불완전한 고체상태에서 나타나는 완벽한 질서: 위상학적 절연체

DOI: 10.3938/PhiT.20.015

서 정 필

Perfect Order Hidden Behind Imperfect Solid States: Topological Insulators

Jungpil SEO

Recently, it has been shown that in certain class of materials, called topological insulators, the topological order can exist without an external magnetic field. These materials are distinguished from ordinary band insulators by the presence of gapless metallic surface states, resembling the chiral edge modes in the IQHE (integer quantum Hall effect), but with unconventional spin textures. The spin texture of the surface states makes them distinct from conventional two dimensional electron states, leading to novel properties such as immunity to localization and overcoming barriers caused by material imperfections. We have performed scanning tunneling microscopy and spectroscopy (STM and STS) on topological surface states of $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ and Sb. I will describe how these experiments illustrate the importance of the spin-texture of these novel states for their scattering and quantum confinement.

들어가는 글

최근 몇 년간 고체물리학계에서 가장 이슈가 되고 있는 주제 중 하나가 위상학적 절연체(topological insulator)이다. 이름만 봐서는 무엇인지 감조차 잡을 수 없는 이 물질의 정

저자약력

서정필 박사는 서울대 물리학과에서 표면 자성학 실험 전공으로 2009년 박사학위를 받은 후, 현재 미 프린스턴 대학교에서 박사후 연구원으로 근무하고 있다. 현재는 주사형 터널링 분광법을 이용한 위상학적 절연체의 물리적 특성을 중점적으로 연구하고 있다. (jseo@princeton.edu)

체는 무엇일까? 왜 이런 이름이 붙었으며, 왜 수많은 과학자들이 이 물질에 관심을 가지고 밤을 낮 삼아 연구에 매진하는 것일까?

고체물리는 입자물리와 다르게 개개 입자들의 개별 행동에는 관심이 없다. 관심분야는 오직 입자들이 서로 모여 있을 때, 전체가 나타내는 '새로운' 성질이다. 이러한 새로운 성질은 고체, 액체, 기체 등 '상(phase)'으로 기술되는데, 문제는 이러한 상을 수식적으로 완벽하게 기술하는 것은 불가능에 가깝다는 것이다. 그래서 결국 최대한 다루기 쉽게, 하지만 최대한 자연을 크게 왜곡하지는 않는 한에서 수식은 다듬어지고, 결국 우리가 기술하는 자연은 엄밀히 말해 근사치로 표현되는 불완전한 것이 된다.

위상학적 절연체의 매력은 바로 여기에 있다. 위상학적 절연체 또한 불완전한 수식들로 표현된다. 하지만, 그 불완전한 것들의 집합 속에서 나타나는 완벽함, 그러한 완벽함의 존재가 이 물질을 연구할 가치가 있는 것으로 만들고 있으며 많은 물리학자들을 매혹시키고 있다. 그러면 그 완벽한 성질이란 무엇인가? 이 질문에 대한 고민이 이 글의 처음부터 끝까지이며, 그 대답을 위한 첫걸음으로 왜 이 물질의 이름이 '위상학적 절연체'인지부터 시작한다.

왜 '위상학적 절연체' 인가?

사실 이 질문은 필자가 지금까지 이 물질을 연구하면서 가장 많이 들은 질문 중 하나이다. 먼저 말해줄 것은 위상학적 절연체는 전기가 통하는 물질이다. 그러면 질문을 바꾸어 보자. 왜 절연체라고 부르는가? 이유는 바로 이 물질의 속은 전기가 흐르지 않기 때문이다. 정리하자면, 위상학적 절연체는 속으로는 전기를 흘리지 않지만, 물질을 둘러싸는 겉으로는 전기가 흐르는, 겉 다르고 속 다른 물질이다.

위상학적이라는 말은 왜 붙어있는 것일까? 책상 앞에 On, Off 스위치 두 개를 상상해 보자. On 스위치를 누르면 위상

Fig. 1. Topological Invariance. The ball and the doughnut have different kinds of topology. They cannot morph into each other's geometry by continuous deformation.

학적 절연체의 겉 표면에 전기가 통한다. Off 스위치를 누르면 위상학적 절연체의 겉 표면에 전기가 통하지 않는다. 즉 Off 스위치가 눌러져 있으면 이 물질은 보통의 절연체가 되는 것이다. 이제 질문은 두 가지로 압축된다. 첫 번째는 On, Off 스위치를 수학적으로 어떻게 기술할 수 있을까, 두 번째는 무엇이 On 스위치를 켜지게 만드는가 하는 것이다.

첫 번째 질문에 대한 대답은 다행히 우리가 깊이 고민할 필요가 없다. 이것은 이미 수학자들이 오랜 세월을 걸쳐서 확립해놓은 분야이다. 우리는 그 기술법을 빌려오기만 하면 된다. 그것이 바로 위상학(topology)이다. 쉬운 예로 그림 1을 살펴보자. 공과 도넛모양의 물체가 있는데, 공을 아무리 변형시켜도 도넛이 될 수는 없다. 또한 도넛을 아무리 모양을 바꾸어도 공 모양이 될 수 없다. 단 한 가지의 방법은 도넛을 가위로 자르면 공 모양으로 갈 수 있는데, 이에 대해서는 뒤에 다시 한 번 언급하기로 한다. 이렇게 연속적인 변형으로는 그 특성을 변화시킬 수 없는 보존량에 대해서 '위상학적'이라는 말을 사용한다.

두 번째 질문에 대한 대답은 단순하지만은 않다. 무엇이 On 스위치를 켜지게 만드는가에 앞서 정말 On 스위치를 켤 수 있는지에 대한 의문이 물리학자들 사이에서 주 연구거리였을 정도였는데, 먼저 위상학적 절연체의 발견을 위한 역사적인 노력을 간략히 살펴보자.

정수양자홀효과에서부터 위상학적 절연체까지

20세기 후반까지만 하더라도 물질의 상전이 현상(phase transition)은 기존의 물리학적 지식인 대칭성 붕괴(symmetry breaking)로 모두 이해할 수 있다고 생각되었다. 예를 들어, 고체가 액체로 변하는 현상은 고체 내부에서 잘 정의된 원자들의 위치가 흐트러지는 것(translational and rotational symmetry 붕괴)이고, 자석이 자성을 잃게 되는 것은 한 방향을 향하던 스핀들이 온도를 높임에 따라 원래의 방향성을 잃

는 것(rotational symmetry 붕괴)이다. 이러한 상전이의 특성은 물체 내부 질서(order)의 변화가 연속적이라는 것인데, 우리는 자석을 가열하면 그 세기가 서서히 약해지는 것을 이미 알고 있다.

변화는 1980년 일어났다. 기존의 대칭성 붕괴로는 설명할 수 없는 전혀 새로운 타입의 내부 질서가 존재함이 독일 과학자 von Klitzing에 의해 처음으로 밝혀졌다.^[1] 그는 얇은 금속물질 (정확하게는 2차원의 속박된 전자기체)에 자기장을 걸고 물질의 저항의 크기를 관측하였는데, 그 저항의 크기는 특정한 값 ($1/25812.807572 \Omega$)의 배수로 양자화되어 있었다. 하지만 정작 놀라운 것은 그 값의 정확도였는데, 물질의 더러운 정도와 전혀 관련이 없이, 소수점 이하 11자리 이상의 정밀성을 보였다. 이것이 의미하는 것은 무엇일까? 바로 불완전한 물질 속에 존재하는 새로운 완벽한 질서의 존재, 그것이였다. 게다가 이것은 물질의 불순물(impurity) 정도나 물질의 모양에 의존하지도 않는다. 다시 말해, 그러한 성질이 있든지 (스위치 On, 자기장을 걸었을 경우), 또는 그러한 성질이 없든지 (스위치 Off, 자기장이 없을 경우) 둘 중의 하나이다.^[2] 자기장이 약하면 관측하기가 힘들 뿐이지 성질이 연속적으로 변하는 것은 아니다. 정수양자홀효과라 불리는 이 효과는 위상학적 질서가 자연에 존재함을 보여주는 최초의 발견이다.

그러면 어떻게 물질 내에서 이런 완벽한 질서가 나타나는 것일까? 출퇴근 시간의 혼잡한 도심 도로를 생각해보자. 만약 신호등이 없다면 어떻게 될까. 많은 시간이 지나지 않아 서로 차들이 뒤얽혀 꼼짝도 못하는 상황이 될 것이다. 거기에서 비나 눈이라도 온다고 한다면! 하지만 실제로는 교통흐름을 조절하는 신호등이 있어서 기상상황이 좋지 않아도 우리는 큰 어려움 없이 자동차 운행을 할 수 있다. 마찬가지로. 자기장이 없는 상황에서 금속 속의 전자는 얽혀있는 교통흐름과 같다. 서로 부딪히고 주위의 사물과 부딪히면서 갈 길을 간다. 하지만 자기장을 켜면 전자의 사이클로트론 움직임에 의해 물질의 위쪽 가장자리에는 상행선, 아래쪽 가장자리에는 하행선 도로가 생긴다. 서로의 충돌이 없는 완벽한 상호조절이 가능해지는 것이다.

정수양자홀효과는 자기장이라는 외부스위치에 의해 작동되는 교통정리 효과이다. 이러한 현상을 이용하여 과학자들은 새로운 소자를 만들고 더 나아가 양자컴퓨터에 대한 꿈을 꾸게 되었다. 하지만 정작 실용화하기에는 문제가 있었는데, 바

REFERENCES

- [1] K. v. Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [2] In a mathematical way, this is described by 'Z2 invariant'.

로 이러한 효과는 외부 자기장이 있어야만 하고 제대로 관측하기 위해서는 극저온 환경을 만들어야 한다는 것이다. 생각해 보라. 소자 하나를 작동시키기 위해 항상 초전도 자석을 액체헬륨에 넣어서 다녀야 한다는 사실을.

이러한 문제를 해결하기 위해, 2000년대 중반 과학자들은 새로운 물음을 제기한다. 바로, 자기장이 없어도 스스로 전자들을 교통정리할 수 있는 물질은 없을까. 즉 물질 자체가 외부 도움 없이 스스로 신호등 스위치를 On 시킬 수는 없을까. 사람들은 Bi, Te 등 무거운 원소 내부에서 강하게 일어나는 스핀-궤도 결합(spin-orbit coupling) 현상에 주목했고, 다시 질문을 바꾸어서, 과연 내부 스핀-궤도 결합현상이 외부 자기장을 대신할 수 있을까에 대해 연구하기 시작했다. 몇몇의 선구적인 이론 논문들이 출판되었고,^[3] 마침내 2007년 실험적으로 양자스핀홀효과를 발견함으로써 질문에 대한 대답은 ‘특별한 물질에서는 스핀-궤도 결합현상이 자기장을 대신할 수 있다’로 판명되었다.^[4] 그리고 이 특별한 물질을 바로 위상학적 절연체(정확히는 2차원 위상학적 절연체)라고 부른다. 그러면 스핀-궤도 결합현상이 어떻게 해서 물질에 위상학적 질서를 부여하는 것이며 자기장을 이용한 양자정수효과와 차이는 전혀 없는 것일까?

스핀-궤도 결합현상과 위상학적 질서

양자역학에서의 스핀은 수수께끼 같은 존재이다. 3차원을 표현하지만, 실상 그것의 구성요소는 두 개뿐이다(spinor). 우리는 그 두 개의 성분을 편의상 스핀 Up, 스핀 Down으로 표시하기로 한다. 이 스핀에 자기장을 걸면 어떻게 될까. 하나의 에너지는 더 높아지고 다른 하나의 에너지는 더 낮아진다(기술상 스핀 Down의 에너지가 낮아진다고 하자). 이제 스핀 Up, Down을 가지는 전자가 원자핵 주위의 전기장 속에서 움직인다고 생각해 보자. 상대론 원리에 의해 전자는 자기장을 느끼게 되고, 결국 전자의 스핀 Up, Down 에너지는 갈라진다. 이러한 전자의 궤도 운동에 의한 스핀 에너지의 갈라짐을 우리는 스핀-궤도 결합현상이라고 부른다. 무거운 원소일수록 물체 표면의 전기장을 강하게 만들어내므로, 스핀-궤도 결합현상이 강해진다.

이 스핀 궤도 결합현상이 어떻게 물질에서 위상학적 질서를 스위치 On 시킬까? 그림 2a를 보자. 일반적으로 절연체라 함은 전자가 Valence 에너지 밴드까지 완전히 차있고 밴드갭의 크기가 충분히 커서 Conduction 에너지 밴드까지 전자가 쉽게 넘어가지 못하는 물질을 말한다. 여기에 강한 스핀-궤도 결합현상이 적용되면 재미있는 일이 일어난다. 위에서 언급했듯이 상대론적인 자기장효과에 의해 스핀 갈라짐이

Fig. 2. Edge States and Spin-Orbit Coupling. a. A band insulator has an energy gap between fully occupied valence bands and unoccupied conduction bands. b. In the presence of strong spin-orbit coupling, spin down band is pulled down and spin up band is pushed up. It happens for every band in the material but spin down band in the lowest conduction band and spin up band in the highest valence band play a crucial role in band inversion. c, d. Spin-polarized edge states occur at the sample edges in the result of band inversion.

나타나는데, 그 방식이 이렇다. Conduction 밴드에 있는 에너지 밴드 중, 스핀 Down 밴드가 에너지가 낮아지는 쪽으로 움직여서 Valence 밴드보다 더 아래로 내려온다 (그림 2b). Valence 밴드 중 스핀 Up 밴드가 에너지가 높아져서 원래 Conduction 밴드보다 더 높이 올라간다. 결국, 스핀-궤도 결합현상이 없었다면 Valence 밴드였을 것이 지금은 스핀-궤도 결합현상에 의해 Conduction 밴드가 되어있다. 마찬가지로 Conduction 밴드라 생각했던 것이 지금은 Valence 밴드가 되어버렸다. 이러한 과정을 밴드역전(band inversion) 현상이라 하고, 이것이 바로 일반 절연체가 위상학적 절연체가 되는 핵심 과정이다.

밴드역전이 일어나면 나타나는 중요한 결과 중 하나는, 물질 가장자리에 에너지 손실이 없는 전자들이 다니는 길이 생겨나는 것이다 (그림 2c, 2d). 다른 말로 하면, 정수양자홀효

REFERENCES

- [3] S. Murakami *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 156804 (2004); C. L. Kane and E. J. Mele, Phys. Rev. Lett. **95**, 146802 (2005); B. A. Bernevig, T. L. Hughes and S.-C. Zhang, Science **314**, 1757 (2006).
- [4] M. König, S. Wiedmann, C. Brüne, A. Roth, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, X.-L. Qi and S.-C. Zhang, Science **318**, 766 (2007).

과에서와 같은 교통정리가 잘 되어있는 도로가 생기는 것이다. 정수양자홀효과에서는 상행선과 하행선이 공간적으로 분리되어서 서로 충돌이 없이 전자들이 각자의 길을 다녔지만, 위상학적 절연체에서는 조금 다른 점이 있다. 바로 하나의 길을 스핀 Up 전자와 스핀 Down 전자가 공유하는 것이다. 게다가 스핀-궤도 결합현상에 의해 스핀 Up 전자는 오른쪽으로만 움직이고, 스핀 Down 전자는 왼쪽으로만 움직인다. 길 하나에 스핀 Up 전자와 스핀 Down 전자가 서로 반대방향으로 내달리면 서로 부딪히지는 않을까? 양자역학에서는 스핀 Up 전자상태와 스핀 Down 전자상태는 서로 겹침(overlap)이 없다. 쉽게 말하면, 스핀 Up 전자가 보기에 스핀 Down 전자는 존재하지 않는 것과 같다. 스핀 Down 전자가 보기에 스핀 Up 전자는 투명인간과 같다. 위상학적 절연체에서의 교통정리에는 이런 양자역학적 심오함이 있다.

또 다른 중요한 결과는, 이렇게 밴드역전으로 생겨난 길들은 굉장히 안정적이다. 물질의 모양을 어떻게 바꾸든, 어떤 불순물을 첨가하든, 이 길들의 존재를 없앨 수가 없다. 마치 자기장을 걸었을 때 정수양자홀효과를 나타내는 물질들이 그러했듯이 이 길들은 위상학적 질서를 가진다. 그림 2c를 보자. 어떤 물리적 충격이나 화학적 변화를 가하더라도 가장자리에 나타나는 전자적 상태를 없앨 수는 없다. 선의 한쪽 끝이 위쪽 Conduction 밴드에 연결되어 있어야 하고 나머지 끝은 아래쪽 Valence 밴드에 연결되어 있어야 한다면, 선을 가위로 자르지 않는 한 그 선은 항상 존재한다. 즉 위상학적으로 보존되어 있다.

3차원 위상학적 절연체

이제부터 3차원 위상학적 절연체에 대해 언급하는 것이 좋을 듯하다. 지금까지 논의해온 위상학적 절연체는 2차원에서의 일반적 성질이다. 편의상 2차원물질에 대해서 이야기를 해왔지만 사실 3차원 위상학적 절연체가 근본적으로 2차원 위상학적 절연체와 다른 것은 없다. 다만, 3차원 위상학적 절연체는 1차원의 도로 대신 교통정리가 된 2차원의 도로를 가진다. 즉 동서남북 어디든 전자가 다닐 수 있다 (그림 3). 하지만, 여기서도 여전히 서로 반대방향으로 다니는 전자들끼리는 스핀 방향이 반대여서 서로 충돌하지 않는다. 처음 2차원 위상학적 절연체가 2007년 양자스핀홀효과로 발견이 되고난 후 3차원 물질을 찾으려는 이론적인 노력이 있었다.^[5] 그리고 그 결실은 2009년 광방출분광법(angle resolved photo emission spectroscopy, ARPES)을 이용하여 이루어졌는데, 프린스턴의 Z. Hasan 그룹에서 BiSb의 표면상태가 전자구조상 Valence 밴드와 Conduction 밴드를 서로 잇고 있다는 사실

Fig. 3. Comparison between 2 Dimensional and 3 Dimensional Topological Insulators. In contrast to 2 dimensional case, electrons can move around on the surface in 3 dimensional topological insulators. Nevertheless, the spin texture of electrons is preserved in the fashion of spin chirality.

을 밝혀냈다.^[6] 사실 3차원 위상학적 절연체는 2차원 위상학적 절연체보다 만들기가 훨씬 쉽고 응용분야도 다양하다. 많은 과학자들이 3차원 위상학적 절연체를 연구하기 시작한 결과, 요즈음은 위상학적 절연체라고 하면 보통 3차원 위상학적 절연체를 의미한다. 2차원 위상학적 절연체 물질을 여러 겹으로 쌓아서 3차원으로 만든 것을 약한 위상학적 절연체(weak topological insulator)라고 말하고, 이와 대비적으로 원래부터 3차원적인 특징을 보여주는 물질을 강한 위상학적 절연체(strong topological insulator)라고 부른다. 이러한 위상학적 절연체에 존재하는 표면 전자길의 특성에 대한 탐색은 전 세계적으로 이루어지고 있는데, 그 중에서도 주사형 터널링 분광법(scanning tunneling microscopy/spectroscopy, STM/STS)을 이용한 연구는 물질의 표면을 직접적으로 분석할 수 있다는 점에서 많은 관심을 받고 있다.

스핀 Up 입자와 스핀 Down 입자는 정말 서로 부딪히지 않나?

양자의 세계는 불확정성의 세계이다. 입자의 위치와 운동량을 동시에 정할 수 없다는 원리에서부터 물질의 이중성(duality)이 유도되고 물질파(matter wave)가 예견된다. 전자 또한 예외가 아니어서 전자의 위치를 계속 추적하고 있지 않는 한, 우리는 그것을 파동으로 취급한다. 그 결과 어떤 물체에 부딪히기 전의 전자파동과 부딪히고 난 후의 전자파동은

REFERENCES

- [5] L. Fu, C. L. Kane and E. J. Mele, Phys. Rev. Lett. **98**, 106803 (2007); J. E. Moore and L. Balents, Phys. Rev. B **75**, 121306(R) (2007); R. Roy, Phys. Rev. B **79**, 195322 (2009).
- [6] D. Hsieh, D. Qian, L. Wray, Y. Xia, Y. S. Hor, R. J. Cava and M. Z. Hasan, Nature **452**, 970 (2008).

Fig. 4. Interference Patterns in Topological Surface. a. Interference patterns are observed in the BiSb sample which is the first observed topological insulator. This image is recorded by the electrons which have +20 meV energy. b. The interference pattern formed by electrons in the Fermi energy. c. Momentum states of BiSb studied by ARPES. d. An interference wave is generated by the scattering process between two different momentum states. Momentum transfer vector q is reflecting the frequency of the interference wave.

서로 간섭을 해서 간섭무늬(interference pattern)를 만들어 낸다. 욱조 안에 갇혀있는 물 표면에서의 간섭현상을 생각해 보라. 똑같은 일이 위상학적 절연체의 표면에서도 일어난다. 2차원적 도로 위에서 수많은 충돌이 일어나고 그 결과 복잡한 간섭무늬가 나타난다. 그림 4는 주사형 터널링 분광법(STS)으로 위상학적 부도체인 BiSb 표면을 에너지별로 얻은 이미지이다.^[7] 에너지가 다르면 전자들이 움직이는 속도도 다르므로 에너지에 따라서 간섭무늬가 조금씩 변하는 것을 알 수 있다. 사실 특정 에너지에서 전자들이 움직이는 속도를 기록해 놓은 지도가 있는데, 바로 2차원 운동량 공간에서의 전자상태 단면도(constant energy contour)이다 (그림 4c). 그림에서 육각형 모양 테두리 안(first Brillouin zone)의 기하학적 모양이 전자가 가질 수 있는 운동량 상태들이다. 광방출 분광법(ARPES)은 이러한 전자의 운동량 상태를 측정하기에 적합하므로, 이를 이용하여 우리는 에너지별로 전자들이 어떤 운동량들을 가지고 있는지 알 수가 있다.

그러면 운동량상태의 지도들이 간섭무늬 패턴과 어떻게 연결될 수 있을까? 그림 4d를 보자. 처음 진행하는 전자파동의 운동량상태가 k_1 이었다고 하자. 이 전자가 불순물 혹은 자기들끼리 부딪혀 최종적으로 k_2 의 운동량 상태에 가있다고 하면

Fig. 5. Absence of Scattering between Opposite Spin States. a. Fourier transformed image of the interference pattern shown in Fig. 3b. b. Simulated image assuming that no scattering is allowed between up spin state and down spin state. c. Simulated image when every scattering is possible including backscattering. d. The backscattering pattern marked with the arrow is absent in the real data (a) and the simulated image (b), which supports that such kind of scattering does not take place.

간섭무늬는 $q=k_2-k_1$ 의 파동주기를 보여준다. 공간적인 파동의 모양에서 파동주기를 얻어내는 가장 쉬운 방법은 파동의 이미지를 주파수 변환(Fourier transform)하는 것이다. 정리하면, 주사형 터널링 분광법(STS)으로부터 얻은 간섭무늬 이미지를 주파수 변환한 결과는 간섭무늬의 파동주기를 나타내는데, 이 파동주기는 위의 관계식에 의해 광방출분광법(ARPES)에서 얻은 운동량 상태 지도와 관련이 된다.

스핀 Up 전자와 스핀 Down 전자가 부딪히지 않는지는 어떻게 확인할 수 있나? 만약 스핀 방향이 반대인 전자들끼리 서로 충돌을 한다면, 그 결과는 위에서 설명한 대로 주사형 터널링 분광법(STS)에서 얻은 이미지에서 간섭 파동의 형태로 나타나야 한다. 그림 5c는 스핀 Up 전자와 스핀 Down 전자가 충돌했을 때 나타나리라 예상되는 주파수 변환 이미지이다. 반면 그림 5b는 이러한 충돌이 금지되었을 때를 가정한 간섭무늬의 주파수 변환 결과이다. 그림 5a는 실제로 얻은 데이터를 주파수 변환한 이미지이다. 그림들을 비교해보

REFERENCES

- [7] P. Roushan, J. Seo, C. V. Parker, Y. S. Hor, D. Hsieh, D. Qian, A. Richardella, M. Z. Hasan, R. J. Cava and A. Yazdani, *Nature* **460**, 1106 (2009).

면, 실제로 데이터에서 스핀이 반대인 전자들끼리의 충돌에 의한 간섭 파동은 나타나지 않는다는 것을 알 수 있다 (그림 5d에서 화살표로 표시).

같은 속력으로 반대방향으로 움직이는 전자들이 서로 반대 방향의 스핀을 가지고 있을 때, 과학자들은 그 시스템은 시간 역전 대칭성(time reversal symmetry)을 가진다고 말한다. 이론적으로는 위상학적 절연체에서 입자의 운동성은 시간 역전 대칭성에 의해 보호되는데, 한 방향으로 움직이는 입자는 같은 속력을 가지는 후방 산란(backscattering)을 하지 않는다는 말과 같다. 이렇게 후방 산란을 하지 않는 입자는 계속 앞으로 전진할 수밖에 없고, 이는 불순물에 앤더슨 편재화(Anderson localization)로부터 자유롭다.

위상학적 절연체의 세상은 등글다

누구나 한번쯤은 배가 바다의 끝에서 떨어지는 그림을 본 적이 있을 것이다. 평평한 지구의 신화(the myth of flat earth)라고 불리는 이것은 중세 사람들에게는 보편적 믿음이었을 것이다. 배를 타고 바다로 나가면 결국에는 세상의 끝과 만나게 된다는 이 이야기가, 금속 표면에서 움직이고 있는 전자들 입장에서 보면 결코 미신이 아닌지도 모른다. 1990년대 중후반부터 2000년 초까지 주사형 터널링 분광법(STS)을 연구하는 과학자들이 관심을 기울인 흥미로운 주제 중의 하나는 전자들이 금속표면의 물리적 경계, 즉 스텝을 만났을 때 어떻게 행동할 것인가 하는 것이었다. 많은 실험들이 이루어졌고, 그 결과는 한마디로 다음과 같이 요약된다. ‘금속표면의 경계는 전자들에게 낭떠러지와 같다. 경계를 통과하지도 못할 뿐 아니라 상당수가 후방 산란(backscattering)한다.’^[8]

우리는 이미 위상학적 절연체에서는 후방 산란이 금지되어 있음을 알고 있다. 그렇다면, 위상학적 절연체에서 전자들이 물질의 경계, 즉 낭떠러지를 만났을 때는 어떤 행동을 보일 것인가. 결국은 후방 산란을 하게 될까? 낭떠러지에서 떨어지게 될까? 아니면 다른 무엇인가가 있을까? 이 질문에 답하기 위해서 안티모니(antimony, Sb)에 대한 주사형 터널링 분광법 연구가 진행되었다.^[9] 사실 안티모니는 절연체가 아닌 반금속(semimetal)이다. 하지만 안티모니의 표면상태는 강한 위상학적 절연체와 같은 질서 상태를 가진다. 안티모니같은 반금속 물질은 일반 위상학적 절연체 물질보다 훨씬 단단해서, 그것을 쪼개면 어려움 없이 표면에 스텝과 같은 물질의 경계가 만들어진다 (그림 6a).

실험은 간단하다. 그림 6a의 수많은 스텝들 중에서 넓은 테라스와 좁은 테라스가 서로 나란히 붙어있는 스텝들을 고른다. 이제 넓은 테라스에서 움직이는 많은 전자들 중 좁은

Fig. 6. Transmission of Electrons Over the Barriers in Topological Insulators. a. Topographic image taken by STM after cleaving the antimony single crystal. b. When electrons injected from a large terrace are confined in the adjacent narrow terrace, they form resonant states. c. At the resonant states in the narrow terrace, the cross talk effect between narrow and large terraces is observed. First, the interference intensity in the large terrace decreases at the resonant energies due to resonant tunneling. Second, sudden phase shift in the large terrace side is found at the resonant energies.

테라스로 향하고 있는 전자를 떠올려 보자. 금, 은, 구리 등 일반 금속의 경우에는 넓은 테라스의 전자는 좁은 테라스로 넘어갈 수가 없다. 하지만 안티모니의 표면은 위상학적 질서를 가지기 때문에, 가정하기를, 만일 전자가 경계를 넘어갈 수 있다면 좁은 테라스 안에서 전자들이 몇 번의 반사를 거쳐 공명상태에 도달할 수 있을 것이다 (그림 6b). 이것은 패브리-페로 간섭계(Fabry-Perot interferometer)로부터 잘 알려져 있는 현상이다. 이렇게 공명상태를 가지는 전자는 공명 터널링에 의해 좁은 테라스를 빠져나가게 되는데, 그러면 넓은 테라스에서는 그러한 효과에 의한 변화가 감지될 것이다. 그림 6c를 살펴보자. 왼쪽 그림에서 밝은 점들이 간헐적으로 나타나는데, 이는 바로 좁은 테라스의 공명에너지에 해당한다(5 meV, -70 meV 근처). 흥미롭게도 바로 그 공명에너지에 해당하는 곳에서, 넓은 테라스에서는 전자가 밖으로 빠져나간 흔적이

REFERENCES

- [8] L. Bürgi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 5370 (1998); L. Bürgi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 4516 (1999); Y. Hasegawa and Ph. Avouris, Phys. Rev. Lett. **71**, 1071 (1993).
- [9] J. Seo, P. Roushan, H. Beidenkopf, Y. S. Hor, R. J. Cava and A. Yazdani, Nature **466**, 343 (2010).

Fig. 7. The Myth of Flat Earth and Round Earth. For the topological insulators, the surface states cannot be destroyed. As long as the bulk is gapped energetically, the existence of these states is mathematically guaranteed.

보이고 간섭무늬에서 위상이동(phase shift)이 관측된다. 이것은 실제로 넓은 테라스에서의 전자가 좁은 테라스로 이동했음을 증명해준다.

이것을 어떻게 이해할 수 있을까? 위상학적 질서를 가지는 물질에서 나타나는 표면상태는 일반적인 금속에서 나타나는 표면상태와 근본적으로 다르다. 일반적인 금속표면에서 전자는 (111)면에 주로 한정되어 있고, 경계를 만났을 때 단순히 그 파동함수가 감쇠(decay)하는 형태로 나타난다. 하지만 위상학적 절연체에서 표면은 밴드역전에 의해 필연적으로 존재하는 결과물이다. 이러한 위상학적으로 나타나는 표면상태는 밴드를 다시 재역전시키지 않는 한 사라지지 않는다. 또한 물질의 방향성에도 상관이 없다. 즉 스텝이나 물질의 경계에 상관없이 모든 표면에 전자가 돌아다닐 수 있는 것이다. 물질의 어긋나기(dislocation)나 외부의 충격, 화학적 변화가 이러한 전자길을 없앨 수가 없다. 결론적으로 위상학적 절연체의 세상은 전자들에게 둥근 곳이다 (그림 7).

Dirac 밴드 구조와 위상학적 절연체

BiSb의 발견으로 위상학적 절연체가 실제로 존재하는 물질임이 밝혀진 후, Bi를 이용하여 합성된 많은 물질들이 실제로 위상학적 표면상태를 보인다는 것이 보고되었다. 특히, Bi_2Te_3 와 Bi_2Se_3 의 발견은 중요한 의미를 가졌는데 그 이유는 다음과 같다. 첫째, 이 물질은 에너지 밴드 구조가 아주 단순하다. 그림 8에서 보듯이, BiSb나 Sb와 달리 이 물질들은 운동량 지도(first Brillouin zone)의 중심에 하나의 밴드 구조만을 가지고 있다. 둘째, 이 물질 속에서 전자의 에너지는 운동량에 단순 비례하는 값을 가진다($E = ck$). 이러한 물질들 속에서 움직이는 전자들은 유효질량은 0이 되어서 전자의 운동을 기술하기 위해 상대론적 현상(relativity)을 고려해야만 한다. 셋째, 이 물질들은 지금까지 설명해왔던 모든 위상학적 절연체의 특성을 모두 가지고 있다. 즉, 물질표면은 실제 스핀이 편극되어 있으며, 그 표면은 외부자극에 의해 파괴되지 않고

Fig. 8. From Complex Band Structures to Dirac Band Structure. Bi_2Te_3 and Bi_2Se_3 have Dirac band structures which are described by linear energy dispersion and chiral spin texture.

아주 안정적이다.

이러한 특성들을 한마디로 요약하면, 아주 이상적인 Dirac 밴드 구조가 이 물질들 속에서 구현되고 있다는 것이다. 실제로 이를 이용하여 많은 연구가 진행되고 있는데, 특히 주목할 만한 시도는 위상학적 절연체의 이런 성질들을 이용하여서 이론적으로는 존재하지만 지금까지 발견되지 않은 Axion이나 Majorana 페르미온 같은 기본 입자들을 찾으려는 노력이다. 특히 Majorana 페르미온 같은 경우는 지금까지 다른 물질들에서도 발견을 위한 몇 번의 시도가 있었지만 입자를 관측하기 전 물질이 특성이 파괴되어 버리는 경우가 많았다. 반면 위상학적 절연체에서 표면의 전자길은 수학적으로 보존되고 있기 때문에 많은 과학자들이 새 발견에 대한 기대를 숨기고 있지 않다. 이렇듯 양자컴퓨터, 스핀 제어 기반 소자에 대한 연구뿐 아니라 이러한 입자물리로의 확장이 위상학적 절연체에 대한 학자들의 시선이 쏠리는 큰 이유 중 하나이다.

맺는 글

세계적으로 위상학적 절연체에 대한 사람들의 관심이 높아지고 있다. 이 물질을 연구하는 사람들 중 하나로서 많은 사람들이 연구에 참여한다는 것은 분명 흥분되는 일이다. 하지만 분명히 냉정하게 생각해볼 부분도 있다고 생각한다. 위상학적 절연체가 흥미로운 물질임은 틀림이 없으나, 이론이 앞서나가고 있는 만큼 실험 결과가 뒷받침해주고 있지 못한 것 또한 사실이다. 바꾸어 말하면 그만큼 앞으로 실험할 여지가 많다는 이야기도 된다. 다행히 최근 전자수송분야(electron transport)에서 몇몇 좋은 논문들이 보고되고 있다. 아직 초기단계이지만 자성체나 초전도체와의 상호작용에 대한 연구도 진행 중이다. 하지만 여전히 많은 부분이 실험적 확인을 필요로 하는 영역으로 남아있다. 이론이 설명하지 못하는 실험은 빛을 바래고, 실험이 지지해주지 못하는 이론은 공허할 것이다. 위상학적 절연체의 미래가 어떻게 될지, 그 발전 과정을 지켜보는 것도 재미있는 일이 될 것이다.