위상절연체의 응용 및 위상양자컴퓨터

DOI: 10.3938/PhiT.20.011

이현정·최만수

Applications of Topological Insulators and Topological Quantum Computing

Hyun-Jung LEE and Mahn-Soo CHOI

Topological insulator is a topological state of matter or a material exhibiting such a state. Topological insulators are classified into two classes: strong-correlation topological insulators, which are induced by the strong electron-electron interaction as in fractional quantum Hall systems, and band topological insulators, which result from band-structure effects as in Bi_2Se_3 . Unlike ordinary matter, topological insulator is robust against disorder or local perturbations. Moreover, the non-Abelian anyons associated with topological states are expected to be useful for an efficient quantum computation scheme, so called topological quantum computation. Due to these curious properties and cheerful expectations, topological insulators have attracted great interest in recent years. In this article, we briefly review applications of topological insulators for the precision measurement of the Hall conductance and the development of the topological quantum computation.

들어가는 글

위상절연체(topological insulator; TI)는 물질의 위상상태

저자약력

이현정 박사는 독일 아우구스부르크 대학(University of Augsburg) 이학박사(2007)로서 아시아 태평양 이론 물리 센터(APCTP) 연구원을 거쳐 2010년부터 고등과학원(KIAS)에서 연구원으로 재직 중이다. (leehj@kias.re.kr)

최만수 교수는 포항공과대학교 이학박사(1998)로서, 스위스 바젤대학 연구원, 고등과학원(KIAS) 연구원을 거쳐, 2002년부터 고려대학교 물리학과 교수로 재직 중이다. (choims@korea.ac.kr)

(topological state of matter) 혹은 그러한 상태를 갖는 물질을 일컫는 말로, 양자 홀 시스템(quantum Hall system) 등과 같이 전자 간 강한 상호작용이 원인인 강상관 위상절연체(strong-correlation TI)와 Bi_2Se_3 등과 같이 밴드 구조가 원인인 밴드 위상절연체(band TI)로 나눌 수 있다. 위상절연체는 일반 물질과 달리 위상학적 성질에만 의존

할 뿐 불순물이나 국소적인 외부의 건드림(perturbation) 등에 무관하여 학문적 가치가 높을 뿐 아니라, 위상양자컴퓨터(topological quantum computer) 등 응용 가능성에 대한 기대가 높아 큰 관심을 모으고 있다. 이 글에서는 위상절연체의 다양한 응용방안 중, “밴드 위상절연체를 이용한 홀 전도도의 정밀 측정”과 “위상양자컴퓨터의 구현”에 대해 알아본다.

밴드 위상절연체를 이용한 홀 전도도의 정밀 측정

1990년 이래 국제적으로 통용되고 있는 폰클리칭(von Klitzing) 상수 $R_K = h/e^2$ 의 측정값은 $25812.807557(18)\Omega$ 로서, 상대오차가 10^{-9} 에 불과하다. 양자 홀 효과를 이용하여 측정된 이 값은 초전도체 양자 간섭계(Superconducting Quantum Interference Device)를 통해 측정된 조셉슨(Josephson) 상수 $K_J = 2e/h$ 와 더불어 양자역학의 기본 단위가 되는 플랑크(Planck) 상수 h 와 미세구조 상수 α 를 추정하는 근거가 되고 있다.^[1]

폰클리칭 상수 측정값의 정밀도를 늘리려는 연구가 30년이

Fig. 1. The excitation spectrum of the surface states of a 3D topological insulator. The red curve is a slice through this cone, measured with Photoemission from the surface of the topological insulator Bi_2Se_3 .^[13]

넘게 이루어졌지만, 이 값의 교정에 사용되는 소자는 GaAs/AlGaAs 복합구조^[3]나 몇몇 Si-금속-산화물-반도체 전계 트랜지스터^[4]로 국한되어 왔다. 그러나 최근 들어 그래핀 단분자층(graphene monolayer)에서 양자 홀 효과를 관측,^[5,6] 값비싼 실리콘 복합체를 쓰지 않고도 그와 동일한 정확도로 측정이 가능해졌고,^[7] 이와 같은 목적으로 3차원 밴드 위상절연체 표면의 양자 홀 효과를 이용하려는 시도 또한 활발히 진행되고 있다.

3차원 밴드 위상절연체의 반 양자 홀 효과(half-quantized Hall effect): 3차원 밴드 위상절연체는 기존의 2차원 양자 홀 시스템에서 없었던 여러 가지 새로운 현상을 보이는데, 그들 대부분은 시간 역전 대칭성(time reversal symmetry)에서 기인한 전자 상태의 겹침(degeneracy)과 밀접한 관계를 맺고 있다. 그 중 대표적인 것으로 표면 홀 전도도의 반 양자화(half-quantization)를 들 수 있다.

2차원 구조를 갖는 반도체 평면에 수직한 방향으로 자기장을 걸 때, 반도체 안에서 움직이는 전자는 이동 방향에 수직한 방향으로 힘을 받게 된다. 이렇듯 전압에 가로 방향으로 유도되는 홀 전류에 의한 전기 전도도, 즉 홀 전도도(Hall conductance)는 $1/R_K = e^2/h$ 의 정수배로 양자화되고 이를 정수 양자 홀 효과(integer quantum Hall effect)라고 한다. 이는 외부 자기장에 의해 시간 역전 대칭성이 깨진 상태다.

반면, Bi₂Se₃와 같이 강한 스핀-궤도 상호작용(spin-orbit coupling)을 보이는 밴드 절연체의 경우, 외부 자기장이 없어도 양자 홀 효과가 일어나며, 이런 현상은 불순물이 존재해도 크게 영향을 받지 않는다. 자기장 없이 홀 전류의 변화를 이토록 강하게 억제할 수 있는 요인은 무엇인가? 그것은 절연체 표면에 존재하는 크라머스 겹상태(Kramer's doublet)와 그들이 보이는 디랙 스펙트럼(Dirac spectrum)이다. 시간 역전에 대한 대칭성이 유지되는 한, 크라머스 겹상태가 나타내는 디랙 스펙트럼에는 절대로 에너지 간격(energy gap)이 생길 수 없기 때문에 위상 절연체의 표면은 항상 금속성을 띠게 된다. 한편, 위상절연체 내부에는 가전자대(valence band)와 전도대(conduction band) 사이에 놓인 벌크 에너지 간격(bulk energy gap) 때문에 전류가 흐를 수 없으므로, 이러한 경우 외부 전압에 의해 가속되는 전자는 오로지 표면의 크라머스 겹상태를 따라 단열 수송된다. 전자의 단열 수송 과정에는 에너지 손실(dissipation)이 없으므로 홀 전도도는 일정한 상수값 $1/2 R_K$ 을 갖게 되는데, 이때 특이한 점은, 홀 전도도가 $1/R_K$ 의 정수배가 아닌 그 절반의 값($1/2 R_K$)으로 반 양자화되는 것이다. 이러한 반 양자화 현상은 크라머스 겹상태에 놓인 전자가 단열 수송될 때, 한 주기 사이에 생기는 베리 선속(Berry flux)이 2π 가 아니라 π 인 데서 기인하다.

반 양자 홀 효과의 측정: 3차원 밴드 위상절연체의 반 양자화

효과를 측정하려는 시도가 활발하게 진행되고 있지만 아직 가시적인 성과는 미비한 상태다. 가장 주목할 만한 성과로, 3차원 약 위상절연체(weak topological insulator)의 결정 구조에 1차원 결함(line dislocation)을 만들고, 그를 따라 반 양자화된 홀 전도도를 측정한 실험이 있을 뿐이다.^[9] 3차원 강 위상절연체(strong topological insulator)의 홀 전도도에 대한 실험은 아직 보고된 바가 없다.

직접 부착한 전극을 통해 홀 전압을 측정하려는 시도가 어려움을 겪는 가운데, 홀 전도도를 더 효율적으로 측정하기 위한 대안적 실험이 제시, 수행되고 있다. 스핀 편극된 광전자 방출(spin-resolved photoemission)을 통해, 페르미 표면에 놓여있는 전자의 스핀 편극(spin polarization)을 조사하는 실험^[10]이 그에 해당된다(그림 1).^[11,12] 스핀 편극이 위상절연체 표면의 디랙 지점 주위를 회전하는 동안 생긴 베리 선속(Berry flux)이 π 임을 보임으로써, 홀 전도도가 반 양자화된다는 것을 간접적으로 증명했다.

이보다 더 직접적인 홀 전도도 측정을 위해, 박막에 입사된 빛의 광학적 켈(Kerr) 효과를 이용하는 방안이 이론적으로 검토되었다.^[11,12] 외부에서 입사된 교류 전자기장의 편광각이 위상절연체 박막의 두 표면에서 변화되는 정도를 통해 반 양자

REFERENCES

- [1] P. J. Mohr and B. N. Taylor, Rev. Mod. Phys. **72**, 351, (2000).
- [2] K. Von Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [3] B. Jeanneret, B. Jeckelmann, H. Buehlmann, R. Houdre and M. Illegems, IEEE Trans. Instrum. Meas. **44**, 254 (1995).
- [4] B. Jeckelmann, B. Jeanneret and D. Inglis, Phys. Rev. B **55**, 13124 (1997).
- [5] Y. Zhang, Y.-W. Tan, H. L. Stormer and P. Kim, Nature **438**, 201 (2005).
- [6] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos and A. A. Firsov, Nature **438**, 197 (2005).
- [7] A. Tzalenchuk *et al.*, Nature Nanotechnology **5**, 186 (2010).
- [8] M. Koenig, S. Wiedmann, C. Bruene, A. Roth, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, X. L. Qi and S. C. Zhang, Science **318**, 766 (2007).
- [9] Y. Ran, Y. Zhang and A. Vishwanath, Nat. Phys. **5**, 298 (2009).
- [10] D. Hsieh *et al.*, Nature **452**, 970 (2008); D. Hsieh *et al.*, Nature **460**, 1101 (2009); D. Hsieh *et al.*, Phys. Rev. Lett. **103**, 146401 (2009); D. Hsieh *et al.*, Science **323**, 919 (2009).
- [11] W.-K. Tse and A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. **105**, 057401 (2010).
- [12] J. Maciejko, X.-L. Qi, H. Dennis Drew and S.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **105**, 166803 (2010).
- [13] M. Z. Hasan, Physics **3**, 62 (2010).

Fig. 2. (Left) An energy gap (grey) caused by a weak magnetic field on the surfaces of a three-dimensional (3D) topological insulator (blue slab). (Right) The Kerr(θ_K) and Faraday(θ_F) angle on the surface of a 3D topological insulator.^[13]

화된 홀 전도도를 역으로 추론하는 실험이다. 단, 크라머스 겹 상태에 의한 홀 전도도가 서로에게 상쇄되는 것을 막기 위해, 위상 절연체 박막을 강자성을 띤 기판 사이에 놓아 디랙 지점(Dirac point) 부근에 작은 갭(gap)을 만들었다 [그림 2 왼쪽]. 그림 2의 오른쪽과 같이 패러데이 회전각(Faraday rotation angle)과 켈 회전각(Kerr rotation angle)은 각각 박막에 투과, 반사된 전자기파의 편광각으로 정의된다. 박막이 일반적인 절연체로 이루어졌을 경우, 패러데이 및 켈 회전각은 그 물질의 유전율, 투자율 등에 따라 임의의 값을 가질 수 있으나, 위상절연체로 이루어진 박막일 때, 각각 $\tan^{-1}\alpha$ 와 $\tan^{-1}(1/\alpha)$ 으로 양자화된다(여기서 α 는 위에서 언급한 미세구조 상수이다). 이는 위상 절연체 박막의 표면 전도도가 위에서 설명한 것처럼 반 양자화되어 있어 그에 해당하는 일정한 양의 유도전류를 반사, 투과시키기 때문이다. 박막이 패브리-페로(Fabry-Perot) 공진기의 역할을 하면서 이런 양자화 경향은 더욱 강화되므로, 이를 통해 미세구조 상수의 정밀한 측정에 효율적으로 사용될 수 있다.

위상양자컴퓨터(Topological Quantum Computer)

양자컴퓨터의 세 가지 유형: 위상양자컴퓨터는 그 명칭에서 알 수 있듯이 물질의 위상상태(topological state of matter)를 양자역학적으로 제어하여 원하는 계산 결과를 얻는 장치를 말한다. 양자컴퓨터(quantum computer)의 한 예인 셈이다. 양자컴퓨터는 큐비트(qubit; quantum bit)를 기본 단위로 이루어져 있다. 일반 컴퓨터(classical computer)가 비트(bit)를 기본 단위로 이루어져 있는 것과 비슷하다. 그러나 0과 1 두 값만을 갖는 일반 비트와 달리, 큐비트는 0과 1에 해당하는 두 양자 상태 $|0\rangle$ 과 $|1\rangle$ 뿐만 아니라 임의의 중첩상태 $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ (α 와 β 는 복소수)를 가질 수 있다. 양자컴퓨터가 일반 컴퓨터보다 빠를 수 있는 근본 원인이다.^[14,15] 이 때문에 계산 방식에서도 큰 차이가 나타난다. 이를 조금 더 자세히 알아보자.

Fig. 3. Examples of logic gates on classical computers.

Fig. 4. Examples of logic gates on quantum computers.

컴퓨터의 계산 과정은 비트 혹은 큐비트에 일정한 입력 값을 준비하는 “초기화(initialize),” 이 초기 값을 적절히 변환하는 “제어(manipulation),” 변화된 값을 읽는 “측정(readout)”으로 나눌 수 있다. 제어 과정은 다시 여러 가지 “논리 연산자(logic gate)”로 구성되는데, 그림 3과 4는 각각 일반 컴퓨터와 양자컴퓨터의 논리 연산자의 예를 보여주고 있다. 일반 컴퓨터의 연산자들은 보통 역연산자가 존재하지 않지만(그림 3의 첫 예는 예외), 양자컴퓨터의 논리 연산자는 모두 “유니터리 연산자(unitary gate/operator)”이며 그 입력 값으로 그림 4의 표에 표시한 입력 값 외에도 임의의 중첩상태를 입력 값으로 받아들일 수 있다.

그러면 양자컴퓨터는 어떻게 이런 유니터리 연산자를 구현할까? 처음 제안되었고 지금도 가장 널리 사용되는 방법은 슈뢰딩거 방정식(Schrödinger equation)에서 비롯되는 시간진행연산자(time-evolution operator) $U(t) = \exp(-itH)$ 를 이용하는 것이다. 계의 해밀토니안 H 와 연산시간 t 를 적절히 제어하여 원하는 연산자를 얻는 방법이다. 이러한 방식을 “동역학적 양자컴퓨터(dynamical quantum computer)”라 부른다. 베리 위상

REFERENCES

- [14] A popular example is the factorization algorithm of P. Shor; P. W. Shor, in *Proceedings of the 35th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science* (IEEE Press, Los Alamitos, CA, 1994), p. 124.
- [15] For a more detailed argument why a quantum computer can be faster than a classical computer, see Michael A. Nielsen and Isaac L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).

(Berry phase)을 이용하는 방법도 있다. 계에 충분한 대칭성이 존재한다면 두 개 이상의 에너지 준위가 겹친(degenerate) 상태를 만들 수 있고, 단일 과정(adiabatic process)에서 나타나는 비가환(non-Abelian) 베리 위상을 겹친 준위 간의 유니터리 변환 연산자로 이용하는 방법이다. 이 방법은 단일 과정의 구체적인 성질에는 무관하고 오직 제어 변수 공간의 궤적에만 의존하기 때문에 “기하학적 양자컴퓨터(geometrical quantum computer)”라 부른다.^[15] 끝으로 물질의 위상상태를 큐비트로 삼아 “뽕기(braiding)”라 불리는 방법을 이용하여 유니터리 연산자를 구현하는 방법이 있는데, 이것을 위상수학적 양자컴퓨터 혹은 줄여서 “위상양자컴퓨터(topological quantum computer)”라 한다. 아래에서 우리가 집중적으로 살펴볼 대상이다.

왜 이렇게 여러 가지 유형의 양자컴퓨터를 생각하게 된 걸까? 그것은 계산 오류를 줄이기 위한 노력의 결과이다. 개념적으로는 물론이고, 적은 수의 큐비트에 대해 간단한 연산을 구현하기에는 동역학적 양자컴퓨터가 가장 쉽다. 그러나 양자계는 일반적으로 주변 계와 끊임없이 상호작용을 주고받음으로써 양자현상을 쉽게 잃어버리는 치명적인 약점이 있다. 이 현상을 결 어긋남(decoherence)이라 한다. 이상적으로는 모든 계산 과정이 유니터리 과정이어야 하는데 결 어긋남이 이것을 방해하여 계산 오류를 일으키는 것이다. 물론 이것이 양자컴퓨터의 구현을 근본적으로 방해하는 것은 아니다. 원칙적으로 결 어긋남 발생률이 일정 수준보다 낮기만 하면 양자오류수정(quantum error correction)을 이용하여 오류를 얼마든지 줄일 수 있다.^[16] 다만 큐비트의 수가 많아지면 현재 기술로는 결 어긋남을 원하는 수준으로 줄이기가 어렵다.

그렇다면 결 어긋남이 일어나더라도 양자상태를 보호할 수는 없을까? 마치 공상 과학처럼 들리지만, 그럴 수 있다. 물질의 위상상태는 불순물이나 외부(혹은 주변 계)의 국소적인 건드림(perturbation)에 무관하기 때문에, 이러한 위상상태를 큐비트로 사용하는 위상양자컴퓨터는 결 어긋남으로부터 양자상태를 잘 보호할 수 있다.^[17] (기하학적 양자컴퓨터는 부분적으로 보호할 수 있다). 어떻게 위상상태가 불순물 등에 무관할 수 있는지에 대해서는 이 특집호의 다른 글을 참조하기로 하고, 이 글에서는 어떻게 위상상태를 원하는 대로 제어하여 양자계산을 수행할 수 있는지에 초점을 맞추기로 하자.^[18-20]

위상상태와 애니온: 물질의 위상상태는 크게 두 가지 특징이 있다. 첫째, (덩어리일 때) 바닥상태(ground state)는 들뜸 상태로부터 일정한 에너지만큼 떨어져 있다. 둘째, 낮은 에너지 들뜸 상태를 이루는 준입자(quasiparticle)는 페르미온(fermion)이나 보손(boson)이 아닌 “애니온(anyon)”이다. 양자역학에서는 같은 종류의 두 입자의 위치를 서로 바꿀 경우 파동함수에 일정한 위상 인자(phase factor)가 붙는다. 페르미온의 경

우 이 위상 인자가 -1 , 보손의 경우 1 이지만, 애니온의 경우 일반적인 $e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$)이 된다. 그러나 이것도 가장 일반적인 형태는 아니며, 겹친 바닥상태(degenerate ground state)를 갖는 위상상태의 경우, 위상 인자는 일반적으로 유니터리 연산자가 된다. 이러한 준입자들을 “비가환(non-Abelian) 애니온”이라 부르고, 애니온을 서로 바꾸는 과정을 “애니온 뽕기(anyon braiding)”라 한다. 이때 얻어지는 유니터리 연산자는 뽕기 과정뿐만 아니라 애니온의 종류에 따라 다르다. 여기서는 가장 큰 관심을 끌고 있는 두 가지 애니온 모델에 대하여 뽕기 과정을 살펴보자.

애니온 모델과 뽕기(braiding): 애니온의 종류는 흔히 위상수학적 전하 혹은 줄여서 “위상전하(topological charge)”로 구별하는데, $5/2$ 분수 양자 홀 효과에서는 이론적으로 위상전하 $1/2$ 과 1 을 갖는 두 종류의 애니온이 존재할 것으로 예측한다. 편의상 위상전하 0 을 정의하는데 이것은 애니온이 전혀 없거나 위상수학적으로 애니온이 없는 것과 마찬가지로 뜻이다.

헬륨(He^4)과 같이 짝수 개의 페르미온으로 이루어진 복합체(composite particle)는 보손이 된다. 마찬가지로 두 개 이상의 애니온으로 이루어진 복합체는 다른 애니온의 성질을 띠게 된다. 이것을 “융합(fusion)”이라 부른다. 가령 위상전하 $1/2$ 을 띠는 애니온과 1 을 띠는 애니온을 “융합”하면 위상전하 $1/2$ 을 띠는 애니온이 얻어진다. 가장 재미있는 경우가 위상전하 $1/2$ 을 띠는 두 애니온을 융합시키는 경우이다: 이때 얻어지는 애니온은 위상전하 0 (위상수학적으로 애니온 사라짐) 혹은 1 을 띠게 된다. 즉, 한 쌍의 $1/2$ -애니온은 두 가지 서로 다른 상태를 가질 수 있으며, 따라서 큐비트로 사용될 수 있다. 여기서 눈여겨 볼 점은 하나의 큐비트 상태가 서로 떨어져 있는 (그러나 다른 애니온들에 비하여 가깝게 붙어있는) 두 애니온에 코드되어 있기 때문에 큐비트 상태가 국소적인 건드림에 대해 잘 보호된다는 것이다.

한 쌍의 $1/2$ -애니온의 큐비트 상태는 어떻게 제어할까? 그것을 알아보기 위하여 그림 5에서와 같이 두 쌍의 $1/2$ -애니온을 생각해 보자. 그림 5에서 곡선은 각 애니온의 시간에 대한 세계선(world line)이며 원판은 애니온으로 이루어진 큐비트를

REFERENCES

- [16] John Preskill, Physics Today **52**(6), 24 (1999).
- [17] A. Yu. Kitaev, Ann. Phys. **303**, 2 (2003).
- [18] John Preskill, “Lecture notes on quantum computation: Chapter 9. topological quantum computation,” unpublished (2004).
- [19] Sankar Das Sarma, Michael Freedman and Chetan Nayak, Physics Today **59**(7), 32 (2006).
- [20] Chetan Nayak, Steven H. Simon, Ady Stern, Michael Freedman and Sankar Das Sarma, Rev. Mod. Phys. **80**, 1083 (2008).

Fig. 5. Examples of anyon braiding. The lines indicate the world lines of the anyons.

나타낸다. 그림 5(a)와 같이 애니온들이 서로 바뀌지 않을 경우, 애니온의 위치가 조금씩 변화했음에도 불구하고, 전체 파동함수에는 아무 변화가 없다. 그림 5(b)와 같이 같은 쌍의 두 애니온이 서로 바뀌는 경우, 전체 파동함수에 위상 인자만 곱해진다. 역시 실질적인 변화는 없다. 이제 그림 5(c)를 살펴보자. 첫째 쌍의 둘째 애니온과 둘째 쌍의 첫째 애니온이 진행과정에서 두 번 바뀌었다. 즉, 서로를 한 번 돌아온 것이다. 이론적 모델에 의하면 이 과정은 두 큐비트의 상태를 서로 바꾸게 된다. 즉, 각 큐비트에 대해 그림 4의 X 연산자와 같은 효과를 얻게 된다. 이번엔 그림 5(d)를 살펴보자. 첫째 쌍의 둘째 애니온은 진행 과정에서 둘째 쌍을 통째로 한 바퀴 돌아왔다. 이때 첫째 큐비트의 상태는 변함이 없고, 둘째 큐비트의 상태만 그림 4의 Z 연산자가 가해진 것과 같이 바뀐다.

지금까지 살펴본 모델은 위상전하 0, $1/2$, 1을 띠는 애니온으로 이루어져 있으며, 위에서 설명한 특정한 융합법칙(fusion rule)과 땀기 법칙(braiding rule)을 만족하고 있다. 이러한 애니온 모델을 “이징 애니온 모델(Ising anyon model)”이라 한다. 불행히도 이 모델의 땀기법칙은 가장 일반적인 양자계산(universal quantum computation)을 하기에 충분한 유니터리 연산자를 제공하지 못한다.^[17-20]

일반적인 양자계산을 할 수 있는 애니온 모델은 $12/5$ 분수 양자 홀 효과에 존재할 것으로 예측되는 소위 “피보나치 애니온 모델(Fibonacci anyon model; Yang-Lee anyon model)”이다. 이 모델은 위상전하 1을 갖는 한 가지 애니온만으로 이루어져 있다(즉, 가능한 위상전하는 0과 1이다). 한 쌍의 애니

온은 (융합법칙에 따라) 위상전하 0 혹은 1을 가질 수 있어 역시 큐비트를 이룬다. 그림 5의 각 땀기 과정에서 얻어지는 유니터리 연산자는 이징 애니온 모델과 달리, 훨씬 다양한 종류의 연산자를 제공하여 일반적인 양자계산을 수행하기에 충분하다.

위상양자컴퓨터는 현실적인가? 위에서 살펴보았듯이 위상양자컴퓨터는 다른 방법에 비하여 탁월한 장점을 가지고 있다. 그러나 특정한 위상수학적 자유도를 허용하는 물질의 위상상태, 즉 비가환 애니온의 존재가 전제되어야 한다. 불행히도 아직까지 비가환 애니온을 갖는 위상상태는 실험적으로 분명히 검증된 적이 없고, 다만 $5/2$ 분수 홀 효과에서 비가환 애니온의 존재가 간접적으로 입증되었을 뿐이다.^[20]

그에 비하여 이론적으로 비가환 애니온이 존재할 것으로 예측되는 물질계는 나열하기 어려울 만큼 많다. $5/2$ 및 $12/5$ 분수 양자 홀 효과를 필두로 p -파 초전도체로 알려진 strontium ruthenate 등 많은 강상관 위상절연체 후보들이 실험적 검증을 기다리고 있다.

최근 Bi_2Se_3 등 비교적 손쉬운 실험 조건을 제공하는 반도체 계열의 3차원 밴드 위상절연체들이 발견되면서, 비가환 애니온을 찾는 연구가 더욱 활발해지고 있다. 3차원 위상절연체의 표면의 전자상태는 2차원 디랙 방정식을 만족하는데, 강자성체 혹은 초전도체 등과 접합할 경우 비가환 애니온이 존재할 수 있다는 것이 이론적으로 예측되었다.^[21,22]

나오는 글

지금까지 3차원 밴드 위상절연체를 이용 홀 전도도를 정밀하게 측정하기 위한 최근의 노력과 전망, 그리고 물질의 위상상태를 이용 결 어긋남을 극복함으로써 양자컴퓨터를 실현할 것으로 기대를 모으고 있는 위상양자컴퓨터의 기본원리와 전망 등을 살펴보았다.

위상절연체의 등장은 지난 반세기 동안 응집물질물리학의 패러다임이었던 자발적 대칭성 붕괴(spontaneous symmetry breaking)와 다른 새로운 패러다임을 요구함으로써 학계에 신선한 도전과 활력을 주고 있다. 향후 위상절연체에 대한 연구가 더욱 확대 발전하기 위해선 위상학적 질서(topological order)를 구현하고 통제할 수 있는 실험 사례들이 더 많이 확보되어야 하며, 그와 동시에 산업계의 관심과 요구에 부합될 수 있는 응용 방안이 구체적으로 제시되어야 할 것이다.

REFERENCES

- [21] Liang Fu and C. L. Kane, Phys. Rev. Lett. **102**, 216403 (2009).
- [22] A. R. Akhmerov, Johan Nilsson and C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. **102**, 216404 (2009).