쿨롱삼체문제로서의 헬륨원자

DOI: 10.3938/PhiT.19.021

최낙렬·이민호·변창우

The Helium Atom as a Three-Body Coulomb Problem

Nark Nyul CHOI, Min-Ho LEE and Chang Woo BYUN

Characterization of the resonant photoionization cross section of the helium atom was one of the biggest challenges for long time since Madden and Codling's discovery of doubly excited states in 1963. We introduce a history of the helium atom in the aspect of development of semiclassical methods, and describe a success of a semiclassical approach in the challenge. And a fundamental question that is still defying our theoretical understanding is presented for further studies.

보어 이론의 붕괴와 양자역학 탄생의 주역

1913년 보어는 가벼운 전자가 무거운 핵 주위를 맴돈다는 러더포드의 원자모형을 받아들여 다만 전자의 고전역학적 운동 궤도들 중에서 각운동량이 플랑크상수의 정수배를 가지는 상태들만 실제로 존재할 수 있다는 가설을 도입함으로써 그때까지 실험적으로 알려져 오던 수소원자에 대한 리드베리 공식을 깨끗하게 설명할 수 있게 되었다. 그리고 보어의 성과에 고무되어, 고전역학적 운동 궤도를 사용하되 양자조건을 부여함으로써 미시세계에서 일어나는 현상을 이해하고자 하는 시도가 많은 물리학자들에 의해 시작되었다. 그 가운데에서도 가장 시급하게 다루어지던 문제는 헬륨원자에 대한 에너지 스펙트럼이었다. 수소원자에 대해 놀라운 성공을 거둔

Fig. 1. Bohr's atomic model. Electrons revolve, in fixed atomic shells denoted by numbers n , round the nucleus. The Rydberg formula can be derived from this model by evaluating the photon frequency as the energy difference between two atomic shells.

보어의 이론을 원자의 주기율표에서 가장 단순한 원자인 수소원자의 바로 다음에 위치한 헬륨원자에 적용하겠다는 것은 너무도 당연한 일이었다고 하겠다.

1913년 이후, 당대의 물리학 대가들이 거의 모두 달려들어 헬륨원자의 바닥상태 에너지를 구하는 일에 매달렸다. 보어의 이론을 적용하기 위해서는 우선 두 개의 전자가 원자핵 주위에서 어떤 주기 운동을 하는가 알아내야 하는데 이 일이 쉽지 않았다. 그림 2에서 대표적인 몇 가지의 시도를 볼 수 있는데 이 모든 시도들이 실패로 돌아갔다. 보어로부터 이 문제에서의 어려움을 듣게 되어 흥미를 가지게 된 하이젠베르크는 이 문제를 해결하기 위해 이삼 년간 너무도 심각하게 매달려 전초열을 겪을 지경까지 이르렀으나 도무지 해결의 실마리조차 찾을 수가 없게 되자, 고전역학적 궤도를 사용하는 보어의 이론 자체가 미시세계를 올바르게 기술하지 못하는 결함을 가진 이론이라는 결론에 도달하게 되었으며, 마침내 궤도라는 고전역학적 개념 자체를 부정하는 전혀 새로운 역학 체계, 즉 양자역학을 만들어내게 되었다.

1925년 하이젠베르크와 슈뢰딩거에 의한 양자역학이 태어나자 곧이어 이것을 사용하여 헬륨원자의 바닥상태 에너지를 계산하게 되었으며, 4년 후인 1929년이 되자 유효자리 5개

저자약력

최낙렬 교수는 1988년 한국과학기술원에서 박사학위를 취득하였고, 현재 금오공과대학교 자연과학부에 재직 중이다. (nnchoi2001@yahoo.co.kr)

이민호 박사는 1997년 한국과학기술원에서 박사학위를 취득하였으며, 현재 금오공과대학교 강사로 재직 중이다. (mhlee02kr@yahoo.co.kr)

변창우 박사는 2007년 금오공과대학교에서 박사학위를 취득하였으며, 현재 금오공과대학교 강사로 재직 중이다. (cwbyun@yahoo.co.kr)

Fig. 2. Examples of periodic configurations of the electron pair in helium that served as classical models for the ground state: proposed by (a) Bohr in 1913; (b) and (d) Langmuir in 1921; (c) Landé in 1919; (e) Kemble in 1921 and Kramers in 1923 (from Ref. 1).

까지 정확한 값을 얻을 수 있게 되었다. 그 이후로는 헬륨원자에 대한 고전역학적 고찰이 더 이상 필요치도 않고 의미도 없는 것으로 여겨지게 되었다. 원자를 다룰 때 고전역학적 궤도를 사용하는 일은 더 이상 수행되지 않았으며, 1913년부터 1925년까지 많은 사람들이 겪었던 헬륨원자의 고전역학이 가지고 있는 어려움에 대해서는 모두 잊혀지게 되었다.

보어 이론의 부활

이후 양자역학은 급속도로 발전하여 원자 자체의 특성뿐 아니라, 원자와 전자 그리고 원자와 빛의 상호작용에 의한 비교적 단순한 과정들을 정확하게 다룰 수 있게 되었다. 그러던 중 한 가지 중요한 발견이 있었는데, 1963년 Madden과 Codling이 싱크로트론에서 발생된 극자외선을 헬륨원자에 쏘이는 과정에서 발견한 공명현상이었다.^[2] 이 공명현상은 이중 여기상태, 즉 두 개의 전자가 동시에 들떠있는 상태에 의해 일어나는 현상이라는 해석을 통해 이해될 수 있었다. 두 개의 전자가 모두 들떠있는 상태는 불안정해서 수명을 가지고

있으며 결국 하나의 전자가 다른 전자가 가지고 있는 에너지를 받아서 원자핵으로부터 떨어져 나가는 것으로 마감된다. 그런데 전자 하나가 광자 하나를 흡수한 후에 그 전자뿐 아니라 다른 전자까지 들뜨는 사건은 두 전자 사이의 상호작용을 무시하면 일어날 수 없는 사건이며 또한 들떠있는 두 개의 전자들이 에너지를 주고받아 하나가 원자핵으로부터 떨어져 나가는 것도 전자-전자 상호작용을 무시하면 일어날 수 없는 사건이므로, 이때부터 이중여기상태와 관련된 현상에서는 전자-전자 상호작용이 중추적 역할을 한다는 것을 인식하게 되었다. 이러한 인식에 따라 이중여기상태는 한 개의 배위(configuration)로는 표현할 수 없으며, 두 개 이상의 배위를 혼합하여 나타내게 되었다.^[3]

1980년 이후 싱크로트론 방사광의 세기가 강해지고 에너지 분해능이 향상됨에 따라 점점 더 헬륨원자의 이중이온화 문턱, 즉 두 개의 전자가 모두 핵으로부터 떨어지는 상태로 들어가는 문턱에 가까운 에너지영역에 존재하는 매우 많은 수의 이중여기상태들이 발견되기 시작했다. 그리고 이중여기상태들은 공명상태의 수명이 1000배 이상 차이가 나는 등 매우 다른 특성을 가진 시리즈로 분류될 수 있다는 관찰 사실도 알려지게 되었다. 그런데 무엇 때문에 이중여기상태들이 그렇게 크게 다른 특성들을 가지는지에 대해 정성적으로 이해하는 것이 어려웠다.

헬륨원자를 기술하는 슈뢰딩거 방정식의 해석적 해는 존재하지 않으므로 수치 해를 구하는 수밖에 없는데, 이중이온화 문턱 가까운 에너지 영역에 있는 이중여기상태에 대한 양자역학적 해를 구하는 것은 기술적으로 매우 어렵다. 그런데 그 어려움을 극복하고 겨우 수치 해를 구하더라도 그런 결과를 만들어내는 근본 메커니즘을 파악하는 일은 거의 불가능한 것처럼 느껴지는 시기를 맞게 된 것이다. 초기에 발견되었던 낮은 에너지를 가지는 몇 개의 이중여기상태들과는 달리 이제는 그 배위혼합이 너무도 복잡해져서 더 이상 배위혼합으로 설명할 수 없었을 뿐 아니라, 설명 배위혼합으로 설명하려고 해도 왜 배위혼합이 그런 복잡한 형태로 일어나야 하는지 그리고 그런 배위혼합이 무엇을 의미하는지를 설명하는 일이 필요하므로 이런 방식은 도움이 되지 않는 것이었다.

이 무렵 많은 관심을 받고 있던 '균일한 자기장 내에 놓인 수소원자'도 비슷한 상황에 직면해있었다. 언뜻 보기에 이 계

REFERENCES

- [1] G. Tanner, K. Richter and J.-M. Rost, Rev. Mod. Phys. **72**, 497 (2000).
- [2] R. P. Madden and K. Codling, Phys. Rev. Lett. **10**, 516 (1963).
- [3] U. Fano and J. W. Cooper, Phys. Rev. **138**, A1364 (1965).

는 전자가 한 뿐이라 어려울 것이 하나도 없을 것처럼 보이지만, 전자가 원자핵으로부터 받는 쿨롱포텐셜은 구면 대칭성을 가지는 반면 자기장으로부터의 포텐셜은 원통 대칭성을 가지므로 이 계도 헬륨원자와 같이 해석적으로는 적분불가능한 계이다. 1963년 로렌츠가 이상한 끌개를 발견하고,^[4] 1978년 파이겐바움이 보편성이 존재하는 혼돈계를 발견한 것^[5] 계기로 비선형 동역학과 혼돈계에 관심이 높아진 가운데, 1980년대에 들어서면서 자기장 내에 놓인 수소원자도 고전역학적으로 혼돈계라는 것을 인식하게 되었다. 그런 가운데 빈트겐은 거츠윌러가 1970년대 초에 보여 이론을 현대적으로 확장하여 혼돈계의 양자역학을 근사적으로 다룰 수 있는 준고전적 방법을 고안했다는 것을 알게 되어 그 방법을 이 원자계에 적용해 보았다. 놀랍게도 그 방법은 자기장 내에 놓인 수소원자의 높은 에너지 상태들의 특성을 잘 파악할 수 있게 해 주었다. 특히 겹으로 보기에는 마치 잡음처럼 여겨지는 상태밀도(density of states) 분포가 실제로는, ‘혼돈속에 질서’라는 표어처럼, 고전적 주기궤도들의 액션이라는 물리량에 따라 나열하면 아주 규칙적으로 결정되어진다는 것을 발견하게 되었다.^[6] 이 사건은 아주 커다란 충격이었으며, 이때부터 원자물리학에서도 고전역학적 궤도를 사용하는 준고전적 방법이 다시 강력한 하나의 도구로 사용되기 시작하였다. 물론 현대에 사용되는 준고전적 방법은 거츠윌러, 베리, 마슬로프 등이 보여 이론의 틀린 점을 수정하였을 뿐 아니라 혼돈계에 대해서도 적용할 수 있도록 발전시킨 것이다.^[7]

준고전적 방법을 원자계에 적용함으로써 커다란 성공을 거둔 빈트겐은 드디어 헬륨원자의 고전역학이 푸왕카레가 발견한 삼체문제의 쿨롱 버전이라는 인식하에 이 계의 위상공간 구조를 살펴보게 되었으며, 이를 바탕으로 준고전적 방법을 적용하여 헬륨원자의 바닥상태 에너지를 2% 이내의 정확도로 계산하였다.^[8] 이 계산의 정확도는 현재의 양자역학적 수치계산결과와는 비교할 수 없이 낮지만, 1913년부터 1925년까지 수많은 물리학자들이 보어가 수소원자에 대해 했던 것처럼 헬륨원자의 두 전자가 만드는 고전역학적 궤도를 사용하여 얻어내고자 열망하던 그 일을 마침내 이룩한 것이다. 그런데 이 일이 현대에서 큰 의미를 가지는 것은 슈뢰딩거 방정식을 수치적으로 풀어서 얻는 방법으로는 도저히 이해할 수 없는 현상을 해석할 수 있게 도와준다는 것이다. 그 중에 하나는 헬륨원자의 이중여기상태들 중에 두 가지 시리즈의 특성을 이해할 수 있게 된 것이다. 한 가지 시리즈는 eZe (전자-원자핵-전자의 배열로 되어있는 상태)이며 다른 한 시리즈는 Zee(원자핵-전자-전자의 배열)인데, 두 배열의 고전역학적 특성은 완전히 달라서, eZe는 완전한 혼돈계인 반면 Zee는 거의 안정된 계이며, 따라서 eZe에 비해서 Zee 시리즈

Fig. 3. Total photoionization yield of doubly excited helium below I_{15} (in units of 10^{-3} of signal background, s.b.): Experimental data (top, red) and theoretical results (bottom, blue) (from Ref. 9). The vertical bars indicate the positions of the single ionization thresholds from I_8 to I_{15} . Note that the double ionization threshold energy corresponds to the photon energy 79.0052 eV.

의 수명이 훨씬 길게 된다. 준고전 방법에 의해 파악할 수 있는 또 한 가지 중요한 특성은 eZe 시리즈와 Zee 시리즈의 상태밀도를 이해할 수 있다는 것이다.

헬륨원자의 광이온화단면적에 나타나는 공명

1963년 Madden과 Codling이 헬륨원자의 광이온화단면적에 나타나는 공명을 발견한 이후, 앞에서 이야기했던 대로, 싱크로트론 기술과 계측기의 발달로 인해 200년대에 이르러서는 그림 3에 보이는 바와 같이 이중문턱에너지에 매우 가까운 영역에 이르기까지 아주 뛰어난 분해능을 가진 실험 결과를 얻을 수 있게 되었다. 그리고 컴퓨터의 눈부신 발달과 수치해석방법의 발전에 힘입어 양자역학적 수치계산도 실험과 거의 같은 에너지영역과 분해능을 가진 결과를 얻을 수 있게 되었다. 그러나 비록 이런 정확한 데이터를 얻었지만 사람들은 그림 3에서 보이는 저런 불규칙적이고 혼돈스러운 데이터를 어떻게 해석해야 할지 몰랐다. 앞에서 소개했던 빈트겐 그룹도 헬륨원자의 광이온화 단면적에 대해 이해하고 싶었으나, 전자 두 개의 운동을 기술하기 위해서 필요한 6차원 위상공간을 살펴보는 것이 너무도 어려운 일이라서 물려서고 말았다. 그들은 대신 eZe와 Zee 배열과 같은 4차원 불변부분 공간에 대해서만 연구를 진행하였던 것이다.

그림 3에 나타난 신호들은 헬륨원자의 광이온화 단면적에서 공명효과를 반영하고 있다. 이를 해석하기 위해서 우리는 우선 헬륨원자가 공명상태로 진입하는 길이 위상공간의 어느

REFERENCES

- [4] E. N. Lorenz, J. Atmos. Sci. **20**, 130 (1963).
- [5] M. J. Feigenbaum, J. Stat. Phys. **19**, 25 (1978).
- [6] D. Wintgen, Phys. Rev. Lett. **58**, 1589 (1987).
- [7] M. Gutzwiller, *Chaos in Classical and Quantum Mechanics* (Springer, 1990).
- [8] G. S. Ezra, K. Richter, G. Tanner and D. Wintgen, J. Phys. B **24**, L413 (1991).

Fig. 4. (a) Total photoionization cross section for range $I_{10} \sim I_{50}$ and (b) its fluctuating part. The smooth part is subtracted by fitting a linear function in E to the signal in (a).

부분에 위치하는가를 찾아내는 일을 시작했다. 중력삼체문제에서 비롯된 몇 가지 기법과 비선형동역학에서 널리 사용하고 있는 개념들을 사용함으로써, 2004년이 되어서야 비로소 삼중충돌점, 즉 원자핵과 두 전자가 한 점에 놓인 상태가 바로 공명상태로 들어가고 나오는 문의 중심이라는 것을 발견하였다.^[10] 그리고 이 발견을 기초로 하고 현대적 준고전적 방법을 적용함으로써 드디어 헬륨원자의 광이온화에 나타나는 공명현상을 이해할 수 있게 되었다.^[11] 그들의 준고전적 방법에 의하면, 잡음처럼 보여지는 그림 3의 신호는 에너지 절대치의 제곱근에 역수를 취한 것에 대해 푸리에 변환하면 삼중충돌점에서 출발하여 삼중충돌점으로 다시 돌아오는 닫힌궤도(CTCO)의 액션에서 피크들이 나타나게 되어 있다. 그리고 광자의 에너지가 점점 올라가서 이중이온화가 가능해지는 문턱에 가까가면 그 공명신호의 진폭이 에너지의 μ 승에 비례해서 점점 줄어들게 된다는 것이다 (여기서 이중이온화문턱 에너지를 0으로 잡았다). 그리고 무한히 많은 CTCO들 모두에 대해서 그 불안정성이 에너지에 따라 늘어나는 정도는 모두 같다는 사실을 발견하였으며, 또한 그 값을 해석적으로 계산할 수 있었다. 그리고 이로부터, 헬륨원자의 경우 $\mu = 1.306$ 라는 것을 유도할 수 있었다.

그들은 자신들의 이론이 타당하다는 것을 피력하기 위해 정확한 양자역학적 광이온화단면적 계산 또는 실험 결과가 필요했다. 그러나 그들이 원하는 데이터는 그 당시뿐만 아니라 아직까지도 얻을 수 없는 것이었으므로 그들은 다른 길을 모색했다. 다행히 CTCO는 eZe 불변부분공간에 놓여있으므로 eZe 즉, 일차원 모형에 대해 광이온화 단면적을 양자역학적으로 정확하게 계산하고 그 결과를 분석해서 CTCO의 역할을 볼 수 있다면 매우 설득력 있는 보기가 될 것이다. 일차원 eZe 모형에 대한 광이온화 단면적과 그 안에 나타나는 공명부분을 그림 4에 나타냈다. 그림 4(b)에서 보면 과연 진폭이

Fig. 5. Fourier spectrum of the fluctuating part of the eZe cross section. The circles denote the position $\tilde{S}_j$ and (relative) size of inverse of the instability for CTCO's with $\tilde{S}_j < 15$. The corresponding CTCO trajectories in configuration space are shown for some of the peaks in the insets.

에너지가 0에 다가섬에 따라 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이 그림을 확대해서 보면 정말 아무 규칙도 없는 잡음처럼 보이지만 이것을 앞에서 언급한 대로 푸리에변환하게 되면 (그림 5 참조) 준고전적 이론이 예상한 대로 각 CTCO의 액션 값에 피크들이 나타난다. 그리고 그림 4(b)의 데이터로부터 진폭을 에너지의 함수로 맞춰보면 이론에서와 같이 $\mu = 1.3 \pm 0.04$ 임을 알 수 있다. 앞으로 일차원 모형이 아닌 실제 헬륨원자에 대한 양자역학적 계산과 실험 결과를 가지고 분석해봐야 하겠지만 일차원 모형을 통해 본 것으로는 준고전적 이론에 의한 결론이 타당해 보인다.

그림 3에 나타난 실험 데이터는 모형이 아닌 실제 헬륨원자에 대한 실험결과이다. 비록 데이터의 정확도에 의문이 있고 그리고 에너지가 아직 낮은 부분에 대한 데이터만 존재하지만 그래도 준고전적 이론이 예측하는 것과 어느 정도 일치하는지를 살펴보는 것은 흥미로운 일이다. 이 데이터로부터 얻은 푸리에 변환을 구해보면 그림 6과 같이 나타난다. 피크의 위치와 높이가 그림 5에서 보는 것과 거의 일치한다는 것은 매우 고무적이다. 앞으로 좀 더 높은 에너지에 대해 좀 더 정밀한 실험 데이터가 알려진다면 준고전적 이론에 의한 예측의 타당성을 분명하게 판단할 수 있을 것이다.

REFERENCES

- [9] Y. H. Jiang *et al.*, Phys. Rev. A **78**, 021401(R) (2008).
- [10] N. N. Choi, Min-Ho Lee and G. Tanner, Phys. Rev. Lett. **93**, 054302 (2004).
- [11] C. W. Byun, N. N. Choi, M.-H. Lee and G. Tanner, Phys. Rev. Lett. **98**, 113001 (2007); M.-H. Lee, C. W. Byun, N. N. Choi and G. Tanner, Phys. Rev. A **81**, 043419 (2010).

Fig. 6. The Fourier spectrum of the fluctuating part of the experimental data for photoionization cross section of the helium atom, which is shown in Fig. 3. The arrows denote the position S_j for CTCO's. Arbitrary units were used for the ordinate axis.

여기서 한 가지 언급하고 넘어갈 점은 왜 정밀한 측정이 요구되는가 하는 점이다. 그림 3에 보이는 신호는 광이온화 단면적 자체가 아니라 배경을 제외한 부분, 즉 공명에 의한 요동부분만 나타낸 것인데, 배경에 비해 요동부분의 진폭이 $1/1000$ 밖에 되지 않으므로 정밀한 측정이 요구된다. 에너지가 이중이온화문턱에 다가설수록 이 비율은 대수적으로 0에 접근하게 되고 더구나 요동의 에너지 간격 또한 0으로 접근하므로 조금만 더 높은 에너지에 대한 데이터를 얻으려고 해도 한층 정밀한 측정이 필요하게 된다.

아직 남겨진 어려운 문제: 근사적 보존량

헬륨원자의 이중여기상태의 에너지와 파동함수를 구해서 작성한 그림 7은 우리에게 한 가지 중요한 점을 시사한다. 이중여기상태들을 $\langle \cos \theta_{12} \rangle$ 값에 따라 분류할 수 있는 것처럼 보인다. 여기서 θ_{12} 는 두 전자가 핵을 중심으로 이루는 각, E_{Dir} 는 이중이온화문턱에너지를 나타낸다. 이렇게 첫 번째 것, 두 번째 것 세어 가며 상태를 분류할 수 있다는 것은 양자수가 있다는 것이고, 양자수가 있다는 것은 이 양자수에 관련되어 무언가 보존되는 물리량이 있다는 것을 의미한다. $\langle \cos \theta_{12} \rangle = -1$ 는 eZe에 해당되고 $\langle \cos \theta_{12} \rangle = 1$ 는 Zee에 해당되는데, eZe에 가까운 쪽에 있는 상태들에 대해서는 직선으로 연결되는 시리즈들이 보다 분명하게 여러 개가 보이고, Zee쪽에는 몇 개 되지는 않지만 역시 분명하게 분류되는 것들이 보인다. 반면에 $\langle \cos \theta_{12} \rangle = 0$ 근처의 상태들은 어떻게 서로 연결이 된다고 이야기할 수 없을 정도로 복잡한 분포를 보이고 있다.

Fig. 7. Calculated $\langle \cos \theta_{12} \rangle$ values as a function of resonance energy E below I_{17} . Each point represents a particular resonance, and the positions of I_N are marked by thick vertical bars in the bottom part. The different colors distinguish resonances below the ionization thresholds I_N : Violet $N=9$, red 10, cyan 11, green 12, orange 13, blue 14, magenta 15, black 16, and brown 17. The principal Rydberg series $F=N-K=2$ and the series $13, -12n$ are marked by a dashed black line and an encircled dashed ellipse, respectively. From Ref. 8.

과연 이중여기상태들을 분류할 수 있는 양자수는 존재하는가? 완벽하지 않더라도, 근사적으로라도 존재하는가? 이러한 물리량이 존재한다면 위상공간의 구조에 어떤 형태로 반영되어 있을 것인가? 현재 이런 질문에 답할 수 있는 사람은 아무도 없다.

위상공간의 구조를 조사해보고 싶지만, 각운동량 0인 경우에 대해서만 그 공간의 차원이 6이다. 에너지 보존법칙을 사용하고 푸앵카레 단면을 도입하더라도 그 면이 4차원 공간이다. 어떤 면을 푸앵카레 단면으로 취해야 전체적 위상공간 구조가 잘 나타날 것인지 그것을 찾아내는 것부터 쉽지 않아 보이지만, 이 문제는 거의 해결된 것으로 보인다.^[12] 이제 4차원 공간인 푸앵카레 단면의 구조를 어떻게 파악할 것인가 하는 문제가 지금으로서는 너무나 커다란 장애물이다.

비선형동역학에 대한 문헌들은 주로 2차원 푸앵카레 단면을 다루는 방법을 소개하고 있다. 2차원 단면은 눈으로 볼 수 있어서 구조를 파악하는 것이 이슈가 되질 않는다. 그러나 4차원 공간의 구조를 파악하는 것은 육안으로 불가능하기 때문에 무언가 구조 파악을 위한 수학적 방법을 개발해야 할 필요가 있다. 푸앵카레 단면의 차원이 4 이상인 시스템에 대한 비선형동역학이 지금 더 이상 발전하지 못하고 있는 것도 구조 파악을 위한 방법을 아직 찾지 못한 것 때문이라고 할 수 있다. 따라서 헬륨원자의 위상공간 구조를 탐색하는 일은 이중여기상태 분류와 근사적 보존량을 넘어서 아주 엄청난 파급효과를 비선형동역학 전반에 걸쳐 끼칠 수도 있다.

REFERENCES

- [12] M.-H. Lee, N. N. Choi and G. Tanner, Phys. Rev. E **72**, 066215 (2005).