 없다. 이 경우 세기가 큰 영역에서 작은 영역으로 밀어내는 순효과가 생기는데 이를 폰더로모티브 힘(ponderomotive force)이라고 하는데, $-\nabla U_p$ 로 주어진다. 레이저-플라즈마 상호작용에서 이 힘이 전하 분리에 의한 정전기장을 만드는 주요 요인이다.

2. 레이저와 저밀도(underdense) 플라즈마와의 상호작용

플라즈마의 밀도가 낮아서 플라즈마의 특성 주파수인 플라즈마 주파수($\omega_p = \sqrt{4\pi n_e e^2 / m_e}$)가 레이저 주파수(ω_L)보다 작으면, 플라즈마의 유도 전류가 작아서 레이저장을 상쇄하지 못한다. 달리 말하면, 플라즈마의 진동은 레이저장의 진동을 따라가지 못한다. 따라서 레이저 펄스는 매질 안을 진행할 수 있다. 이런 플라즈마를 저밀도(underdense) 플라즈마라고 한다. $\omega_p = \omega_L$ 이 되는 플라즈마의 전자 밀도를 임계 밀도(critical density, $n_c = \omega_L^2 m_e / 4\pi e^2$)라고 하는데 $\lambda = 800$ nm에 대해 $n_c = 1.7 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ 이다. 따라서 기체($n_e \sim 10^{18} \text{ cm}^{-3}$)에 레이저 펄스가 입사하는 경우는 저밀도 플라즈마가 만들어진다. 비록 레이저 펄스와 플라즈마의 상호작용이 작지만, 레이저 펄스가 진행함에 따라 작은 상호작용의 효과가 누적되어 레이저 펄스와 플라즈마가 모두 변한다. 이를 이해하기 위해 우선 둘 중 하나는 변하지 않는다고 가정하고 다른 하나의 변화를 생각해 보자.

우선 플라즈마는 균일성을 유지하고 레이저 펄스가 진행하면서 변화하는 경우를 살펴보자. 약하게 상대론적인 경우($a < 1$)에 이러한 근사를 사용할 수 있다. 섭동론을 이용하여 매질의

Fig. 2. Modulation of the laser phase front and self-focusing due to relativistic mass increase.

굴절률을 구하면^[4,5] $\eta = \sqrt{1 - 4\pi n_e e^2 / m_e \gamma_0 \omega_L^2} = \sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega_L^2 \gamma_0}$ ($\gamma_0 = \sqrt{1 + a_0^2/2}$, a_0 는 레이저 펄스의 규격화된 벡터 퍼텐셜)로 주어진다. 이 식을 보면 비상대론적인 경우와 차이는 부분이 $\gamma_0 (>1)$ 인데 이는 상대론적인 질량 증가 효과를 나타낸다. ($\gamma_0 m_e$ 를 유효질량으로 본다.) 따라서 펄스가 세지면 η 가 1에 가까워지는데, 이는 상대론적 질량 증가 때문에 무거워진 전자가 레이저장의 진동을 따라갈 수 없기 때문에 벌어지는 현상이다. 굴절률이 위와 같이 주어지면 위상 속도는 $v_p = c/\eta$, 군속도는 $v_g = c \cdot \eta$ 가 되므로, 펄스가 세지면 위상속도는 작아지고 군속도는 커진다. 보통 레이저 펄스는 집속 때문에 가우시안 형태의 빔단면을 가지므로, 빔중심의 파면이 빔외곽의 파면보다 느리게 진행하게 되어 저절로 집속이 될 수 있다(그림 2). 이 집속 효과가 회절 효과보다 크면(좁은 공간에 가두어진 파동은 회절한다.), 레이저 펄스는 진행하면서 집속될 수 있는데 이를 상대론적 자체 집속(relativistic self-focusing)이라고 한다. 보다 자세한 분석에 의하면^[4] 레이저 펄스의 일률이 수 테라와트($TW = 10^{12}$ W)만 되어도 상대론적 자체 집속이 일어난다.

한편 굴절률의 식으로부터 다른 현상도 예측할 수 있다. η 의 식에서 $\omega_p^2 / \omega_L^2 \gamma_0 > 1$ 이면 η 가 복소수가 되어 레이저 펄스는 진행하지 못하고 반사한다. 따라서 $\omega_L > \omega_p / \gamma_0$ 인 레이저 펄스만 매질을 진행할 수 있는데, 레이저 세기가 세지면 ω_p 보다 작은 주파수의 레이저 펄스도 매질을 진행할 수 있다. 따라서 플라스마의 전자 밀도가 n_c 보다 약간 큰 경우, 레이저 펄스의 약한 부분은 반사되지만 강한 부분은 투과할 수 있는데 이를 상대론적 자체 투과(relativistic self-transparency)라고 한다. 이 효과에 의해 펄스의 가장자리는 반사되어 잘리고 펄스의 중심만 투과할 수 있다. 한편 레이저 세기가 센 펄스의 중심의 군속도는 세기가 약한 펄스 가장자리의 군속도보다 크므로 레이저 펄스가 진행하면서 저절로 가파르게 된다. 이를

Fig. 3. Spatial profile of the wake field induced by an intense laser pulse (black line). The horizontal and vertical axes represent the spatial coordinate ($k_p \xi$), electrostatic potential (ϕ), electrostatic field (E), and electron density (n), scaled with $t_0 = 1/\omega_p$. Excerpted from [4].

상대론적 자체 가파라짐(relativistic self-steepening)이라고 한다.

이제 레이저 펄스는 변형없이 진행한다고 가정하고 플라스마가 겪는 변화를 살펴보자. 레이저 펄스가 플라스마를 진행하면 앞서 언급한 폰더모토티브 힘으로 전자를 밀어낸다. 이온은 무거워서 거의 움직이지 않으므로, 밀려진 전자와 남은 이온 사이에 강력한 정전기장이 형성된다. 레이저 펄스가 지나가고 나면, 강력한 정전기장이 복원력으로 작용하여 플라스마 진동이 만들어진다. 비상대론적인 경우 그 진동수는 ω_p 이지만, 상대론적인 경우는 상대론적 질량 증가 때문에 진동수가 작아진다. 레이저 펄스가 군속도 v_g 로 매질을 진행하므로 이 진동 패턴은 레이저 펄스를 따라가게 되는데, 이 진동을 웨이크필드(wakefield)라고 한다(그림 3). 전자의 폰더모토티브 에너지가 MeV 이상이고, 플라스마의 주기는 μm 수준이므로, 웨이크필드의 크기는 대략 GV/cm이 되는데, 이는 현존하는 가속기의 정전기장 한계인 MV/cm를 1000배 이상 뛰어넘는 값이다. 만약 전자 뭉치가 웨이크필드 안에 있으면 cm만 진행해도 GeV까지 가속될 수 있는데 이를 이용한 전자가속 연구가 활발히 진행되고 있다.^[9]

비상대론적인 경우에도 웨이크필드는 형성되지만 웨이크필드의 크기는 그리 커질 수 없다. 왜냐하면 다른 크기의 레이저 세기나 정전기장을 보는 전자들은 다른 속도를 갖기 때문이다. 하지만 이들 장의 세기가 커져서 상대론적인 효과가 나타나면 모든 전자는 빛의 속도에 가깝게 움직이게 된다. 따라서 좁은 공간에 보다 많은 전자가 모일 수 있어서 비상대론적인 경우보다 훨씬 강력한 장을 만들어 낼 수 있다. 이와 같이 상대론

적인 상호작용에서 전자가 거의 같은 속도로 집단적으로 움직이게 되는 것을 상대론적 결맞음(relativistic coherence)이라고 한다.^[18] 이 상대론적 결맞음 덕분에 비상대론적인 경우보다 강력한 장이 형성되고 자유전자 입자들의 집단적 운동이 비교적 우수한 결맞음을 갖게 된다.

앞에서는 레이저와 플라스마 중 어느 한 쪽은 유지되고 다른 한 쪽은 변화하는 경우만을 살펴보았는데 실제로는 레이저 펄스와 플라스마 모두 변해서 위에서 언급한 현상들이 모두 동시에 일어난다. 이런 상황은 보다 정교한 이론과 전산모사로 다루어야 하는데 이에 대해 다음 절에서 좀 더 자세히 기술한다.

3. 레이저와 고밀도(overdense) 플라스마와의 상호작용

플라스마의 밀도가 임계밀도를 넘어서면 플라스마의 유도전류가 충분히 커져서 레이저 펄스를 반사시킨다. 따라서 고체($n_e \sim 10^{23} \text{ cm}^{-3}$)에 레이저가 입사하는 경우 고밀도 플라스마가 만들어진다. 이 경우 ω_p 는 ω_L 의 수십 배가 되므로, 플라스마는 레이저장의 진동 한 주기에도 집단적인 반응을 한다. 레이저 펄스의 반사는 고체 표면에서 표피 깊이(skin depth) $\delta = c/\omega_p$ 까지 들어간 영역에서 이루어지는데, $\lambda = 800 \text{ nm}$ 와 보통의 고체 전자 밀도에 대해 표피 깊이는 수십 nm 수준이다. 이 영역에 있는 전자는 레이저장에 의해 진동하다가 이온과 충돌한다. 만약 충돌이 없다면 레이저에서 전자로 전달되는 순에너지는 0이 되지만, 충돌 때문에 레이저 에너지가 전자의 열에너지로 변환된다. 이를 충돌 흡수(collisional absorption) 또는 역제동 복사(inverse bremsstrahlung)에 의한 흡수라고 한다.^[4]

레이저 세기가 증가함에 따라 전자의 진동 속도가 커지면 충돌단면적이 급속히 줄어들어서 충돌 흡수에 의한 에너지 전달은 급격히 감소한다. 이런 일은 $\lambda \sim \mu\text{m}$ 일 때 $I \sim 10^{15} \text{ W/cm}^2$ 부터 일어난다. 하지만 실험에 의하면 이보다 높은 세기에서도 레이저 에너지는 수십 % 이상 흡수된다. 따라서 충돌에 의존하지 않는(collisionless) 에너지 흡수 과정이 존재함을 알 수 있는데, 그중 대표적인 과정에 공명 흡수(resonance absorption), 진공 가열(vacuum heating), $J \times B$ 가열($J \times B$ heating)이 있다 (그림 4).

공명 흡수^[4]는 플라스마의 밀도가 긴 거리(여러 파장 길이)에 걸쳐서 0부터 증가하고, 레이저가 P편광(레이저의 전기장이 입사면에 평행해서 밀도 물매 방향의 전기장 성분이 있는 경우)인 경우에 일어난다. (앞에서는 플라스마의 밀도 증가 부분이 없는 경우만을 설명했으나, 실제로 펄스의 주요 부분이 오기 전에 전단 펄스나 펄스의 pedestal이 플라스마를 만들고 이 플라스마가 여러 파장 길이만큼 팽창한다. 따라서 이러한 전단 펄스나 pedestal를 제거하지 않으면 플라스마에 여러 파장 길

Fig. 4. Collisionless absorption processes for the laser pulse impinging on an overdense plasma: resonance absorption, vacuum heating, and $J \times B$ heating. Excerpted from [19].

이에 걸쳐 밀도 물매가 생긴다.) 이때 레이저 펄스는 임계밀도인 위치까지 진행한 후 반사되는데, 반사될 때 밀도 물매에 평행한 전기장은 플라스마 파동을 만든다. 이 플라스마 파동은 밀도 물매 방향으로 정전기장을 형성하는데, 이 정전기장이 전자를 가속시켜 플라스마의 안쪽이나 바깥쪽으로 보낸다. 즉, 레이저 에너지가 플라스마 파동을 매개로 전자의 운동에너지로 바뀐다.

진공 가열^[4]은 플라스마의 밀도 증가 부분이 매우 작고 (파장 이하), $a_0 \sim 1$ 또는 $a_0 > 1$ 이면서 P편광인 경우에 일어난다. 플라스마 표면에 수직인 전기장 성분이 플라스마의 전자를 진동시키는데, 밀도 증가 부분이 짧고 레이저가 강력하므로, 전기장에 의해 전자막이 플라스마로 뜯겨져서 진공에서 반주기를 진동한 후 플라스마에 입사한다. 플라스마 안에서는 표피 깊이 이후로 레이저장이 거의 0이므로 전자막은 더 이상 레이저 전기장의 영향을 받지 않는다. 따라서 매 주기마다 뜯겨진 전자막이 가속되어 플라스마에 입사한다.

앞서 레이저와 단일 전자와의 상호작용에서 선형편광인 경우 레이저 펄스가 전자를 종방향으로 진동시키고 그 크기는 a_0^2 에 비례한다는 것을 이야기했다. 플라스마의 밀도 증가 부분이 대

REFERENCES

- [18] T. Tajima, Proc. Jpn. Acad., Ser. B **86**, 1 (2010).
- [19] P. McKenna et al., *Laser-Plasma Interactions and Applications* (Springer, 2013).

락 파장 정도인 경우 임계밀도 근방에서 진공 가열과 비슷한 현상이 효율적으로 일어날 수 있는데 이를 $J \times B$ 가열^[4]이라고 한다. 하지만 진공 가열과는 달리, 전자가 펄스의 진행 방향으로 가속되고, 한 주기에 2번씩 가속이 일어난다. $J \times B$ 가열은 크기가 a_0^2 에 비례하므로 상대론적인 영역으로 갈수록 더욱 기여가 커진다.

이러한 비충돌적 레이저 흡수 과정들은 레이저와 플라스마의 집단적 운동이 얽혀서 방향성을 가진 고에너지 전자를 만들어 낸다는 공통점이 있다. 그 결과 플라스마의 전자 무리는 낮은 온도 성분과 높은 온도 성분을 동시에 갖거나, 낮은 온도 성분과 고에너지빔 성분을 갖게 된다. 그리고 고에너지 전자가 매질을 진행하면 강력한 정자기장이 생기고, 또 이동한 전자와 남아있는 이온 사이의 정전기장에 의해 고에너지 전자의 반대 방향으로 다수의 저에너지 전자가 이동한다.^[19] 따라서 위에서 설명한 흡수 과정은 레이저 에너지가 플라스마로 전달되는 과정의 초기 부분에 지나지 않는다. 보다 넓은 관점으로 보면 레이저-고밀도 플라스마 상호작용에서는 레이저의 결맞는 에너지가 하전 입자(전자, 이온)의 집단적 에너지와 열에너지, 정전기장, 정자기장, 고에너지 광자로 변환되는데, 이 변환 과정에 대해서는 아직 부분적으로만 이해되고 있다. 레이저-고밀도 플라스마 상호작용은 매우 복잡한 현상이다.

하지만 레이저의 세기가 충분히 세지고 고체의 두께가 얇아지면 레이저-고밀도 플라스마 상호작용이 오히려 간단해질 수 있다. 예를 들어 표피 깊이 정도의 두께를 가진 박막에 초강력 레이저 펄스가 입사하는 경우를 생각해 보자. 이 경우 거의 모든 전자가 같은 레이저장을 느끼게 되므로, 이들은 하나의 전자 덩치로 행동한다. 더군다나 앞서 설명한 상대론적인 결맞음은 이들을 더 하나로 움직이게 할 것이다. 즉, 레이저와 단일 전자와의 상호작용과 비슷한 상황이 된다. 다른 점은 단일전자가 아니라 $n_e \sim 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ 의 고밀도 전자덩치라는 점이다. 이는 응용 연구면에서도 아주 중요한데, 광압 이온 가속(radiation pressure acceleration)^[11,13,15]과 비행 거울(flying mirror)을 이용한 초고강도 세기 구현^[15] 등이 그 예이다.

상대론적 레이저-플라스마 상호작용의 이론적 연구 방법

상대론적 레이저-플라스마 상호작용은 비선형적인 비선형 현상이어서 이를 분석하는 일은 매우 어려운 일이다. 보통 ad hoc 모델, 상대론적 플라스마 유체방정식, 입자전산모사(particle-in-cell simulation)의 세 가지 방법이 쓰이는데 이들은 현상을 이해하는 데에 상보적인 역할을 한다.

ad hoc 모델은 지배 방정식으로부터 모델을 유도하는 것이 아니라, 주어진 상황에서 가장 핵심적인 물리 사항만을 추려서

Fig. 5. The electron (gray) and proton (red) distributions induced by an ultra-intense laser pulse impinging on a thin solid foil. The pulsewidth is 30 fs, the intensity $3 \times 10^{20} \text{ W/cm}^2$, the initial electron density $n_e = 200 \cdot n_{cr}$ and the target thickness 10 nm. The modulation of the proton distribution is due to Rayleigh-Taylor-like instability.

모델을 만든다. 예를 들어 양성자의 광압가속을 다루는 간략화된 모델^[5]은 플라스마를 두께를 무시할 수 있는 두 개의 전하 박막(양성자 박막, 전자 박막)으로 근사하고 레이저 펄스는 전자 박막에서 완전히 반사된다고 가정한다. 그러면 전체 시스템의 운동량 보존 법칙과 에너지 보존 법칙만으로도 양성자 박막의 운동을 기술할 수 있다. 이 모델은 지나치게 단순하지만 실험 결과에 부합하는 레이저 세기에 대한 의존성을 준다.^[5,13] 이런 간략화된 모델로 주어진 현상의 기본적인 특성을 파악할 수 있다.

상대론적 플라스마 유체방정식은 비선형 방정식이어서 그대로 풀 수는 없다. 하지만 ad hoc 모델로부터 알게 된 핵심적인 특성을 고려하여 그 상황에 맞는 근사를 취하여 방정식을 간소한 후 푼다. 간소화된 방정식이 드물게 해석적인 해를 갖는 경우도 있지만, 그렇지 않은 경우에는 다중 축척 전개(multiple scale expansion)로 섭동적인 해를 구하거나, 파국 이론(catastrophe theory)이나 초면 분석(caustic analysis)의 비선형 방법으로 정성적인 분석을 수행한다.^[20] 파국 이론과 초면 분석은 방정식이 가진 특이점(singular points)을 분석하는데 쓰이는 기법인데, 상대론적 레이저-플라스마 상호작용에서는 높은 세기와 상대론적 결맞음 때문에 방정식이 가진 특이점을 갖는데 이 특이점은 물리적으로 중요한 변화를 나타낸

REFERENCES

- [20] S. Bulanov, *Lectures on Nonlinear Physics* (Springer, 2000).

다. 한 예로 저밀도 플라즈마를 진행하는 초강력 레이저 펄스가 고밀도 전자 뭉치를 만들어 고차조화파를 발생시키는 현상이 파국 이론으로 기술되었다.^[15]

ad hoc 모델과 상대론적 플라즈마 유체방정식을 분석하여 주어진 물리 현상에 대한 개념적 틀을 만들 수 있지만, 실험 상황을 자세히 이해하거나 새로운 현상을 예측하기 위해서는 보다 자세한 정보를 주는 전산모사가 반드시 필요하다. 보통 상대론적인 블라스프(Vlasov) 방정식과 맥스웰 방정식을 함께 풀어서 전산모사를 하는데, 입자전산모사(particle-in-cell simulation) 방법을 이용한다.^[21] 이 방법에서는 맥스웰 방정식은 유한차 방법을 이용하는 유한차시간영역 방법(finite difference time domain, FDTD)으로 풀고, 블라스프 방정식은 격자 대신에 유한한 숫자의 계산 입자들을 이용하여 푼다. 하나의 계산 입자는 위상공간의 작은 영역을 나타내는데 실제 입자를 10^3 개 정도 포함하는 것으로 간주된다. 일반적으로 10^9 개 정도의 계산입자를 이용한다. 이 정도의 계산은 상당한 컴퓨터 자원을 필요로 하는데, 한 예로 초강력레이저과학연구단에서는 1312개의 계산 코어와 5 TB의 RAM을 가진 병렬컴퓨터를 3차원 전산모사에 쓰고 있다. 이러한 전산모사의 예가 그림 5에 나타나 있다.

맺음말

초강력 레이저의 발달로 지난 10여 년간 상대론적 레이저-

플라즈마 상호작용에 대한 연구가 실험과 이론 양면에서 활발히 진행되어 왔고, 이에 상대론적인 비선형성이 이해되고 있다. 하지만 아직도 레이저 에너지가 다양한 형태로 변환되는 과정에 대한 총체적인 이해는 이루어지지 못했고, 상대론적 상호작용을 이용한 고에너지 입자선원이나 광원은 충분히 실용적이지 않으며, 표 2에 있는 극상대론적 광학은 일부에 대해서만 이론적인 연구가 이루어지는 실정이다. 앞으로 이런 방향으로의 연구가 많이 이루어질 것이다.

마지막으로 상대론적 레이저-플라즈마 상호작용의 중요한 응용 분야를 언급하고자 한다. 바로 천체물리이다. 천체물리는 통제된 실험을 할 수 없어서 관측에 의존할 수밖에 없다. 하지만 극한 물리 환경을 구현할 수 있는 상대론적 레이저-플라즈마 상호작용을 이용하면 천체물리 현상을 실험실에서 모사할 수 있으므로 천체물리에 큰 발전을 가져올 수 있다. 예를 들어 $a_0 \sim 100$ 의 조건은 $I \sim 10^{22} \text{ W/cm}^2$ 의 세기를 가진 레이저($\lambda = 800 \text{ nm}$)로 만들 수 있는데, 바로 펄사 근처에서도 만들어진 다.

레이저는, 지금까지 그래왔듯이, 상대론적 레이저-플라즈마 상호작용, 더 나아가 초강력 레이저-물질 상호작용을 통해 우리를 새로운 물리의 영역으로 이끌고 있다.

REFERENCES

- [21] A. Pukhov, Rep. Prog. Phys. **66**, 47 (2003).