약한 측정, 강한 측정, 그리고 양자론

DOI: 10.3938/PhiT.22.017

노재우

Weak Measurement, Strong Measurement, and Quantum Theory

Jaewoo NOH

The weak measurement challenges traditional thought on quantum physics by providing new experimental results. It helps us to renew our understanding of the physical world by refining the concept of measurements. The direct measurement of a wave function, tests of the uncertainty principle by weak measurements, and the measurement of interfering particle's trajectory have had significant impacts on the basic understanding of quantum physics. They have also opened new possibilities for developing quantum information technology by providing a mean for reversible quantum measurements. In this article, a brief introduction of the weak measurement, in comparison to the standard strong measurement, is presented, and the effect on quantum theory is discussed.

약한 측정이란

인터넷 학술검색에서 약한 측정(weak measurement)의 키워드로 검색을 하면 수십 편의 논문이 나온다. 대부분의 논문은 최근 5년간 나온 것으로 네이처, 사이언스, PRL 등 영향력이 큰 저널에 많이 실린 것을 볼 수 있다. 이렇게 뜨거운 이슈가 된 약한 측정이 무엇일까? 간단하게 이야기하자면 약한 측정이란 말 그대로 물체의 위치, 운동량 등의 물리량을 약하게 측

정하는 것이다. 그럼 약하게 측정한다는 것이 어떤 의미인가? 고전 물리에서는 물체의 물리량을 약하게 측정하든 강하게 측정하든 원칙적으로 별 차이가 없다. 어떻게 측정하든 이미 존재하는 물리량의 값을 측정으로 얻는데 있어서 정확도의 차이일 뿐이다. 그런데 양자역학에서는 다른 이야기가 된다.

학부에서 배우는 양자역학 교과서에는 측정에 대해 다음과 같이 설명하고 있다. '1. 양자역학적인 대상의 물리량 또는 가측량(observable)은 수학적으로 연산자에 의해 대표되고, 물리량을 측정하면 그 연산자의 고유값(eigenvalue)이 측정값으로 나오게 된다. 2. 그리고 측정 후 물체의 양자상태는 연산자의 고유값에 해당하는 고유상태(eigenstate)가 된다.'^[1] 예를 들어 전자의 스핀을 측정하면 스핀 연산자의 고유값인 $+1/2$ 또는 $-1/2$ 의 값만 측정 결과로 나오고 측정 후 전자의 스핀 양자상태는 UP 상태 또는 DOWN 상태 둘 중 하나로 고정된다는 것이다. 대학에서 양자역학을 배울 때 누구나 한번쯤은 이런 설명에 대해 의문을 가져본 적이 있을 것이다. 과연 모든 가능한 측정 방식이 다 이런 진술을 만족시킬까? 특히 측정 후에 고유상태가 된다는 두 번째 문장은 '파동함수 붕괴'로 알려진 것인데 어떤 책에서는 입자의 위치를 측정하고 나면 그 입자의 파동함수는 무한히 폭이 좁은 델타 함수가 된다고 설명한다. 이는 일상적인 경험과 사고방식으로는 납득하기 어렵다. 그러나 이 두 번째 진술은 오히려 양자암호와 같은 양자정보 기술의 원리가 된다. 도청자가 통신 채널을 도청하기 위해서는 어떤 형태로든 신호를 측정을 해야 하고 측정은 양자상태를 변화시킨다. 따라서 양자통신 신호의 변화를 일으킬 수밖에 없고 이 변화를 검출해서 도청 사실을 알 수 있다는 것이 양자암호의 기본 원리이다.^[2]

저자약력

노재우 교수는 서울대학교, 한국과학기술원, 미국 로체스터 대학에서 공부했으며 JILA에서 박사후 연구원과정을 거치고 현재 인하대학교 교수로 재직 중이다. (jnoh@inha.ac.kr)

REFERENCES

- [1] R. L. Liboff, *Introductory Quantum Mechanics*, 2nd ed. (Addison Wesley, 1992).
- [2] C. H. Bennett, G. Brassard and A. K. Eckert, *The Computer in the 21st Century*, Oct. issue 164 (1992).

그런데, 이와 같은 양자역학적 상식에 도전하는 논문이 20여 년 전에 발표되었다.^[3] 이 논문에서는 물체의 상태를 거의 변화시키지 않는 약한 측정 도구와 선택적 검출을 통하여 물리량을 측정하면 물체의 양자상태는 거의 변하지 않으면서도 정확한 측정값을 얻을 수 있고, 게다가 이렇게 얻는 측정값은 연산자 고유값의 범위를 넘어갈 수 있다는 것이다. 예를 들어서 전자의 스핀을 약한 측정 방식으로 측정하면 전자의 스핀 양자상태는 거의 초기상태와 같이 그대로 유지되면서 스핀 측정값은 $1/2$ 이 아니라 100도 나올 수 있다는 것이다.

이 초기의 논문은 한두 가지 문제점이 있는 것으로 알려져 수정되었고,^[4] 곧 실험에 의하여 약한 측정이 가능성이 증명되었지만,^[5] 측정값이 연산자의 고유값 범위를 넘어가는 것은 선택적 검출과 그에 따른 재규격화에 의한 결과일 뿐이며, 양자역학의 측정에 대한 근본적 모델에는 영향을 주지 않으며 단지 측정에 대한 재해석일 뿐이라는 견해가 대두되었다.^[6] 그러나 최근에 와서는 초기의 문제점으로 지적되던 폰 노이만 모델에 의존하는 약한 측정의 한계를 벗어나 일반적인 형태의 약한 측정이 가능성이 밝혀졌고,^[7] 약한 측정의 유용성이 작은 값의 정밀 측정이 아니라 양자상태를 거의 변화시키지 않는, 따라서 가역적인 양자적 측정이 될 수 있어서 양자기술에 응용가능성이 많다는 점이 부각되면서 다시 활발히 연구되고 있다. 그리고 약한 측정 실험결과들은 양자 역학의 올바른 이해에 대해 다시 생각하게 한다.

무엇보다 먼저, 교과서에 나오는 측정에 대한 진술은 단지 표준적인 측정, 또는 강한 측정에 해당되는 진술이며 측정방식에는 약한 측정도 있을 수 있다는 점, 그리고 표준적인 측정 대신 약한 측정을 할 수도 있다는 사실은 양자역학을 이해하는데 있어서 중요한 변화이다. 또 오래된 양자역학 교과서에서는 측정에 의한 필연적인 양자상태의 교란(disturbance)을 불확정성 원리가 존재하게 되는 이유로 설명하고 있으나, 과연 측정에 의한 교란이 불확정성 원리를 낳는 것인지 아니면 보어의 상보성 원리가 더 근본적인 것인지에 대한 논란을 약한 측정 실험으로 검증해 볼 수 있는 가능성도 열어주고 있다.^[8] 불확정성 원리에 대한 논의는 양자 물리학의 근본에 대한 논의여서 매우 중요하며 최근에는 불확정성 원리를 나타내는 방정식에 대한 다른 대안들이 제안되고 있는데, 이 특집에 실린 손원민 교수의 글에서 상세하게 다루고 있다.

현재 약한 측정에 대한 연구 동향은 주로 세 가지 측면에서의 연구인데, 첫째는 기존에 알려진 현상이나 실험결과를 약한 측정의 입장에서 재해석하는 것이다. 두 번째는 표준적인 측정 방식으로는 접근하기 어려운 현상들에 대한 연구인데 예를 들어 터널링 시간에 대한 논의 등이 있다.^[9,10] 세 번째는 원래의 양자상태를 파괴하지 않으면서 양자 시스템의 특성을 측정하고

분석하는 실험적 도구로 약한 측정을 사용하는 것이다. 양자 네트워크, 양자 컴퓨터 등의 양자 기술에서 아주 유용한 도구인 셈이다.^[11]

이번 특집에서 다루는 주제들은 약한 측정과 양자역학의 해석에 대한 문제(권오대), 약한 측정을 양자정보 기술에 응용하는 문제(김윤희), 약한 측정과 양자 제어 기술(이승우), 양자역학에서 불확정성 원리에 대한 논의(손원민) 등이다.

이 글에서는 약한 측정의 시작이 되었던 약한 값 측정(weak value measurement)의 기초 내용을 표준적인 강한 측정과 비교하여 보다 구체적으로 설명해 보려고 한다.

강한 측정과 약한 측정

어떤 물체의 물리량을 측정한다고 하자. 아주 단순한 그림으로 그림 1에서는 입자가 어떤 측정기기를 통과하면 기기의 바늘이 측정한 물리량 값을 보여준다. 좀 더 구체적인 예로 그림 2에 전자의 스핀을 측정하는 Stern-Gerlach 식의 측정을 나타내었다.

양자역학에 의하면 전자는 $+1/2$ 또는 $-1/2$ 의 스핀 고유값을 갖는다. 전자가 $+1/2$ 의 스핀과 $-1/2$ 스핀의 중첩상태에서 출발한다고 하면 값이 $+1/2$ 로 측정된 전자는 자기장에 의해 위로 방향이 틀어져 스크린에 도달한 전자이며 이 전자는 이 측정의 결과로 계속 $+1/2$ 의 스핀만을 갖는 스핀 고유상태에 있게 된다. 이와 같은 설명이 바로 표준적인 양자 측정에 대한 설명이다.

여기에서 몇 가지 짚고 넘어가자. 먼저, 고전 물리와는 달리 전자는 스핀 값이 $+1/2$ 또는 $-1/2$ 로 미리 결정되어 출발하는 것이 아니며 두 고유상태 UP과 DOWN의 중첩상태로 출발한다. 전자의 스핀이 $+1/2$ 로 나오는 것은 측정의 결과이다.

REFERENCES

- [3] Y. Aharonov, D. Z. Albert and L. Vaidman, Phys. Rev. Lett. **60**, 1351 (1988).
- [4] I. M. Duck, P. M. Stevenson and E. C. G. Sudarshan, Phys. Rev. D **40**, 2112 (1989).
- [5] N. W. M. Ritchie, J. G. Story and R. G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **66**, 1107 (1991).
- [6] A. Peres, Phys. Rev. Lett. **62**, 2326 (1989).
- [7] O. Oreshkov and T. A. Brun, Phys. Rev. Lett. **95**, 110409 (2005).
- [8] H. M. Wiseman, Phys. Lett. A **311**, 285 (2003).
- [9] A. M. Steinberg, Phys. Rev. A **52**, 32 (1995).
- [10] A. M. Steinberg, S. Myrskog, H. S. Moon, H. A. Kim, J. B. Kim and J. Fox, Annalen der Physik (Leipzig) **7**, 593 (1998).
- [11] Y. S. Kim, J. C. Lee, O. Kwon and Y. H. Kim, Nature Phys. **8**, 117 (2011).

Fig. 1. A simple diagram for a physical measurement.

Fig. 2. Stern-Gerlach type electron spin measurement. The electron beam emerging from the oven travels through a slit and then experience non-uniform magnetic field, which makes the electron to change its course. In classical physics, the electron beam reaching the screen only broadens along the vertical direction. In quantum mechanics, electrons are separated according to their spin eigenvalues that result in two separated beams on the screen.

두 번째, 여기서 측정은 전자를 통과시키는 슬릿, 자기장을 만드는 자석, 그리고 스크린과 스크린에 도달한 전자를 검출하는 검출기가 함께 측정에 관여하는 것이며 이 전체가 그림 1의 측정기기에 해당된다. 이 측정기기 전체를 포인터라고 부른다. 세 번째, 전자빔은 유한한 폭이 있으며 공간적인 분포함수가 존재한다. 이 공간 분포함수는 예를 들어 가우스 함수 $\phi(x) = \exp(-x^2/4\sigma^2)/(2\pi\sigma^2)^{1/4}$ 인데 σ 는 이 분포함수의 폭을 나타낸다. 이 분포함수는 전자의 위치 분포에 관계된 파동함수로 볼 수 있으며 포인터의 양자상태를 나타내는 함수이다. 포인터 내부의 슬릿 형태와 자기장 분포, 스크린까지의 거리 등에 의해 $\phi(x)$ 가 결정됨에 유의하자. 자기장에 의한 전자 빔의 변화는 폰 노이만 모델에서 상호작용 해밀토니안 $H=gAP$ 로 나타낸다. 여기에서 A 는 측정하려는 물리량(이 경우는 스핀)을 나타내며 P 는 포인터의 운동량, 그리고 g 는 상호작용 상수이다. 이 상호작용 모델에서 자기장을 이용한 스핀 측정에 의해 전자의 운동량의 수직 성분에 변화가 일어나고 이 운동량 변화는 스크린에 도달하는 전자의 위치분포를 이동시킨다: $\phi(x) \rightarrow \phi(x-gta_n)$, t 는 상호작용 시간.

그림 3에서, 전자의 스핀을 측정하는 표준 방식에서는 위와 아래로 갈라지는 두 전자 빔이 충분한 거리만큼 서로 떨어져서 스핀의 측정값이 분명하게 결정되는 것이다. 다시 말해서 두 빔의 중심 부분 사이의 거리가 전자 빔의 폭 σ 보다 크게 벌어지면 된다: $|gt(a_n - a_{n+1})| > \sigma$. 그렇게 되기 위해서는 자

Fig. 3. The distance between the center peaks of the two spatial distributions is determined by the difference of the eigenvalues and the amount of interaction. When this distance is much bigger than the width of the spatial distribution, then it is the strong measurement. When this distance is much smaller than the width, then it is weak (value) measurement.

기장과의 상호작용이 충분히 커야 하고 상호작용에 의한 전자 빔의 운동량 변화가 충분히 커야 한다. 이런 상황에서의 측정이 강한 측정이고 다른 말로는 표준 측정이다.

이에 반해서 약한 측정은 상호작용이 약해서 전자 빔 사이의 거리가 전자 빔의 폭 σ 보다 훨씬 작은 경우에 측정하는 것이다: $|gt(a_n - a_{n+1})| < \sigma$. 보통 이런 경우라면 측정에서 오차가 심하게 되고 신호 대 잡음의 비가 너무 작아서 측정값의 신뢰성이 떨어진다.

그러나 약한 측정에서는 이를 극복할 수 있는 방법으로 선택적 검출(post selection)을 사용한다. 약하게 상호작용이 일어난 후에 추가적으로 설치한 선택 도구를 통해 정해진 결과가 나오는 것만을 추출하여 측정값을 계산한다. 위에 예로 든 전자의 스핀의 경우 수직방향이 아닌 수평방향의 측정도구를 추가한 후 하나의 출력 부분으로 나오는 전자 빔만을 측정한다. 이렇게 하면 우리가 최종적으로 측정하는 전자 빔의 양자상태는 상호작용이 일어나기 전의 양자상태 $|I\rangle$ 와 나중에 선택한 상태 $|F\rangle$ 에 의해 결정되는 부분적 양자상태이며 측정값은

$$\langle A \rangle_w = \frac{\langle F|A|I \rangle}{\langle F|I \rangle} \quad (1)$$

의 값을 갖게 된다. 이 값을 약한 값(weak value)이라고 한다. 한편 표준적인 강한 측정에서의 측정값은 $\langle I|A|I \rangle$ 이다. 이와 비교하면 위 식에서 몇 가지 사실을 알 수 있는데, 첫째, 약한 값은 선택적 측정에 의해 재규격화된 값이며 분모의 $\langle F|I \rangle$ 값이 매우 작다면 약한 값은 매우 커지게 된다. 즉 스핀 측정값이 1/2이 아니라 100이 나올 수도 있는 것이다. 둘째, 만약

최종상태 $|F\rangle$ 를 초기상태 $|I\rangle$ 와 같게 한다면, 즉 선택적 측정을 하지 않는다면 위 식에서 $\langle A \rangle_w = \langle A \rangle$ 가 된다. 즉 강한 측정값과 같다. 셋째, 만약 초기상태 $|I\rangle$ 나 최종상태 $|F\rangle$ 를 연산자 A 의 고유상태 $|a_i\rangle$ 로 정하면 $\langle A \rangle_w = a_i$ 가 되어서 역시 강한 측정과 같은 결과가 된다. 이와 같은 사실을 통하여 약한 측정이 강한 측정과 크게 다르지 않다는 것을 알 수 있다. 약한 측정 역시 좀 더 일반화된 양자역학적인 측정인 것이다.

흥미로운 사실은 식 (1)에 나타난 약한 측정값이 복소수라는 사실이다. 양자 교과서에 의하면 강한 측정값 $\langle I|A|I \rangle$ 는 '물리량 측정값의 평균'에 해당하는 실수이다. 그런데 약한 측정값은 복소수라면 그 중 실수 부분과 허수 부분의 의미는 무엇일까?

약한 측정값의 의미

약한 측정값의 물리적 의미에 대해서는 논란이 많다. 특히 허수 부분의 의미에 대해서는 통일된 의견이 아직 없는 것으로 보인다. 어떤 사람은 실수 부분만이 물리량의 측정값에 해당된다고 주장하기도 한다. 약한 측정 값에 대한 몇 가지 가능한 해석을 살펴보자.

먼저 고전 물리적인 측면에서의 해석으로, 약한 측정값을 조건부 확률로 이해하는 것이다. 약한 측정의 측정방식은 대부분 측정하려는 물체의 초기상태를 준비하고(pre-selection), 약한 상호작용을 거친 후 선택적 검출을 하는(post-selection) 세 가지 단계로 이루어진다. 고전 물리적인 관점에서 볼 때 측정과정에서의 상호작용은 물리량 a 를 측정하기 위한 것이고 그 다음에 이루어지는 선택적 검출은 또 다른 물리량 b 를 측정하는 셈이라고 하자. 약한 측정방식이란 다름이 아니라 a 의 측정에 필요한 상호작용이 너무 크면 b 를 측정하기가 어렵게 되기 때문에 상호작용을 약하게 하게 하고 두 번째 측정에서 b 를 측정한 결과가 F 가 나오는 데이터만 모아서 분석하는 것이라고 하자. 이때 약한 측정값은 다음과 같다고 해석한다.

$$\langle A \rangle_w = \sum_n a_n P(a_n | b = F) \quad (2)$$

여기에서 a_n 는 a 의 고유값(측정값으로 가능한 값)이며 $P(a_n | b = F)$ 는 b 의 측정값이 F 가 되는 조건의 조건부 확률이다. 즉 약한 측정값은 조건부 확률에 의한 측정 평균값이다. 이 해석은 매우 그럴듯하다. 식 (1)에서 정의한 약한 측정값에 해당하는 조건부 확률은 여러 가지 확률로서의 성질을 만족시킨다. 다 더하면 1이 된다는지, 조건부 확률에 대한 Bayes 정리를 만족시킨다는지. 그러나 한 가지 문제는 약한 측정값은

고전적인 확률과 달리 음수가 되기도 하고 일반적으로 복소수라는 점이다.

또 한 가지 해석은 약한 측정값을 ' b 의 측정에 의한 a 의 추정 값'으로 보는 것이다. 양자역학에 대한 코펜하겐 해석에 의하면 물체의 물리량은 측정하기 전에 이미 존재한다고 말할 수 없다. 따라서 약한 측정 과정과 같이 선택적 검출을 마지막에 도입하는 경우 원래의 물리량 a 의 값에 대해서는 단지 통계적 추측(statistical inference)을 할 수 있을 뿐이다. 이와 같은 맥락에서 약한 측정값의 실수 부분은 a 의 통계적 추정 값인 Bayes' estimator에 해당한다는 연구결과도 있다.^[12]

약한 측정값의 허수 부분에 대해서는 더 흥미로운 이야기가 있다. 허수 부분의 해석에 대해서는 현재까지 통일된 의견이 없는데, 상호작용 동안의 포인터 운동량 변화에 해당되는 값이라는 의견과 통계적 추정 값의 신뢰도를 나타내는 양이라는 의견 등이 있다. 위의 두 견해와 결합하면 첫 번째 견해는 약한 값의 실수부분은 조건부 확률로 계산한 물리량의 측정값, 허수부분은 측정 과정에서 일어나는 운동량 변화의 양을 나타낸다는 것이며, 두 번째 견해는 실수 부분은 측정에 의한 물리량의 통계적 추정값이고 허수 부분은 그 추정값의 신뢰도를 나타내는 양이라는 것이다.

그런데 새로운 사실이 있다. 약한 측정 방식에서 입자의 초기 상태를 순수한 양자 상태의 공간 파동함수로 설정하고 입자의 위치에 대한 약한 측정을 하되 선택적 검출을 입자의 운동량 고유상태로 정하고 측정을 할 수 있다. 이때 얻게 되는 약한 측정값은 복소수 함수인 입자의 파동함수 그 자체가 된다. 다시 말해서 입자의 파동함수를 직접적으로 측정할 수 있다는 결론이다. 이 사실은 실험으로 입증되었으며^[13] 이 실험에서 측정한 약한 측정 값의 허수 부분은 다름이 아니라 입자의 파동 함수의 허수 부분이다.

약한 측정과 양자역학의 해석

위에서 본 것처럼 약한 측정은 양자역학의 이해에 새로운 관점을 보여준다. 양자 역학 교과서에서 말하는 표준적인 측정이 측정의 전부가 아니라는 사실을 알려주고 측정이 무엇인가에 대해 다시 생각하게 한다. 사실상 양자 이론에서 파동함수의 붕괴는 슈뢰딩거 방정식이나 상호작용 해밀토니안 등의 수식에 포함되지 않는 추가적인 가정이다. 강한 측정에서는 파동

REFERENCES

- [12] L. M. Johansen, Phys. Lett. A **322**, 298 (2004).
- [13] J. S. Lundeen, B. Sutherland, A. Patel, C. Stewart and C. Bamber, Nature **474**, 188 (2011).

함수 붕괴가 일어나는 것이 당연하지만 약한 측정에서는 붕괴가 반드시 일어난다고 할 수 없는 것으로 보인다.

또, 단지 수학적 도구이며 실제로 존재하지 않는 것으로 가르치는 파동함수를 직접적으로 측정할 수 있다는 사실은 무엇을 의미하는가? 이에 대해서 파동함수의 상대적인 위상은 측정 가능하지만 절대위상은 결정되지 않기 때문에 상관 없다는 등 여러 가지 해석이 있을 수 있다. 그러나 파동함수의 절대값만이 의미가 있다고 생각하던 과거의 생각에 약간의 수정을 가해야 하는 것은 사실이다.

또, 아주 흥미로운 사건은 최근 실험에서 약한 측정을 통하여 이중 슬릿을 지나 간섭을 일으키는 입자의 평균궤적을 측정한 것이다.^[14] 이 결과는 마치 양자역학에 대한 정통적인 해석인 코펜하겐 해석을 부정하고 봄-드브로이의 인과론적 양자역학을 지지하는 것으로 보인다. 입자의 경로를 측정하면 간섭이 사라지게 된다는 보어의 상보성 원리는 어떻게 된 것일까? 이 점에 대해서는 이 특집에 권오대 교수의 글에서 다루고 있다.

아직까지 양자역학의 근본이 잘못되었다는 의견은 거의 없다. 그러나 한 가지 분명한 것은 오래된 양자 교과서의 진부한

설명과 달리 현재 우리에게 양자역학에 대한 좀 더 세련된 이해가 필요하다는 것이다. 약 30년 전까지는 양자역학에 관계된 연구가 양자역학이 예측하는 사실을 실험으로 검증하고 또 양자역학의 이론에 바탕을 둔 새로운 현상을 찾는 것이 주류였다면 최근에 와서는 양자역학의 근본적 이해와 양자 현상의 재해석에 대한 연구가 활발해지고 있다. 이와 같은 연구는 우리가 사는 세상을 이해하려는 기초 학문인 물리학의 발전에 큰 도움이 될 것이라고 믿는다. 그리고 기초 개념의 새로운 해석은 종종 새로운 기술의 가능성을 열어주기도 한다.

끝으로, 최근의 약한 측정은 물리 시스템의 양자상태를 파괴하지 않으면서 시스템의 특성을 측정하고 분석하는 도구로 사용할 수 있어서 이를 양자 네트워크, 양자 컴퓨터 등의 양자 기술에 응용하는 연구가 활발히 진행되고 있다. 이 특집에서는 김윤호 교수의 글과 이승우 박사의 글을 통해 소개하고 있다.

REFERENCES

- [14] S. Kocsis, B. Braverman, S. Ravets, M. J. Stevens, R. P. Mirin, L. K. Shalm and A. M. Steinberg, *Science* **332**, 1170 (2011).