위상 절연체 : 요약과 전망

DOI: 10.3938/PhiT.20.006

한 정 훈

Topological Insulator: A Summary and Perspective

Jung Hoon HAN

Topological insulators are hailed in recent years as a new state of quantum matter and have received their due share of attention, both from experimental and theoretical sides. In this article I will give a part-historical and part-logical account of topological concepts that have threaded the condensed matter physics in the last few decades and ultimately led to the invention of topological insulator theory. These include quantized circulation and vorticity in superfluid matter, quantized Hall conductance in two-dimensional electron gas, and the more recent example of quantum spin Hall effect. I will make a brief description of the theory of topological insulator, mostly relying on the path taken by Kane and collaborators. I will conclude with a brief discussion of current unsolved issues and a perspective.

응집물리의 양자수

응집된 물체에서 벌어지는 현상은 수많은 원자가 모여 구성된 집단의 발현된 현상이다. 앤더슨의 “More is different”나 러플린의 “emergence”란 화두가 등장하기 훨씬 오래 전부터 응집 물리 실험실에서는 발현된 현상, 즉 전기 저항, 비열, 열전도도, 각종 감수율 등을 측정해오고 있었다. 이 중

저자약력

한정훈 교수는 미국 워싱턴 주립대학에서 박사 학위를 취득하였다. 아태이론물리연구소(1997-1999)와 버클리대학교(1999-2001) 연구원을 거쳐 2001년부터 건국대 조교수로 재직하였고, 2003년 이후로는 성균관대 교수로 재직 중이다. (hanjh@skku.edu)

일부분에 해당하는 몇몇 양은 놀랍게도 자연에 존재하는 기본 상수의 조합에 대한 정수배의 값만을 갖는다. 또한 구체적인 실험 조건이나 환경에 무관하게 늘 일정한 상수 값을 준다. 이러한 양자수의 발견과 그 이해는 응집물리학 역사에서 불연속적이고 양자 도약과도 같은 발전을 초래해 왔다. 양자수가 종종 위상학적 의미를 갖는 수학적 양으로 표현되기에 위상수(topological number)란 다른 이름을 갖기도 한다.

초유동 액체의 속도 벡터 $\vec{v}(\vec{r})$ 를 임의의 닫힌 곡선에 대해 선적분하면 $\oint \vec{v} \cdot d\vec{r} = (h/m)n$, 즉 (플랑크상수/분자질량)의 정수배 값만을 갖는다. 정지된 초유체라면 정수값이 0이 되겠지만 회전하는 용기 안에 들어있는 초유체에서는 속도 벡터가 소용돌이 구조를 띠면서 0이 아닌 정수 값이 발생한다. 초전도체에서도 외부 자기장에 대한 반응으로 반자성 전류(diamagnetic current)가 소용돌이 꼴로 발생하면서 임의의 폐곡선을 관통하는 자속의 양이 $\oint \vec{A} \cdot d\vec{r} = (h/2e)n$, 즉 (플랑크상수/2*전하량)의 정수배 값으로 구속된다. 두 결과 모두 응집체의 거동을 하나의 복소수 파동 함수 $\Psi(\vec{r})$ 로 기술할 수 있다는 단순한 원리로부터 파생된다. 즉 복소수 함수 $\Psi(\vec{r})$ 는 그 크기와 위상으로 분리해 $\Psi = \sqrt{\rho} e^{i\phi}$ 로 표현할 수 있고 위상 값은 공간의 주어진 한 점에서 오직 한 값만을 갖는다는 자명한 사실로부터 $\oint \nabla \phi \cdot d\vec{r} = 2\pi n$ 을 도출할 수 있다.

이상 언급한 양은 수학적으로 $\pi_1(S_1)$ 호모토피에 해당하는 불변량이다. 수학적 불변량이 응집체에서는 물리적으로 측정 가능한 양으로 “발현”된다. 가령 속도 벡터 적분의 양자화 또는 자속의 양자화가 바로 그것이다. 어떤 물질로 초전도체를 만들건, 어떤 원자로 보즈 응축을 구현하건 관계없이 동일한 속도벡터 적분, 동일한 자속 값을 얻는다. 위상학적 특성이 이들 측정량에 범용성(universality)을 제공한다. 잘 알려진 수학적 불변량과 응집체에서 측정 가능한 양 사이의 1대1 대응이 새롭게 발견될 때마다 응집 물리학은 역사적인 도약을 겪는다.

양자홀 효과

반도체 이중접합구조에 전자를 2차원적으로 속박시킨 뒤 수직 방향으로 자기장을 가하면 전자가 란다우 준위를 형성한다는 사실이 1930년대 란다우의 계산 결과로부터 잘 알려져 있다. 아울러 홀 저항이라 불리는 저항 값이 인가한 전압에 수직인 방향으로 유도된다. 1980년 클리칭(Klaus von Klitzing)은 10테슬라 정도의 강한 자기장을 이용해 전자가 불과 몇 개의 란다우 준위만을 채우는 상황에서, 홀 저항이 채워진 란다우 준위의 개수 n 에 반비례하여 양자화된다는 사실을 보고하였다^[1]: $\rho_{xy} = (h/e^2)(1/n)$. 홀 전도도로 뒤집어 말하면 $\sigma_{xy} = (e^2/h) \times n$, 즉 자연의 기본 상수 조합인 e^2/h 의 정수배가 됨을 발견하였다. 러플린은 리본 모양의 2차원 전자계에 대한 사고 실험을 제시하여 홀 전도도의 양자화는 전하 값의 양자화로부터 나오는 “자명한” 결과임을 우리에게 보여주었다.^[2] 그러나 수학적인 불변량과 양자화된 홀 전도도 사이의 관계를 정립하는 것은 또 다른 뛰어난 물리학자의 몫이었다.

위상학적 응집물리 현상에 정통했던 사울리스(David Thouless)는 그 당시 워싱턴 대학교의 젊은 조교수였던 den Nijs, Nightingale, 그리고 연구원이었던 Kohmoto와 함께 2차원 전자계의 홀 전도도 문제를 일반적인 관점, 즉 쿠보(Kubo)의 선형응답이론 관점에서 다루었다.^[3] 그들이 유도한 이른바 TKNN 공식을 일반적인 관점에서 재해석하면 “2차원 밴드 절연체의 홀 전도도 값은 무엇인가?”란 질문에 대한 해답이었다.

흔히 절연체의 전도도는 0이고 따라서 무의미하다고 쉽게 결론내리겠지만, 절연체라도 홀 전도도마저 0이 될 필요는 없고, 양자홀 현상은 오히려 이 홀 전도도란 양에 위상학적 비밀이 숨어있다는 사실을 단적으로 보여주었다. 2차원 밴드 절연체에 해당하는 블로크(Bloch) 파동 함수를 $\Psi(k)$ 라고 하자. 일반적으로 $\Psi(k)$ 는 복소수 함수지만 시간 반전 대칭성이 보존되는 계의 경우 실수 함수로 바꿔 쓸 수도 있다. 선형 응답 이론을 따르면 2차원 밴드 절연체의 홀 전도도는 $\sigma_{xy} = i \frac{e^2}{2\pi h}$

$\int_{BZ} \left(\frac{\partial \Psi^*}{\partial k_x} \frac{\partial \Psi}{\partial k_y} - \frac{\partial \Psi^*}{\partial k_y} \frac{\partial \Psi}{\partial k_x} \right) dk_x dk_y$ 으로 주어진다. 여기서 BZ란 Brillouin zone을 의미한다. 스톡스(Stokes) 정리를 이용하여 이 식을 다시 쓰면 BZ의 경계면을 따르는 선적분 형태로 풀이 바뀐다:

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{2\pi h} \oint_{BZ} \left(-i \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial k} \right) \cdot d\vec{k}.$$

이 표현은 실공간에서 소용돌이의 개수를 세는 식과 거의 동

일하다. 즉 어떤 블록 파동 함수가 운동량 공간(momentum space)에서 소용돌이 구조를 갖게 될 때 그 소용돌이 수가 바로 홀 전도도 σ_{xy} 값에 해당한다. 소용돌이 개수는 양자화될 수밖에 없기 때문에 홀 전도도 값도 양자화된다. 외부 자기장의 역할은 시간 반전성을 깨면서 파동 함수를 복소수화시키고, 운동량 공간에서의 소용돌이 구조가 가능하게끔 만들어 주는데 있다.

비정상 홀 효과

굳이 절연체가 아니더라도 일반적인 2차원 전자계에 대한 홀 전도도를 계산해 보면 TKNN과 거의 동일한 식을 얻는다. 다만 절연체의 경우 에너지 간극(energy gap)이 존재하여 홀 전도도 값이 양자화된 꼴로 주어질 뿐이다. 시간 반전 대칭성이 보존되는 계에서는 홀 전도도가 0이어야 하지만 자성체 금속에서는 시간 반전 대칭성이 더 이상 유효하지 않아 유한한 홀 전도가 가능해진다. 뉴(Qian Niu)와 나가오사(Naoto Nagaosa) 등은 1998년부터 이 점에 착안하여 40년 간 난제로 남아있던 자성체 금속의 비정상 홀 효과(anomalous Hall effect) 문제를 베리 위상(Berry phase) 관점에서 재해석하기 시작한다. 여기에는 TKNN 공식뿐만 아니라 스핀-궤도 결합(spin-orbit coupling)이 핵심적인 역할을 하게 된다. 스핀-궤도 상호 작용이 포함된 해밀토니안에 대한 해는 복소수 꼴로 써야만 하기 때문에 TKNN 공식에서 유한한 값을 얻는 것이 가능해진다.^[4]

양자 스핀 홀 효과

이번엔 시간 반전 대칭성이 없는 물질계를 고려해 본다. 물론 시간 대칭성 때문에 홀 전도는 있을 수 없다. 하지만 유한한 스핀 홀 전도도(spin Hall conductance)는 여전히 가능하다. $\uparrow$ -방향의 스핀 전류가 $+\hat{x}$ 방향으로, $\downarrow$ -방향의 스핀 전류가 $-\hat{x}$ 방향으로 흐르는 상황을 생각해 보자. 시간 반전

REFERENCES

- [1] K. von Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [2] R. B. Laughlin, Phys. Rev. B **23**, 5632 (1981).
- [3] D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale and M. den Nijs, Phys. Rev. Lett. **49**, 405 (1982).
- [4] Naoto Nagaosa, Jairo Sinova, Shigeki Onoda, A. H. MacDonald and N. P. Ong, Rev. Mod. Phys. **82**, 1539 (2010); Di Xiao, Ming-Che Chang and Qian Niu, *ibid.* **82**, 1959 (2010).

연산을 적용하면 스핀의 방향과 전류 흐름의 방향이 동시에 바뀌기 때문에 여전히 본래의 상태가 된다. 즉 스핀 전류가 흐르는 상태는 시간 반전 대칭성을 위반하지 않는다.

전자의 스핀을 이용한 스핀 소자를 구현하고자 하는 시도가 오랫동안 있어 왔다(8쪽 이현우 교수의 글 참고). 전하 수송과 마찬가지로 스핀 수송 역시 주울(Joule) 열을 발산하기 때문에 소자로서의 구동 가능성을 감소시킨다. 만약 인가한 전기장에 수직 방향으로 스핀 전류를 유도할 수 있다면, 즉 스핀 홀 효과를 구현할 수 있다면 열 손실을 줄일 수 있어 스핀 소자 구현에 한층 다가갈 수 있다. 이런 맥락에서 2003년 Murakami, Nagaosa, Zhang(MNZ)과 오스틴 대학의 맥도날드(Allan MacDonald) 등이 GaAs 계열 물질에서의 스핀 홀 효과를 제안하게 된다.^[5] 기본 생각은 TKNN 공식의 원리와 동일인데, 스핀-궤도 결합의 효과로 두 종류의 스핀이 서로 반대 방향의 홀 전도도를 준다. 상당 기간 동안 스핀 홀 효과에 대한 실험적 검증이 물리학계의 관심사였다.

스핀 홀 효과와 일반적인 전하의 홀 효과 사이의 유사성에 착안하여 양자 홀 효과에 대응되는 양자 스핀 홀 효과의 가능성을 펜실베이니아 대학의 케인(Charles Kane)과 스탠포드 대학의 장(Shou-Cheng Zhang) 교수가 제안하였다.^[6] 양자 홀 효과는 강한 외부 자기장을 필요로 하는 반면 양자 스핀 홀 효과는 스핀-궤도 결합 상호 작용에 의한 자발적인 자기장을 필요로 한다.

자발적인 자기장(spontaneous magnetic field), 혹은 의사 자기장(fictitious magnetic field)은 그래핀, 보즈 응축계, 스핀 홀 계, 소용돌이 동역학 문제 등에 일관되게 등장하는 베리 위상의 다른 이름이다. 자기장이란 그저 전자의 파동 함수에 아로노프-봄(Aharonov-Bohm) 위상 $e^{i\oint \vec{A} \cdot d\vec{r}}$ 을 부여하는 어떤 원인일 뿐이다. 쿨이 자석을 동원하여 만들어내는 자기장이 아니더라도 전자의 파동 함수에 동일한 위상을 부여할 수 있으면 우리는 그것을 자기장으로 취급할 수 있다.

할데인(Haldane)이 1988년 제안한 모델^[7]이 양자 스핀 홀 효과의 근간이 되었다. 할데인 모델과 최근의 양자 스핀 홀 모델을 포괄적으로 이해하기 위해 우선 두 개의 성분을 가진 파동 함수, 즉 스피노(spinor) $\psi(\vec{k}) = \begin{pmatrix} \psi_1(\vec{k}) \\ \psi_2(\vec{k}) \end{pmatrix}$ 를 도입한다. 여기서 $\alpha = 1, 2$ 란 전자의 추가적인 자유도, 가령 그래핀 격자라면 A 또는 B 부격자(sublattice)에 해당하는 양자수이다. 해밀토니안 역시 2×2 행렬로 확장되어 일반적으로 $H(\vec{k}) = \epsilon(\vec{k})\hat{d}(\vec{k}) \cdot \vec{\sigma}$ 형태로 쓸 수 있다. 여기서 $\epsilon(\vec{k})$ 는 에너지, $\hat{d}(\vec{k})$ 는 해밀토니안의 특성을 $\vec{k}$ -공간에서 결정해 주는 단위 벡터이다. 에너지 간극이 존재하여 $+\epsilon(\vec{k})$ 에너지 띠와 $-\epsilon(\vec{k})$ 에너지 띠 사이에 페르미 준

위가 놓인 상황에 대한 홀 전도도 값을 계산할 수 있는데 그 결과가 놀랍게도 $\sigma_{xy} = \frac{e^2}{h} \frac{1}{4\pi} \int_{BZ} dk_x dk_y \hat{d} \cdot \left(\frac{\partial \hat{d}}{\partial k_x} \times \frac{\partial \hat{d}}{\partial k_y} \right)$ 의 단순한 꼴로 주어진다. 여기에 등장하는 적분 값은 “스커미온 숫자”로 알려진 양인데 $\hat{d}(\vec{k})$ 벡터가 Brillouin 영역 전반을 통해 변화하는 공간각의 정도를 나타내는 정수 위상수다. 여기서 우리는 TKNN과는 또 다른 종류의 양자화된 홀 전도도를 만나게 된다.

할데인 모델이 양자화된 홀 전도도를 얻기 위해 시간 반전 대칭을 깨뜨렸다면 케인-멜레(Kane-Mele)는 시간 반전을 대칭성으로 갖되 나머지 특성은 할데인 모델과 동일한 새로운 모델을 도입하였다.^[6] 즉, 스핀-↑ 전자가 만족하는 해밀토니안 $H_\uparrow(\vec{k})$ 과 스핀-↓가 만족하는 해밀토니안 $H_\downarrow(\vec{k})$ 이 서로 시간 반전 연산을 통해 연결되게끔 요구한다. 이 경우 전체적인 해밀토니안은 시간 반전 대칭성을 유지하되 각 스핀의 홀 전도도는 $\sigma_{xy}^\uparrow = -\sigma_{xy}^\downarrow = e^2/h$ 가 되면서 양자 스핀 홀 물질계가 구현된다.

이론의 단순성에도 불구하고 실제 양자 스핀 홀 물질을 찾기는 쉽지 않았다. 케인-멜레는 그래핀의 전자구조 스핀-궤도 상호 작용을 첨가하면 양자 스핀 홀 효과가 구현될 것을 예측했으나 실제 그래핀 물질의 스핀-궤도 상호 작용 에너지는 무시해도 좋을 만큼 작았다. Zhang-Bernevig-Hughes가 HgTe-CdTe 이종 접합 구조에서 양자 스핀 홀이 구현될 것을 예측하였고^[8] 곧 이어 이를 검증하는 실험이 이루어졌다.

양자 스핀 홀 효과를 구현하려면 스핀-궤도 결합이 필수적인데, 이 상호 작용이 존재하는 물질에서는 사실 스핀이란 양자체가 잘 정의되지 않는다. 따라서 양자화된 스핀 전도도란 도무지 의미가 없는 양이 된다. 이러한 난맥을 해결하기 위해 케인-멜레는 스핀 방향이 잘 정의되지 않는 일반적인 모델에 대해서도 양자 스핀 홀 절연체와 평범한 절연체를 구분 가능하게 하는 새로운 불변량을 도입하게 된다. 이 새로운 정수는 그 값이 짝수, 혹은 홀수이지만 의미가 있기 때문에 Z_2 숫자라고 부른다.

REFERENCES

- [5] S. Murakami, N. Nagaosa and S.-C. Zhang, Science **301**, 1348 (2003); T. Jungwirth, Q. Niu and A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. **88**, 207208 (2002).
- [6] C. L. Kane and E. J. Mele, Phys. Rev. Lett. **95**, 146802 (2005), *ibid.* **95**, 226801 (2005); B. Andrei Bernevig and Shou-Cheng Zhang, Phys. Rev. Lett. **96**, 106802 (2006).
- [7] F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **61**, 2015 (1988).
- [8] B. Andrei Bernevig, Taylor L. Hughes and Shou-Cheng Zhang, Science **314**, 1757 (2006).

3차원 위상 절연체

물리학의 새 방향과 해답을 제시하는 논문을 읽는 것은 흥분되는 경험이 아닐 수 없다. 케인-멜레의 양자 스핀 홀 논문, 그리고 케인의 학생 푸(Liang Fu)와 공저한 몇몇 기적과도 같은(적어도 필자의 입장에서 보면) Fu-Kane-Mele (FKM) 논문을 읽는 경험도 이와 다르지 않았다.^[9] 이들은 우리가 절연체의 특성을 이해하는 데 있어 주목해야 했으나 한 세기가 가까이 놓친 점이 무엇인지를 지적한다.

우선 외부 자기장이 없는 절연체의 경우 시간 반전에 대한 대칭성이 보존된다. 크라머스(Kramers)는 스핀-1/2 입자의 해밀토니안이 추가로 시간 반전 대칭성을 충족할 때 모든 전자 상태는 쌍으로 존재해야 함을 양자역학 태동기에 이미 밝혔었다. 블록 절연체, 즉 밴드 절연체의 경우 $\vec{k}$ -공간에서 쓰여진 해밀토니안 $H(\vec{k})$ 와 $H(-\vec{k})$ 는 시간 반전 대칭성을 만족할 경우 시간 반전 연산자 θ 에 의해 서로 연관되어야만 한다: $\theta H(\vec{k}) \theta^{-1} = H(-\vec{k})$. (아마 1930년대에 쓰여진 양자역학이나 고체 물리 교과서에서도 이런 내용을 찾아볼 수 있을 것이다) 여기서 FKM은 어떤 특별한 운동량 값, 즉 역 격자 벡터(reciprocal lattice vector) $\vec{G}$ 의 절반에 해당하는 $\frac{\vec{G}}{2}$ 에 대해서는 $\theta H(\frac{\vec{G}}{2}) \theta^{-1} = H(-\frac{\vec{G}}{2}) = H(\frac{\vec{G}}{2})$ 란 사실을 주목하였다. 즉 $H(\frac{\vec{G}}{2})$ 는 시간 반전 연산자 θ 에 의해 그 자신과 연결되어 있다. 이 경우 크라머스의 정리에 따라 모든 $H(\frac{\vec{G}}{2})$ 의 고유상태는 반드시 쌍으로 존재한다. 이처럼 시간 반전에 의해 자기 자신으로 돌아오는 벡터들을 FKM은 TRIM(time-reversal invariant momenta)이라 이름 지었다.

비슷한 논의를 유한한 크기의 절연체, 즉 경계면이 있는 절연체에 적용해 본다. 편의상 $z < 0$ 영역을 채운 절연체를 생각하면 해밀토니안을 xy 평면 방향만 푸리에 변환하여 $H(\vec{k}, p_z, z)$, $\vec{k} = (k_x, k_y)$ 꼴로 적을 수 있다. 앞서와 마찬가지로 표면 벡터에 대한 TRIM을 정의할 수 있는데 역시 표면 TRIM에서 정의되는 모든 고유 상태는 쌍으로 존재한다. 우리는 절연체를 대상으로 논의를 진행하고 있으므로 표면에 국소화된 상태의 에너지는 덩치 에너지 간극 어딘가에 존재하는 것으로 보일 것이다.

여기서 FKM은 또 하나의 기막힌 유추를 한다. 표면 상태의 에너지 띠는 표면 $\vec{k}$ 벡터에 대해 연속적으로 변해야 한다. 그리고 표면 TRIM에서는 크라머스 정리 때문에 두 개의 서로 다른 에너지 띠가 만나야만 한다. 따라서 표면 TRIM $\vec{k}_1$ 에서 출발한 크라머스 쌍이 또 다른 표면 TRIM $\vec{k}_2$ 에서 다시 만나든지, 아니면 각각 다른 크라머스 쌍에서 갈라져 나온 상

태와 짝짓기를 해야 한다. 그림만 몇 번 그려보면 금방 증명할 수 있는데, 만약 하나의 크라머스 쌍이라도 짝을 바꾸는 경우, 모든 크라머스 쌍이 짝을 바꾸어야만 한다! 짝바꾸기가 일어난 경우의 표면 에너지 띠 구조는 지그재그 모양이고 모든 에너지 값에 대해서 홀수 개의 상태가 존재한다. 짝이 바뀌지 않는 경우는 모든 에너지 값에 대해 짝수 개의 상태가 존재한다. 이 홀짝의 숫자가 절연체의 위상학적 특성을 결정짓는 Z_2 숫자이다. 짝수 숫자의 경우 임의의 페르미 준위에 걸린 상태가 있을 수도, 혹은 없을 수도 있다. 홀수 숫자의 경우 어떤 페르미 준위 값이라 할지라도 반드시 전자 상태가 존재한다. 즉, 표면 상태가 금속이어야만 한다!

앞서 소개한 위상학적 양자수가 각각 구체적인 물리적 측정량에 해당했음을 기억하자. 이번엔 도입된 Z_2 양자수는 기존의 양자수에 비해 좀 더 추상적이고 기하학적 해석이 난해하긴 하지만, 어떤 절연체의 표면이 금속($\nu=1$)이나 아니면 표면마저 비금속이나($\nu=0$)를 결정하는 숫자라고 보면 무방할 것이다.

FKM의 일반적이고 위상학적인 논의에도 불구하고, 실제 위상 표면 전자의 동역학을 다루기 위해서는 구체적인 모델이 필요하다. 푸와 케인은 잘 알려진 BiSb 계열의 물질에 대한 해밀토니안을 분석하여 여기에 위상 표면이 존재할 것을 예측한다. 한편 장(SC Zhang)과 협력한 중국 IOP의 제일원리 계산(first-principles calculation) 연구자들은 Bi₂Se₃, Bi₂Te₃와 같은 열전달 소자 물질이 다른 아닌 위상절연체임을 이론적으로 밝히게 된다(25쪽 최형준 교수의 글 참고). 제일원리 계산 결과를 토대로 tight-binding 모델을 구성하고, 이로부터 표면 동역학을 낮은 에너지 해밀토니안의 형태로 유도할 수 있다.

두 개의 표면 에너지 띠가 충돌하는 표면 TRIM에 디랙 점(Dirac point)이 존재할 것이고 그 점 부근의 에너지 동역학은 (2+1)차원 디랙 해밀토니안으로 기술된다. 디랙 해밀토니안으로 기술되는 입자는 운동량 $\vec{k}$ 와 내부 상태를 규정짓는 어떤 벡터 $\vec{s}$ 의 방향이 서로 나란해야 한다. 우리는 중성미자의 물리에서 이미 이런 현상에 익숙해져 있다. 위상 절연체의 표면 전자 동역학에서 운동량과 나란한 양은 전자의 스핀이다. 페르미 액체의 경우 각 운동량에 두 개의 스핀 값이 동등하게 가능하지만 위상 표면 전자의 경우 하나의 운동량에 하

REFERENCES

- [9] Liang Fu and C. L. Kane, Phys. Rev. B **74**, 195312 (2006); Liang Fu, C. L. Kane and E. J. Mele, Phys. Rev. Lett. **98**, 106803 (2007); Liang Fu and C. L. Kane, Phys. Rev. B **76**, 045302 (2007).

나의 스핀 방향만이 대응된다. 완벽하게 스핀 분극화된 전자 계가 위상 표면에 구현되었다.

실험적 검증

위상 표면과 관련된 핵심적인 예측에 대한 실험적 검증은 지난 2-3년 사이에 신속하고도 의심의 여지없이 진행되었다. 디랙 콘(Dirac cone) 모양의 에너지 띠는 ARPES로(15쪽 노한진 교수의 글 참고), 스핀과 운동량 방향의 1대1 대응에 따른 산란 확률의 변화는 STM 실험을 분석(20쪽 여인환 교수의 글 참고)하여 검증되었다.

제일 원리 계산을 포함한 이론적 예측에 따르면 위상 절연체 물질은 덩치 상태의 전도가 불가능하고 표면으로만 가능해야 하겠지만 실제 제작된 시료에서는 덩치 상태의 전자들이 전기 수송의 대부분을 담당한다. 양자 진동(quantum oscillation) 실험은 덩치 상태의 페르미 표면을 의심의 여지없이 보여준다. 페르미 에너지가 덩치 상태의 에너지 준위 어딘가에 걸려있기 때문이다. 지난 수년 간 재료과학자들이 이 점을 극복하고 진정한 절연체를 구현하고자 노력해 왔고 또 앞으로도 덩치와 표면 전도를 분리하고자 하는 시도가 계속될 것으로 본다.

전 망

위상절연체의 이론은 새롭고 우아하다. 케인과 그 협력자들의 노력으로 밴드 관점에서 본 위상절연체 이론이 완성되었고, 이제 우리는 평범한 절연체와 위상학적 절연체라는 두 부류의 절연체가 자연에 존재함을 알게 되었다. 위상학적 절연체의 표면은 금속일 뿐 아니라 디랙 에너지 띠 구조를 갖는다. 만약 우리 앞에 표면만이 전기 전도를 담당하는 “완벽한” 위상절연체 물질이 구현되었다고 가정하면, 그 표면의 준입자들은 디랙 입자로 거동하고 스핀 벡터 $\vec{s}$ 와 운동량 벡터 $\vec{k}$ 사이에 완벽한 1대1 대응이 이루어져 있을 것이다.

푸-케인은 위상 표면에 다른 초전도체를 없었을 때 근접 효과로 위상 표면이 초전도성을 띠게 되면 그 초전도 상태의 쿠퍼쌍 대칭성은 $p+ip$ 꼴이어야 함을 지적한다.^[10] $p+ip$ 초전도체에 자기장을 가했을 때 생성되는 소용돌이 상태는 속박된 준입자 상태가 마요라나(Majorana) 페르미온이다. 다소 복잡하긴 하지만 이런 과정을 통해 양자 컴퓨터 구현에 핵심 요소인 마요라나 페르미온을 위상절연체-초전도체 접합체에서 구현할 수 있을지도 모를 일이다(30쪽 최만수 교수의 글 참고). 이 밖에도 패러데이 효과, 커 효과(Kerr effect) 등에서의 특이점이 예측되고 있으며 양자장론에서 오래전부터 꿈꿔 오

던 다이온(dyons)이나 액시온(axions)이 위상 절연체에서 구현되었다는 주장도 있다.^[11]

또 다른 위상 물질인 그래핀과의 경쟁도 두고 볼 일이다. 그래핀은 운동량 공간의 K 와 K' 두 점에 각각 디랙 모델이 하나씩 정의되어 있다면 위상 절연체는 윗 표면과 아랫 표면에 하나씩 디랙 모델이 주어진다. 구부리고 휘는 조작이 가능한 2차원 물질인 그래핀에 비해 위상 절연체는 덩치 상태의 전도도 문제조차 아직 해결하지 못하고 있다. 만약 위상 절연체를 아주 얇게 만들면 소자로서의 가능성이 더 확대될 수 있겠지만 대신 그래핀과의 차별성도 약화될 수 있다.

위상 물질의 본래 잘 알려진 특성이었던 열전도 성질을 최대한화시키려는 노력도 있다. 저자의 개인적 의견으로는 복층 그래핀이나 위상 물질 박막에서의 열전도 문제가 가까운 미래에 대두될 재미있는 문제가 아닐까 한다.

한편 위상 절연체로 판명된 물질의 숫자는 2010년 폭발적으로 증가하였다.^[11] 푸-케인 이론은 제일 원리 계산을 이용하여 각 TRIM에 해당하는 고유 상태의 기우성(parity) 숫자를 구하면 그 물질의 위상 절연체 여부를 판단할 수 있음을 가르쳐 주었다. 이후 제일 원리 계산 연구는 신속한 행보로 새로운 위상 절연체 물질을 예측해 주었고 그 중 일부 물질에 대해서 ARPES로 디랙콘의 존재를 이미 확인하였다.

갓 태동한 분야의 미래 전망을 예측하는 것만큼 난감한 의무도 없다. 위상 절연체에 대해서는 벌써 한풀 꺾였다는 비판론과 이제 시작이라는 낙관론이 교차하는 듯하다. 그래핀 실험이 발견 초기부터 지금까지 지속적인 발전상을 보여 온 것과 비교하면 위상 절연체의 실험적인 진보는 매우 더딘 것이 사실이다. 디랙 입자와 연관된 표면 특성을 검증한 초기 실험 이후에는 이렇다 할 놀랄 만한 실험 결과가 아직 나오지 않았다. 그러나 위상 절연체 물질의 숫자가 크게 증가하는 추세이고, 순도 높은 단결정 합성과 물성 측정에 소요되는 시간 등을 따져 보면 아직은 좀 더 두고 볼 일이다. 그래핀은 오직 한 물질이지만 위상 절연체는 다양한 물질군이란 점을 기억하자.

맺음말

응집 물리학 발전의 커다란 한 줄기는 응집 현상에서 발현

REFERENCES

- [10] Liang Fu and C. L. Kane, Phys. Rev. Lett. **100**, 096407 (2008).
- [11] M. Z. Hasan and C. L. Kane, Rev. Mod. Phys. **82**, 3045 (2010).

Table 1. Topological numbers and their physical manifestations.

Topological number	Physical systems	Characteristics
Vorticity	Superfluid, superconductor	Quantized circulation, flux
TKNN number	2D insulator (complex scalar)	Quantized Hall conductance
Skyrmion number	2D insulator (complex spinor)	Quantized spin Hall conductance
Z_2 number	3D band insulator	Metallic surface

되는 위상학적 숫자의 발견과 이해에 관련되어 있음을 이 원고에서 강조하고자 했다. 단순한 소용돌이 숫자에서 좀 더 복잡한 스커미온 숫자까지 각자 분명한 응집 물리학적 맥락을 지니고 있다. 이 글에서 다른 위상 숫자와 그 물리적 표현을 표 1에서 정리해 보았다. 케인-멜레가 발견한 Z_2 숫자는 가장

최근 등장한 위상학적 숫자이다. 이 숫자를 통해 우리는 절연체에 단순 절연체와 위상학적 절연체의 두 부류가 있음을 알게 되었다. 그리고 위상학적 절연체의 표면은 반드시 디락 입자로 기술되는 금속 상태이어야 함을 알았다. 그 발전 과정을 따져 보면 TKNN의 기본 개념, 즉 운동량 공간에서 정의된 베리 위상이 곧 홀 효과로 이어진다는 개념이 비정상 홀효과나 스핀 홀 효과, 그리고 양자 스핀 홀 효과로 발전해 왔음을 알 수 있다. 3차원 위상 절연체의 발견은 2차원 양자 스핀 홀 절연체를 정당화하기 위한 노력의 부산물로 볼 수도 있겠지만, 그 결과는 기존의 2차원 위상 물질과는 전혀 다른 새로운 3차원 물질계의 발견이었다. 좀 더 정확히 말하자면 2차원 위상 표면을 지닌 3차원 덩치 물질계의 발견이라고 해야겠지만. 이 글을 맺으면서 생기는 건딜 수 없는 궁금증은 과연 또 다른 새로운 물질계의 발견이 가능할까 하는 점이다. 파인만의 말대로 저 밑에는 여전히 큰 방이 있기를 바란다.