단일광자 얽힘에 관한 양자광학

DOI: 10.3938/PhiT.19.049

최상경·박희수

The Quantum Optics of Entanglement between Single Photons

Sang-Kyung CHOI and Hee Su PARK

We present a review of our research at KRISS on generating and measuring entanglement between single photons. The inception and evolution of quantum theory led to the development of quantum information processing (QIP). The potential for QIP to break classical barriers in computation and measurement is the motivation for pursuing research on multiqubit entanglement. Our linear optics approach based on spontaneous photon-pair emission generates entangled photonic qubits in novel quantum states, with the goal of demonstrating nonclassical applications.

연구 배경

1900년에 플랑크가 흑체복사를 설명하기 위해 양자가설을 제창하였다. 빛은 알갱이로 이뤄졌다는 발상을 함축한 그 가설이 광전자 효과와 같은 실험으로 뒷받침되면서 광자(photon)라는 빛알갱이 개념이 물리 실체로 인정을 받았다. 광결맞음(optical coherence)에 관한 양자 이론이 1960년대에 제시되었고,^[1] 그 뒤 빛의 양자 특성에 대한 이론 및 실험 연구가 꾸준히 진행되고 양자광학이라는 분야가 점차 자리를 잡게 되었다.

양자물리가 예측한 비고전 현상 중에 얽힘(entanglement)이란 것이 있는데, 이것을 실험으로 입증한 것이 양자광학의 대표성과 중의 하나이다. 광자들로 구성된 물리계가 얽힘상태

(entangled state)에 존재하면 그 계를 묘사하는 파동함수를 각 광자의 파동함수들의 곱으로 나타낼 수 없다. 이렇게 서로 얽힌 광자들의 상태는 고전물리에서 전제된 국소현실주의(local realism)의 한계에 해당하는 벨 부등식(Bell's inequality)을 위배한다. 얽힘의 존재를 확인한 1980년대의 양자광학 실험들은 양자물리의 본질을 검증하였고 또한 양자정보처리(quantum information processing, QIP)의 가능성을 열었다.

양자정보란 양자비트(큐비트, qubit)로 표기한 정보를 말한다. 양자비트는 디지털 비트와는 달리 0 상태와 1 상태뿐만 아니라 0과 1의 중첩상태도 가능하다. 또한 양자정보는 복제가 불가능하고 결잃음(decoherence)의 영향에 민감하여 쉽게 깨진다. 이러한 특성에 기인하여 양자정보는 디지털 정보체제로 생각할 수 없는 잠재성을 지니고 있다. 예를 들면, 도청을 몰래 할 수 없는 양자암호가 가능하고, 검색 및 소인수분해와 같은 시간이 많이 소요되는 작업을 원리상 훨씬 신속하게 처리하는 양자연산이 가능하다. 디지털 정보처리와 확연히 구별되는 QIP가 가능한 이유는 양자정보가 고전물리의 범주를 벗어난 양자물리의 특성을 적절히 활용하고 디지털 논리를 넘어서 양자 알고리즘을 활용하기 때문이다.

양자물리는 정보이론 및 컴퓨터과학의 발전과 더불어 정보 및 연산 개념의 본질을 재조명하였다. 1980년대에 양자컴퓨터에 관한 이론이 전개되면서 연산(computation)의 추상적인 구조특성은 연산을 수행하는 물리계와 밀접한 관련이 있고 양자물리를 기반으로 하는 양자연산은 새로운 파라다임이라는 의견이 대두하였다. 여기서 양자연산이란 개념을 정립할 필요가 있다. 디지털컴퓨터도 엄밀하게 말하면 양자물리의 법칙을 따라 동작하지만 양자연산 장치는 아니다. 우리가 말하는 양자연산은 디지털 논리로 실행이 불가능한 알고리즘을 양자변환을 이용해서 계산하는 것을 의미한다. 디지털연산을 초월하는 양자연산의 비고전적 성능은 양자정보의 중첩이 가능하다는 점, 특히 얽힘이 가능하다는 점과 밀접한 관련이 있다.^[2]

양자연산의 실현방식은 양자비트 매개체의 종류수만큼 다양하다. 광자, 원자, 이온, 핵스핀 액체, 양자점, 초전도 고리

저자약력

최상경 박사는 Northwestern 대학교 물리학 박사(1999, 양자광학 전공)로서 Max-Planck-Institut für Quantenoptik postdoc(1999-2001), National Physical Laboratory 연구원(2001-2002) 등을 거쳐 2003년부터 현재까지 한국표준과학연구원에 재직 중이다. (skchoi@kriss.re.kr)

박희수 박사는 한국과학기술원 물리학 박사(2002, 광섬유광학 전공)로서 한국과학기술원 postdoc(2002-2004), Strathclyde 대학교 postdoc(2003-2004) 등을 거쳐 2004년부터 현재까지 한국표준과학연구원에 재직 중이다. (hspark@kriss.re.kr)

REFERENCES

- [1] R. Glauber, Phys. Rev. **131**, 2766 (1963).
- [2] C. H. Bennett and D. P. DiVincenzo, Nature **404**, 247 (2000).

Fig. 1. An SPDC process in the $\chi^{(2)}$ medium splits a pump photon into two photons called the signal photon and the idler photon. Both energy and momentum are conserved among the photons during this interaction.

등 여러 가지가 있다. 이 중에서 양자비트를 광자의 성질에 표기하는 선형광학 방식이 잠재성이 높은 것으로 판단된다.^[3] 이 방식은 1개의 광자에 해당하는 단일광자(single photon) 펄스를 광신호의 최소단위로 사용하고, 광자 생성과 최종검출 사이의 광시스템에서 광자의 양자상태에 대한 선형 유니터리 변환을 작용해서 정보처리 변환을 실행한다. 양자비트는 단일 광자의 편광, 간섭계 경로 등 중첩가능한 성질에 표기되고 광양자비트(photonic qubit)라고 부른다.

선형광학 방식의 대표적인 장점은 자유공간에서 이동하는 광자의 양자상태는 결잃음을 당하지 않는다는 것이다. 그러므로 광양자비트의 얽힘도 외부환경의 잡음이나 충격에 의해 깨질 염려가 없다. 역으로 광양자비트들 사이의 상호작용이 일어나지 않으므로 한 양자비트의 값에 따라 다른 양자비트의 값이 직접 변하는 제어작용은 불가능하여 양자연산 디자인을 크게 제약한다. 또한, 생성효율이 높은 단일광자 광원이나 성능이 좋은 단일광자 검출기는 기술적인 어려움 때문에 아직 발명되지 않았다. 이러한 한계 속에서도 양자정보 분야는 꾸준히 발전하여 수개의 광양자비트(photonic qubit)를 처리하는 시스템을 구상할 수 있는 단계에 이르렀다.^[4]

한국표준과학연구원에서는 선형광학계 기반으로 광양자비트 간의 얽힘을 연구하고 있다. 단일광자 양자상태를 필요에 맞게 생성하고, 변환하고 측정하는 기술을 개발하여 단일광자 기반 측정기술을 확립하는 것이 장기적인 연구목표이다. 연구범위는 광양자비트 얽힘 생성, 제어, 측정 전반이고, 우리가 수행하는 연구는 다음과 같다: 우선 자발매개하향변환(spontaneous parametric down-conversion, SPDC)에 의한 광자쌍의 편광 얽힘을 생성한다. 더 나아가 광자쌍 개수를 늘리고 광간섭계를 구축해서 점차 많은 광양자비트들이 서로 얽히는 시스템을 구현한다. 얽힘을 유용하게 응용하려면 높은 품질을 가져야 하는데, 특히 서로 얽힌 양자비트 개수가 증가해도 얽힘 품질을 유지하는 것이 중요하다. 그러므로 얽힘 품질을 측정하는 기술을 개발하고, 특히 얽힘 품질을 한눈에 알아볼 수 있는 얽힘지수를 측정하는 기술을 개발한다. 만일 얽힘 품질

Fig. 2. SPDC in cascaded nonlinear crystals generates a polarization-entangled photon pair. The red dotted circles denote the pair of photons.

이 훼손되면 이것을 정제하는 기술이 필요하다. 이에 얽힘에 결잃음이 들어간 상태에서 최대한의 얽힘을 추출하는 얽힘정제 기술의 확보를 독자적으로 추진하고 있다. 서로 얽힌 광양자비트들을 늘리면 더욱 정교한 양자연산을 실행할 수 있다. 성공적인 양자연산 시연은 그만큼 단일광자의 양자상태 제어 기술의 수준을 검증하는 척도로 작용한다.

연구배경에 관한 해설에 이어서 본문에서는 SPDC 광자쌍 발생에 의한 얽힘 생성 및 동시계수를 이용한 얽힘 측정 및 얽힘 정제에 대하여 설명하고, 맺음말에서 미래에 관한 단상을 서술한다.

광양자비트의 얽힘 생성 및 측정

광자쌍을 생성하는 SPDC라는 비선형 효과의 동작원리는 그림 1과 같다.

유전체 매질의 편광이 전기장에 비례한다는 어림은 항상 유효한 것이 아니라, 베타붕화바륨(β -barium borate, BBO)과 같은 매질에서는 전기장의 공급이 편광에 미치는 영향을 무시할 수 없다. 그러한 소위 $\chi^{(2)}$ 비선형 결정체에 펄프광이라 불리는 강한 레이저광이 입사해서 매질 안의 위상정합(phase matching) 조건을 만족하면, 진공요동의 자극을 받은 펄프광자는 무작위로 두 개의 광자로 쪼개질 확률이 있다. 다시 말해서 SPDC에 의해 광자쌍이 확률적으로 생성된다.^[5] 결정체는 변화가 없으므로 광자들만의 에너지와 운동량의 보존 법칙에 따라 광자쌍 생성과 관련을 이루는 광자들의 주파수 및 운동방향 사이에 상관관계가 성립한다. 우리는 SPDC로부터 발생한

REFERENCES

- [3] P. Kok, W. J. Munro, K. Nemoto, T. C. Ralph, J. P. Dowling and G. J. Milburn, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 135 (2007).
- [4] W.-B. Gao, P. Xu, X.-C. Yao, O. Gühne, A. Cabello, C.-Y. Lu, C.-Z. Peng, Z.-B. Chen and J.-W. Pan, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 020501 (2010).
- [5] R. Boyd, *Nonlinear Optics*, 2nd ed. (Academic Press, San Diego, 2003).

Fig. 3. Two independently entangled photon pairs are generated through SPDC by a pump pulse that traverses twice through the cascaded crystals.

Fig. 4. A scheme for generating four qubits from two photons. The first photon can travel along paths a or b, the second photon along paths c or d. The PBS is a 50/50 polarizing beam splitter, the BS is a simple 50/50 beam splitter, W_H and W_Z are half-waveplates.^[6]

두 광자의 편광이 같은 방향이 되는 위상정합 조건에 한정해서 실험한다. 광정렬이 용이하고, 생성되는 광자쌍의 선풍이 상대적으로 넓어서 생성률이 더 높다는 기술적인 장점 때문이다.

그러나, 서로 다른 방향으로 운동하는 두 광자의 편광은 아직 서로 얹히지 않았다. 광자쌍 편광 얹힘을 생성하려면 비구별성(indistinguishability)을 부여해야 하는데, 그림 2처럼 비선형 결정체 2개를 사용하는 방법이 있다. 두 개의 동일한 비선형 결정체를 계단정합(cascade)이 되도록 붙이는데, 그 둘의 광축이 서로 수직이 되도록 접합하고 입사하는 펌프광의 편광방향을 45° 가 되도록 한다. 그럼 SPDC에 의해 광자쌍이 앞쪽 결정체에서 발생하면 두 광자는 수평편광상태를 갖게 되고, 뒤쪽 결정체에서 발생하면 수직편광상태를 가진다. 여기서 펌프광 펄스의 결맞음 길이, 결정체 두께 및 방향 등을 알맞게 정하고 결정체 내 두 편광성분 간의 군속도 차이를 복굴절 매질을 이용해서 보상하면, 생성된 광자쌍의 편광상태가 어느 쪽인지 측정하기 전에는 원천적으로 알 길이 없다. 수평편광과 수직편광의 가능성들이 간섭해서 얹힌 것이다.

선형광학계의 얹힘광원으로 SPDC를 유용하게 사용하지만 여러 기술적인 제약들이 따른다. 우선, SPDC에 의한 광자쌍

Fig. 5. A linear cluster state composed of four qubits encoded in two photons. Gray and white circles denote polarization and path qubits, respectively. Connecting lines denote entanglement, double lines denote entanglement within the same photon.

발생은 시간상 무작위로 일어나기 때문에 주문식(on-demand) 생성이 불가능하다. 광자쌍은 또한 그림 2가 묘사한 생성원뿔 중심축을 기준으로 서로 반대편에 발생하는데, 원뿔의 둘레를 따라 무작위로 발생한다. 이 상황에서 정확히 1개의 광자쌍 발생을 최대한 보장하려면 2개 이상의 광자쌍이 동시발생할 가능성을 극소화해야 한다. 펌프광의 세기를 충분히 줄이면 복수 광자쌍 발생 문제가 거의 해결되지만, 대신에 광자쌍 생성률이 저하된다. 반면, 서로 얹힌 광양자비트 개수를 증가시키는 간편한 방법은 복수의 광자쌍이 동시에 발생할 확률을 최대한 높이는 것이다. 그림 3은 계단정합 결정체에 대해 거울 반사에 의한 펌프광 이중통과를 이용해서 2개의 얹힌 광자쌍을 동시발생시키는 방법인데, 그 생성 확률은 1개의 광자쌍을 생성하는 것에 비해 현저히 낮다. 광자쌍 생성률이 낮은 것도 문제이지만 펌프광의 세기가 지나치게 강하면 결정체가 손상되고, 오늘날의 비선형 결정체 재료를 사용해서 3개의 광자쌍 동시발생을 얻는 것이 현재 기술의 한계로 보인다.

광양자비트 개수를 늘리는 방법은 광자쌍 개수 증가 외에 각 광자에 복수의 양자비트를 표기하는 방법이 있다. 그림 4는 수평편광과 수직편광이 얹힌 광자쌍 1개에 4개의 광양자비트를 표기하는 방법을 묘사한다. 계단정합된 비선형 결정체에서 SPDC에 의해 발생한 편광 얹힘 광자쌍에 경로 양자비트 2개를 추가하기 위한 간접계 장치이다. 단일광자의 수평편광상태와 수직편광상태를 각각 $|H\rangle$, $|V\rangle$ 라고 표시하고 $|D\rangle = (|H\rangle + |V\rangle)/2^{1/2}$, $|A\rangle = (|H\rangle - |V\rangle)/2^{1/2}$ 로 정의하면, 그림 4의 광학계는 다음의 2-광자 4-양자비트 상태를 생성한다:

$$|\Psi\rangle = |D, a\rangle(|D, c\rangle + |A, d\rangle) + |A, b\rangle(|A, c\rangle + |D, d\rangle)/2$$

PBS는 수평(수직) 편광을 통과(반사)시키는데 반해 BS는 편광과 상관없는 광분할기이다. W_H 는 $|H\rangle$, $|V\rangle$ 를 각각 $|D\rangle$, $|A\rangle$ 로 상호변환시키고, W_Z 는 $|H\rangle$ 를 무시하고 $|V\rangle$ 의 위상을 π 만큼 변화시키는 반파장판들이다. $|\Psi\rangle$ 는 클러스터 상태(cluster state)의 일종이고 그림 5처럼 나타낼 수 있다.

광양자비트 얹힘상태 중에서도 클러스터 상태를 생성하고자 하는 이유는 클러스터 상태 자체가 양자연산 시스템이 될 수 있기 때문이다. 즉, 양자연산회로의 구조와 클러스터 상태의 구조 사이에는 일대일 관계가 성립한다. 그러므로, 그림 6

Fig. 6. Comparison of quantum circuit computation with cluster state computation.

의 도식처럼 n 개의 양자게이트가 필요한 양자연산을 수행하기 위해서는 n 에 대응하는 개수의 양자비트로 구성된 클러스터 상태를 만든 뒤, 각 양자비트의 상태를 차례대로 일정한 규칙에 따라 측정하면 된다.^[7]

양자비트를 측정하면 측정이나 얽힘에 관한 정보는 사라지고 0 또는 1이라는 두 가지 결과 중 하나만 나타난다. 그러므로, 얽힘상태 자체는 한 번의 측정으로 가능하지 않고, 동일하게 준비된 얽힘상태에 대하여, 시스템 변수를 변화시키면서 단일광자 검출기들을 이용한 동시계수 측정을 반복하고 통계를 산출한다. 얽힘의 증거는 여러 가지 방식으로 볼 수 있다: 양자상태를 복원하는 양자단층분석(quantum state tomography, QST)은 얽힘상태에 관한 모든 정보를 내포하고, 얽힘지수(entanglement measure)를 얻는 약식 측정은 얽힘의 품질을 한 개의 수치로 표현한다.

그림 7은 광자쌍의 편광얽힘상태에 대한 동시계수 구도를 나타낸 것이다. 얽힘에 대한 정성적인 증거를 확인할 때에는 편광판을 조절해서 위상을 변화시키면서 얻은 동시계수 데이터에 나타나는 양자간섭무늬를 보면 된다. 그러나, 양자상태 밀도행렬을 복원하려면 QST를 실행해야 하고, 이를 위해 반파장판($\lambda/2$ -파장판)과 사분파장판($\lambda/4$ -파장판)을 조절하면서 동시계수를 측정하여 스토크스 연산자(Stokes operator)의 상관관계 기대값을 구한다. 이들 16개의 상관관계와 광자쌍 얽힘상태 밀도행렬 요소 16개 사이에 $\langle S_i S_j \rangle = \text{Tr}[\rho S_i \otimes S_j]$ 라는 관계가 성립하므로 측정값으로부터 가장 존재확률이 높은 밀도행렬을 추정하는 수치 해석을 통해 얽힘상태의 밀도행렬을 그림 8처럼 구할 수 있다.

Fig. 7. Confirmation of polarization entanglement in SPDC photon pairs. The classical mixed state and the quantum entangled state in theory exhibit distinct coincidence counting statistics. Our measurements showed quantum interference with data $\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = -45^\circ$ and $\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = -45^\circ$ in agreement with quantum predictions.^[8]

Fig. 8. Comparison of experimental and theoretical density matrices of the two-photon polarization-entangled state.^[6]

수치해석 방법은 주로 최우추정법(maximum likelihood estimation)을 사용한다. 밀도행렬은 측정대상인 양자상태에 관한 모든 정보를 내포하는 장점이 있는 반면, 그 행렬을 복원하는 QST를 수행하는 시간이 측정대상인 양자비트의 개수가 증가할수록 지수함수적으로 증가하는 단점이 있다. 그래서 양자상태 복원없이 얽힘의 품질만 알고 싶을 때에는 얽힘척도(entanglement measure)에 해당하는 물리량을 구한다. 얽힘척도는 동시존재성

REFERENCES

- [6] KRISS Internal Report 2006-041.
- [7] R. Raussendorf and H. J. Briegel, Phys. Rev. Lett. **86**, 5188 (2001).
- [8] H. S. Park, S.-K. Choi, J. Cho, M. S. Kang, J. Y. Lee and D.-H. Lee, OSK Winter Meeting 2007, Paper F2G-IV2.

Fig. 9. Coincidence counting statistics of 32 projected states that enable evaluation of the entanglement witness for the two-photon four-qubit state.^[9]

(concurrence), 엉킴(tangle) 등 여러 가지가 있는데, 우리가 많이 사용하는 것은 얽힘지수(entanglement witness)이다.^[10]

역행렬 계산을 통해 얽힘상태의 밀도행렬을 그림 8처럼 구할 수 있다. 밀도행렬은 측정대상인 양자상태에 관한 모든 정보를 내포하는 장점이 있는 반면, 그 행렬을 복원하는 QST를 수행하는 시간이 측정대상인 양자비트의 개수가 증가할수록 지수함수적으로 증가하는 단점이 있다. 그래서 양자상태 복원 없이 얽힘의 품질만 알고 싶을 때에는 얽힘척도(entanglement measure)에 해당하는 물리량을 구한다. 얽힘척도는 집합성(concurrence), 충실도(fidelity) 등 여러 가지가 있는데, 우리가 많이 사용하는 것은 얽힘지수(entanglement witness)이다.^[10] 얽힘지수는 파울리(Pauli) 연산자들로 표현되고 투영상태(projected state)들에 대한 동시계수 통계로부터 계산한다. 얽힘지수의 이상적인 값은 -1이고, 0보다 작으면 해당 양자상태는 얽힘상태이다. 4-양자비트 클러스터 상태의 얽힘지수를 구하기 위해서는 그림 9에서 볼 수 있듯이 32가지의 동시계수가 필요한데, 밀도행렬을 복원하는 데에 필요한 QST 동시계수 256가지보다 훨씬 경제적이다.

얽힘의 품질이 결잃음에 기인해서 저하되면 얽힘정제라는 작업을 통해서 얽힘을 어느 정도 회복할 수 있다. 우리가 개발한 얽힘정제 방법의 핵심소자는 편광의존손실(polarization-dependent loss)을 부여하는 가변 국소성 필터(tunable local filter)이다. 결잃음을 당한 2-광양자비트 얽힘상태의 각 광양자비트의 밀도행렬을 구한 뒤 필터를 조정해서 편광도(degree of polarization)를 0에 수렴시키는 작업을 각 광자에 대해 번갈아가며 실행한다. 이 절차의 반복 회수를 거듭하면서 얽힘척도는 높아지면서 일정한 값에 수렴하고, 2-광양자비트 얽힘상태 생성과정의 결잃음은 어느 정도 보상된다.^[11]

SPDC 기반 선형광학계는 클러스터 상태, NOON 상태, Schrödinger의 고양이 등 여러 종류의 얽힘상태의 생성에 활용될 수 있다. 가령, 우리가 개발한 클러스터 상태 생성을 위

한 얽힘 생성 장치를 약간 개조하면 별개의 얽힘상태인 NOON 상태를 생성할 수 있다. NOON 상태란 서로 다른 광모드 간에 광자수가 얽힌 양자상태로서 $|\Psi\rangle = (|N, 0\rangle + |0, N\rangle)/2^{1/2}$ 처럼 표현한다. NOON 상태를 구성하는 N 개의 광자는 마치 파장이 $1/N$ 배 작아진 1개의 광자처럼 작용하므로, 이미징 해상도를 N 배 높일 수 있고, 위상 어림 불확도를 $N^{1/2}$ 배 줄일 수 있는 등 고전한계를 넘는 비고전적인 효과를 나타낼 수 있다.^[12] 그러므로, 광자수 N 을 높이고 $N > 2$ 를 만족하는 NOON 상태를 활용하는 시스템을 만드는 일이 기술적인 도전이다.^[13]

맺음말

한국표준과학연구원에서 추진하는 양자광학 연구의 주된 내용은 다수의 광양자비트 간의 얽힘에 대한 생성, 제어, 측정 기술을 개발하는 것이다. 특히 중점을 두는 것은 클러스터 상태, NOON 상태 등 더욱 정교한 얽힘상태 생성 및 활용인데, 여기서 양자광 시스템의 성능을 가늠하는 여러 지표들, 가령, 얽힘 양자비트 개수와 얽힘지수 등의 극대화가 연구대상이다. 이를 위하여 더욱 개선된 시스템을 만들고, 시스템 불확도 요인들을 찾아내어 최소화하고, 새로운 기술을 도입하고 또한 자체개발한다. 얽힘과 관련한 지표들의 극대화는 양자정보처리 능력 향상 및 광측정 및 이미징 등과 관련한 한계를 넘어선 성능 향상으로 이어질 뿐만 아니라 단일광자의 양자상태를 준비하고 제어하는 기술을 개발하는 것이다. 이러한 노력은 빛의 성질에 대한 측정을 잘 기술된 양자상태의 광자들에 대한 계수로 환원하는 광측정 기술 및 광도복사도 측정표준 개발에 장기적으로 기여할 것으로 예상된다. 이미 여러 가지 제안이 제시되었다^[14]: 정확히 규정된 단일광자를 방출하는 절대광원, 교정광원이 필요없는 절대효율 측정, 광매체의 편광분산에 기인한 절대 광시차측정 등이 그것들이다. 단일광자 얽힘 기술 개발의 과제는 궁극적으로 단일광자 기반의 측정기술 및 양자정보 기술을 개발하는 것이다.

REFERENCES

- [9] H. S. Park, J. Cho, J. Y. Lee, D.-H. Lee and S.-K. Choi, *Opt. Express* **15**, 17960 (2007).
- [10] G. Tóth and O. Gühne, *Phys. Rev. A* **72**, 022340 (2005).
- [11] H. S. Park, H. Kim and S.-K. Choi, *International Quantum Electronics Conference 2009*, Paper IWC5.
- [12] J. P. Dowling, *Contemporary Physics* **49**, 125 (2008).
- [13] H. Kim, H. S. Park and S.-K. Choi, *Opt. Express* **17**, 19720 (2009).
- [14] A. V. Sergienko, *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi," Course CXLV* (IOS Press, Amsterdam, 2001).