TÓPICOS EM CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA

VOLUME IV

EDITORA CONHECIMENTO LIVRE

Frederico Celestino Barbosa

Tópicos em ciências exatas e da Terra

4ª ed.

Piracanjuba-GO
Editora Conhecimento Livre
Piracanjuba-GO

Copyright© 2021 por Editora Conhecimento Livre

4ª ed.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Barbosa, Frederico Celestino
B238T Tópicos em ciências exatas e da Terra

/ Frederico Celestino Barbosa. – Piracanjuba-GO

Editora Conhecimento Livre, 2021

128 f.: il
DOI: 10.37423/2021.edcl358
ISBN: 978-65-89955-71-9
Modo de acesso: World Wide Web
Incluir Bibliografia

1. matemática 2. física 3. química 4. geociências 5. ciências-da-computação I. Barbosa, Frederico Celestino II. Título

CDU: 30

https://doi.org/10.37423/2021.edcl358

O conteúdo dos artigos e sua correção ortográfica são de responsabilidade exclusiva dos seus respectivos autores.

EDITORA CONHECIMENTO LIVRE

Corpo Editorial

Dr. João Luís Ribeiro Ulhôa

Dra. Eyde Cristianne Saraiva-Bonatto

Dr. Anderson Reis de Sousa

MSc. Frederico Celestino Barbosa

MSc. Carlos Eduardo de Oliveira Gontijo

MSc. Plínio Ferreira Pires

Editora Conhecimento Livre
Piracanjuba-GO
2021

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 6
INTERVAL RIDDERS' ROOT FINDING METHOD
Sérgio Mário Lins Galdino
DOI 10.37423/211004794

CAPÍTULO 2 24
PROPOSIÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS NORTEADAS POR TEORIAS DAS CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO E NO APORTE METODOLÓGICO DAS ATIVIDADES INVESTIGATIVAS E DAS TDICS
Tailon Thiele
Eliane Miotto Kamphorst
Carmo Henrique Kamphorst
DOI 10.37423/211004936

CAPÍTULO 3 42
EXPERIÊNCIA PILOTO NO MAPEAMENTO DA BASE DO MANTO DE INTEMPERISMO COM SÍSMICA PASSIVA PELO SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL
Lúcia Maria da Costa e Silva
Abraão Fernando Figueira de Melo
William August Sauck
DOI 10.37423/211004941

CAPÍTULO 4 50
INTERVAL-VALUED DATA HIERARCHICAL AGGLOMERATIVE CLUSTERING GEOMETRIC METHODS: COMPARISON OF THREE REPRESENTATIVE POINTS TO MERGE
Sérgio Mário Lins Galdino
Jornandes Dias da Silva
DOI 10.37423/211104964

CAPÍTULO 5 75
ANÁLISE DE VIBRAÇÃO APLICADA EM MANCAIS DE ELEVADOR DE AREIA COM AUXÍLIO DE SOFTWARE ANALISADOR
Alycion Marinho Weisheimer
Ademir José Demétrio
Claiton Emilio do Amaral
Emerson José Corazza
Fábio Krug Rocha
Flávio de Borba Prá
Gilson João dos Santos
Paulo Roberto Queiroz
Renato Cristofolini
Rosalvo Medeiros
DOI 10.37423/211104981

CAPÍTULO 6 105
ANÁLISE ESTRUTURAL DE UMA VIGA DE MATERIAL COMPÓSITO UTILIZADA NA SUINOCULTURA ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E CÁLCULOS ANALÍTICOS
Luiz Antonio de Souza
Ademir José Demétrio
Claiton Emilio do Amaral
Emerson José Corazza
Fábio Krug Rocha
Flávio de Borba Prá
Gilson João dos Santos
Paulo Roberto Queiroz
Renato Cristofolini
Rosalvo Medeiros
DOI 10.37423/211104983

Capítulo 1

10.37423/211004794

INTERVAL RIDDERS' ROOT FINDING METHOD

Sérgio Mário Lins Galdino

Polytechnic School of the University of Pernambuco

Abstract: In this paper an interval algorithm for _nding zeros of nonlinear equation is presented. The classical version of interval Newton's method and the new (supposed) interval Ridders' method has been tested on a series of examples. The interval Ridders' method is competitive when com- pared with the interval Newton's method (used version). The numerical results empirically show that all methods gave us veri_ed computations (self-validating), ensuring that the exact value is certain to belong to the intervals computed.

keywords: self-validating numerical methods, interval computing, interval analysis, root-nding, nonlinear equations.

1 INTRODUCTION

One important occurring problem in scientific work is to find a real root of a nonlinear equation

$$f(x) = 0 \qquad (1)$$

In this paper we consider the problem of finding and bounding simple zeros of $f(x)$ in a given finite, closed interval $[x]_0 = [a, b]$, the methods are interval methods. The simple version of the interval Newton method is considered by Hansen [3] to be a so efficient method that no others methods or variants are need. In despite of this, several interval methods for this problem has been published [1, 2, 3, 4]. Recently, based on interval extension of the Newton method, there are an interval extension of Ostrowski method and its modified method [5] for computing the enclosure solutions of nonlinear equations. In

[6] was produced an interval extension of the King method. Also, an interval version of Traub's method is presented in [7].

The methods allow us to find a set of intervals of smallest possible width such that each interval includes one or more zeros of $f(x)$ from a given interval

$[x]_0$ I(R). We focus on the case of one isolated zero in $[x]_0$ using the new (supposed) interval Ridders' method without derivatives.

2. PRELIMINARY CONSIDERATIONS

This section is an introduction to basic concepts. Introductory books on interval analysis and numerical methods should be sufficient to get the most out of this text. Overall, it may used to explain in simple terms the pitfalls of numerical calculations, and how to mitigate these problems.

2.1 INTERVAL ARITHMETIC

The interval arithmetic was developed as tool to study errors limits in numeric computations [8]. It is used to determine the effects of initial data, round-off and truncation errors. The interval arithmetic yields two values for each result. They correspond to the inferior and superior limits of an interval, such that the true result is guaranteed to belong to this interval. The interval width indicates the result accuracy. Therefore, the great challenge is to produce narrow intervals so that they can be acceptable in practical applications. The uncritical utilization of interval arithmetic techniques leads to error

bounds too pessimistic. For applications of interval arithmetic, therefore, it is necessary to develop new algorithms.

Throughout this paper interval objects are enclosed in square brackets [.]. Underscores and overscores denote lower and upper bounds, respectively. A real interval [*x*] is a nonempty set of real numbers

$$[x] = [\underline{x}, \overline{x}] = \{\tilde{x} \in \mathbb{R} : \underline{x} \leq \tilde{x} \leq \overline{x}\}$$

Where $\underline{x}$ and $\overline{x}$ re called the infimum (inf) and supremum (sup), respectively, and $\tilde{x}$ is a point value belonging to an interval variable $[x]$.The set of all intervals $\mathbb{R}$ is denoted by I $(\mathbb{R})$ where $I(\mathbb{R}) = \{[\underline{x}, \overline{x}] : \underline{x}, \overline{x} \in \mathbb{R} : \underline{x} \leq \overline{x}\}$.

The midpoint of [x] is defined as, mid $[x] = \check{x} = \frac{1}{2}(\underline{x} + \overline{x})$and the radius of x is defined as, rad $[x] = \Delta x = \frac{1}{2}(\overline{x} - \underline{x})$.The $[x,\ x] \equiv x$ is called point interval or thin interval. A point or thin interval has zero radius and a thick interval has a radius greater than zero.

The elementary operations on intervals $[a] = [\underline{a},\ \overline{a}]$ and $[b] = [\underline{b},\ \overline{b}]$ is calculated explicitly as

1. $[\underline{a},\ \overline{a}] + [\underline{b},\ \overline{b}] = [\underline{a} + \underline{b},\ \overline{a} + \overline{b}]$
2. $[\underline{a},\ \overline{a}] - [\underline{b},\ \overline{b}] = [\underline{a} - \overline{b},\ \overline{a} - \underline{b}]$
3. $[\underline{a},\ \overline{a}] \cdot [\underline{b},\ \overline{b}] = [min\,(\underline{a} \cdot \underline{b},\ \underline{a} \cdot \overline{b},\ \overline{a} \cdot \underline{b},\ \overline{a} \cdot \overline{b})\ ,\ max\,(\underline{a} \cdot \underline{b},\ \underline{a} \cdot \overline{b},\ \overline{a} \cdot \underline{b},\ \overline{a} \cdot \overline{b})]$
4. $[\underline{b},\ \overline{b}]^{-1} = [1/\overline{b},\ 1/\underline{b}\ ]\ \ if\ 0 \notin [\underline{b},\ \overline{b}]$
5. $[\underline{a},\ \overline{a}]\,/\,[\underline{b},\ \overline{b}] = [\underline{a},\ \overline{a}] \cdot [\underline{b},\ \overline{b}]^{-1}$

The interval arithmetic operations are defined for exact calculation [8]. Machine computations are-affected by rounding errors. Therefore, the formulas were modified in order to consider the called direct rounding [9].

One of the most important functions in INTLAB (an effcient software for interval arithmetic) is the function setround which allows the rounding mode of the processor to be changed between nearest, round down and round up [9].

This routine allows interval arithmetic and the numerous other functions to be implemented.

An important result is the inclusion property theorem . Rall aptly calls this the fundamental theorem of interval analysis [10, 3].

Theorem 1 [*Fundamental Theorem] If the function* $f([x]_1, [x]_2, \cdots [x]_n)$ *is an expression with a finite number of intervals* $[x]_1, [x]_2, \cdots [x]_n \in I(\mathbb{R})$ *nd interval operations* $(+, -, \times, \div)$*and if* $[w]_1 \subseteq [x]_1, \cdots, [w]_n \subseteq [x]_n$ *then* $f([w]_1, [w]_2, \cdots, [w]_n) \subseteq f([x]_1, [x]_2, \cdots, [x]_n)$.

2.2 RIGOROUS BOUNDS OF ZEROS OF A FUNCTION OF ONE REAL VARIABLE

Interval root-finding methods allow us to find a interval narrowest possible containinga zero of f from a given interval $[x]_0 \in I(\mathbb{F})$ Simple realization of such methods are given by interval versions of so-called backtracking methods [4].

For this purpose we considerer a continuous function f that has a zero in a given interval; that is $f(\xi) = 0$ for some $\xi \in [x]_0$.

DEFINITION: Let f be a continuous function and ξ a zero of f in the interval [x]0. The sequence f $\{[x]_k\}$ calculated according to some interval root-finding algorithm, to get rigorous bounds of zeros of a function of one realvariable, must have the following properties:

$$\begin{array}{l} \xi \in [x]_k, \quad k \geq 0, \\ [x]_0 \supseteq [x]_1 \supseteq [x]_2 \supseteq \cdots \quad \text{with} \quad \lim_{k\to\infty} [x]_k = [\xi, \ \xi] \end{array}$$

or the sequence comes to rest after a finite number of steps at the point $[\xi, \ \xi]$.

On a computer, the procedure can be halted when $[x]_{k+1} = [x]_k$;using interval arithmetic at a specific number of digits, this yields the narrowest interval possible (with that many digits) containing ξ. For a particular subinterval, For a particular subinterval, $[x]_k$perform root inclusion test:

- (Range Test) Compute the interval $f([x]_k)$ of $f(x)$(this provides bounds on the range of $f(x)$ for $x \in [x]_k$)

2.3 COMPARING THE ROOT-FINDER ALGORITHMS

How do we decide which algorithm is the best one to use on any given function?

We can use several criteria to judge a root-finding algorithm [11]:

- Reliability. Will it find the root?

- Rate of convergence. How quickly does the algorithm converge to a root?
- Complexity. How hard is it to program?
- Performance. How much work is necessary during each iteration?
- Safety. What can go wrong? How likely will it diverge, convergence to the wrong root ,cycle, or shoot off into inffinity?

Before we compare algorithms, let's start with some definitions.

DEFINITION: Suppose we have a root-finding algorithm that generates a sequence of successive approximations $x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n,\ \cdots$ to a root. Let Δ_n be the di_erence between xn and the root. If.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{|\Delta_{n+1}|}{|\Delta_n|^p} = C \qquad (2)$$

where C is a nonzero constant, then p is the algorithm's order of convergence, then $\{x_n\}_1^\infty$ is said to converge to ξ of order p with asymptotic error constant C.

Let m be the number of new function evaluations (the values of f and its derivatives) per iteration applying an iterative method, and let p be the order of convergence of iterative method. Ostrowski [12] introduced the notion of computational effciency of iterative method by $E = p^{1/m}$.,For example, the computational effciency of Newton's method is $E = 2^{1/2} \approx 1.414$.

3 RIDDERS' METHOD

A powerful modification of the false position method is due to Ridders [13].

In this method the function is approximated with a nonlinear one considering its curvature and giving a better approximation. When a root is bracketed between x_1 and x_2, Ridders' method first compute the function at the midpoint $x_3 = (x_1 + x_2)/2$.

$$g_1 = f_1,\quad g_2 = f_2 \cdot e^{2hQ} \ and\ g_3 = f_3 \cdot e^{hQ} \qquad (4)$$

Where $h = (x_2 - x_1)/2$.From the requirement that the three points lie on a straight line is $g_3 = (g_1 + g_2)/2$, or .

$$f_3 \cdot e^{hQ} = \frac{1}{2}(f_1 + f_2 \cdot e^{2hQ})$$

Specifically, it solves for a factor e^Q that gives

$$f_1 - 2f_3 \cdot e^{hQ} + f_2 \cdot e^{2hQ} = 0 \qquad (5)$$

This is a quadratic equation in eQ, which can be solved to give

$$e^{hQ} = \frac{f_3 \pm \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}}{f_2} \qquad (6)$$

If the two known points are given by the coordinates (x_1; g_1) and (x_3; g_3), the linear interpolation is the straight line between these points. For a value x in the interval (x_1; x_3) , the value g along the straight line is given from the equation of slopes

$$\frac{g - g_3}{x - x_3} = \frac{g_3 - g_1}{x_3 - x_1}$$

Now yields for the approximated root $(x = x_4 \text{ and } g(x_4) = 0)$

$$x_4 = x_3 - \frac{g_3(x_3 - x_1)}{g_3 - g_1} = x_3 - \frac{f_3 \cdot e^{hQ}(x_3 - x_1)}{f_3 \cdot e^{hQ} - f_1} \qquad (7)$$

where in the right side equation is used Eqs(4). Follow some álgebra

$$\begin{aligned} &\left(f_3 \pm \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right) \cdot \left(f_3 \mp \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right) = \\ &f_3^2 - \left(\sqrt{(f_3^2 - f_1 f_2)}\right)^2 = f_3^2 - (f_3^2 - f_1 f_2) = f_1 f_2 \end{aligned} \qquad (8)$$

From the last step Eq(7) we multiply last expression, top and bottom, by f_2/f_3 .

$$x_4 = x_3 - \frac{f_2 \cdot e^{hQ}(x_3 - x_1)}{f_2 \cdot e^{hQ} - \frac{f_1 f_2}{f_3}} \qquad (9)$$

Rearranging Eq(6)

$$f_2 \cdot e^{hQ} = f_3 \pm \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2} \qquad (10)$$

Inserting the right side of Eq(10) in Eq(9)

$$x_4 = x_3 - \frac{\left(f_3 \pm \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right)(x_3 - x_1)}{\left(f_3 \pm \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right) - \frac{f_1 \cdot f_2}{f_3}} \qquad (11)$$

Multiplying last expression, top and bottom, by $\left(f_3 \mp \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right)$

$$x_4 = x_3 - \frac{\left(f_3 \pm \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right) \cdot \left(f_3 \mp \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right)(x_3 - x_1)}{\left[\left(f_3 \pm \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right) - \frac{f_1 \cdot f_2}{f_3}\right] \cdot \left(f_3 \mp \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right)} \qquad (12)$$

Inserting the last step of Eq(8) in Eq(12)

$$x_4 = x_3 - \frac{f_1 f_2 (x_3 - x_1)}{\left[f_1 f_2 - \frac{f_1 f_2 \cdot \left(f_3 \mp \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right)}{f_3}\right]} \qquad (13)$$

Multiplying last expression, top and bottom, by $(f1f2)^{-1}$

$$x_4 = x_3 - \frac{(x_3 - x_1)}{\left[1 - \frac{\left(f_3 \mp \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right)}{f_3}\right]} \qquad (14)$$

Rearranging

$$x_4 = x_3 - \frac{f_3 (x_3 - x_1)}{f_3 - \left(f_3 \mp \sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}\right)} \qquad (15)$$

Then

$$x_4 = x_3 - \frac{f_3 (x_3 - x_1)}{\pm\sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}} \qquad (16)$$

Finally

$$x_4 = x_3 \pm \frac{f_3 (x_3 - x_1)}{\sqrt{f_3^2 - f_1 f_2}} \qquad (17)$$

It can be shown that a proper result is obtained by

$$x_4 = x_3 + sign(f_1 - f_2) \frac{f_3 (x_3 - x_1)}{\sqrt{f_3^2 - f_1 f_2)}} \qquad (18)$$

Here $f_i = f(x_i)$ and sign(x) stands for the sign of the functions argument: Sign $(x) = +1$ when $x > 0$, -1 when $x < 0$,and 0 when $x = 0$.After the computation of x_4, new brackets are founded for the root and Eq. (18) is calculated again. These steps are iterated until a convergence criterion is satis_ed.

In Ridder's iterative procedure, the root always stay bracketed, then $x_4 \in [x_1, x_2]$, making the method very reliable.Overall, the convergence of the method is quadratic $(p=2)$. However, it requires two functions evaluation for f_3 and f_4;nthus it is actually $E = \sqrt{2}$. It is the method to use if the derivative of f(x) is impossible or dificult to compute. In both reliability and speed, Ridders' method is generally competitive with the more highly developed and better established (but more complicated) method of Van Wijngaarden, Dekker, and Brent [14].

4 INTERVAL BRACKETING ROOT FIND METHODS

One-dimensional root-finding algorithms can be divided into two classes: root bracketing and root polishing [14]. The interval bracketing methods have features of reliability. In developing such methods we consider two particular points [4]. The methods should on the one hand be applicable to large classes of functions under easily verifiable conditions. On the other hand, the inclusions for the zeros should also be guaranteed when the methods are implemented on a computer where instead of the regular interval arithmetic we have a machine interval arithmetic as given in section (2.1).

Simple realizations of such methods are given by the so-called subdivision or bracketing methods. These are interval versions of the binary search method or of other search methods. We shall give a short explanation of such a procedure.

In order to improve the inclusion of one isolated zero in $[x]_0$ we subdivide $[x]_0$ at the point $y \in [x]_0$ into $[\text{left}]_0$ and $[\text{right}]_0$ such as

$$[x]_0 = [\text{left}]_0 \cup [\text{right}]_0 = [\underline{x}, y] \cup [y, \overline{x}]$$

At each step one investigates either only the right or the left half of the interval. If at any step we have $0 \in f([\text{left}])$ or $0 \in f([\text{right}])$ then the procedure is restarted with the interval $[\underline{x}, y] \subset [x]_0$ or with the interval $[y, \overline{x}] \subset [x]_0$.This iteration therefore generates a sequence of subintervals of $[x]_0$ that included a zero of f. The widths of these intervals tend to zero since at each step the method divides the interval in two by computing the point $y \in [x]_0$.We have that these stepwise calculated intervals will necessarily converge to one of the zeros of $f \in [x]_0$.See Moore [8].

4.1 INTERVAL RIDDERS' METHOD

The interval Ridders' method intend find narrow interval bounds containing a zero of f in the interval $[x]_0$ with which $0 \in f([x]_0)$.From the classical Ridders' method from section (3) was developed the

interval version following the general approach for interval bracketing root finding method given above. The stopping criterion is taken to be $[x]_{i+1} = [x]_i$ or $wid([x]_{i+1}) < \epsilon$.

GNU Octave Version 5.2.0 (2021) script M-_les implements the interval Ridders' method root-finding algorithm, see appendix. An additional Octave safe version implementation is obtained from Ridder Octave v1.m (uncomment lines 54-55), with an additional stopping criterion for error bracketing detection, $0 \notin f([x]_n)$.

The GNU Octave interval package is build upon great third-party software. INTLAB, a Matlab toolbox entirely written in MALAB.

5 NUMERICAL RESULTS

Now we present the results of numerical experiments with interval root find methods. The battery of test functions are listed in Table 1. These nonlinear equations are well known (simple zeros). They are from a series of published examples (see [15, 16, 17, 18, 19]). The number of iterations is used for comparison.

The Table 2 list the number of iterations for each individual root interval fromMatlab R2009a and Octave programming of Ridders' and Newton's root-finding methods.

The total number of interactions, Table 2, showed that, overall, the interval Ridders' method is slower than the well-known interval Newton's method. Nevertheless, the Ostrowski [12] computational e_ciency sense is favorable to interval Ridders' method because per iteration the interval Newton's method require one evaluation of the function $f(x_{k-1})$ and one evaluation of its first derivative $f'([x]_{k-1})$ with interval evaluation (more expansive to calculate). Per iteration \the interval Ridders' method require two function evaluations, $f(x_3)$ and $f(x_4)$.

We conclude that the Ridders' method was competitive in comparing with the Interval Newton's method.

Table 3 shows, by means of underlined digits in the lower and upper intervals, the ones that coincide and also check digits found using the fsolve Maple function with 25 digits (see Table 1).

Table 3 also presents f[root] calculations. Now we can see is rigorous bounds of zeros inclusion interval for each root-finding method passed by the root inclusion test

Remark: A bug was observed using Octave 4.4 (2018-04-30) with $0 \notin f_{14}[root]$. The Octave script was then edited to correct this bug (obtained by removing the % (comment) character from lines 53 and 54 of the Ridders v1.m script (see appendix). All results obtained "safe" version of the script are the same, except to function f14, with the large increase in the width of the inclusion range of the root where $0 \in f[root]$.

6 CONCLUSION

Interval algorithm developments and practical interval applications are commonly found in real world. The simplest and fastest way for to get accurate and reliable results is to use a high-level language for numerical computation (Two examples: the GNU Octave interval package is build upon great thirdparty software, and INTLAB, a Matlab toolbox entirely written in MALAB). In this paper, we have proposed interval Ridders' method root-finding algorithms, to get rigorous bounds of zeros of a function of one real variable. Numerical tests demonstrate that Ridders' method is preferable to the classical Newton's method in Ostrowski computational e_ciency sense.

The numerical results empirically show that all methods gave us veri_ed computations (self-validating), ensuring that the exact value is certain to belong to the intervals computed. Interval width is a accuracy measure visible during program execution, through computing with intervals. A immediate consequence of tracking numerical accuracy is the motivation to develop validated arithmetic (that produces bounds around the exact result) algorithms that return ever narrower (more accurate) intervals.

REFERENCES

[1] S. Galdino, Interval methods for rootfnding of nonlinear equations of one variable, IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC), pp. 439{444, 2012.

[2] R. Moore, R. Kearfott, and M. Cloud, Introduction To Interval Analysis. Cambridge University Press (CUP), 2009.

[3] E. Hansen and G. Walster, Global Optimization Using Internal Analysis, second edition, revised and expanded ed. New York: Marcel Dekker, Inc., 2004.

[4] G. Alefeld and J. Herzberger, Introduction To Interval Computation. New York: Academic Press, 1983, translated by Jon Rockne.

[5] T. Eftekhari, A new proof of interval extension of the classic Ostrowski's method and its modied method for computing the enclosure solutions of non- linear equations. Numerical Algorithms, 69, no. 1, 157-165, 2015.

[6] ||, Producing an interval extension of the King method. Appl. Math. Comput. 260, 288-291, 2015.

[7] M.S. Petkovic, Multi-step root solvers of Traubs type in real interval Arith-metic. Appl. Math. Comput. 248, 430-440, 2014.

[8] R. Moore, Interval Analysis. Englewood Clifs, NJ, USA: Prentice Hall, 1966.

[9] U. Kulish and W. Miranker, \The arithmetic of the digital computers: A new approach," SIAM Review, vol. 28, no. 1, pp. 1{40, 1986.

[10] L. Rall, Computacional Solution of Nonlinear Operator Equations. New York: Wiley, 1969.

[11] R. Mak, Java Number Cruncher: The Java Programmer's Guide to Numerical Computing. Prentice Hall PTR, 2002.

[12] A. Ostrowski, Solution of Equations and Systems of Equations, 2nd ed.New York, N.Y.: Academic Press, 1966.

[13] C. Ridders. A new algorithm for computing a single root of a real continuous function, Circuits and Systems, IEEE Transactions on, 26(11):979{980, 1979.

[14] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, and B. Flannery, Numerical Recipes: The Art of Scienti c Computing, 3rd ed. New York, NY: Cambridge University Press, 2007.

[15] X. Wu, Z. Shen, and J. Xia, \An improved regula falsi method with quadratic convergence of both diameter and point for enclosing simple zeros of nonlinear equations." Applied Mathematics and Computation, vol. 144, pp. 381{388, 2003.

[16] G. Alefeld and F. Potra, \Some ecient methods for enclosing simple zeroes of nonlinear equations." BIT, vol. 32, pp. 334{344, 1992.

[17] G. Alefeld, F. Potra, and Y. Sh, \On enclosing simple roots of nonlinear equations." Math. Comput., vol. 61, pp. 733{744, 1993.

[18] M. Dowel and D. Jarratt, \The \pegasus" method for computing the root of an equation." BIT, vol. 12, pp. 503{508, 1972.

[19] ||, \A modi ed regula falsi method for computing the root of an equation." BIT, vol. 11, pp. 168{174, 1971.

APPENDIX - OCTAVE M-FILES

The following Octave 4.4 (2018-04-30) script M-_le implement the Interval Ridders' Method root-finding algorithm.

Ridders Octave v1.m - This routine computes bounds on the roots of a function in a given range.

```
pkg load interval
% Ridder    Finds  single  roots  of  a  function  in  given  range.
%
%           Ridder(func,a,b,tol)
%
%           Uses an interval version of Ridder's method to provide
%           rigorous  bounds  on  the single  roots  of  a  function  f.
%           Bounds are displayed as they are found.
%           Roots  are  displayed  if  radius  of  enclosure  <  tol
%           or if enclosure is no longer becoming tighter.
%
%          INPUT:    func     function  of  nonlinear equation.
%                    x1,x2      limits of the interval containing the root.
%                    tol      used as stopping criterion.
%
function [x,Iter] =Ridder(func,x1,x2,tol)
Iter=0;
x=infsup(x1,x2)
X=1.1*x;
f1=func(x1);
if f1 == 0; root = x1; return; end
f2=func(x2);
if f2 == 0; root = x2; return; end
if f1*f2 > 0
    'Root is not bracketed in (a,b)'
    x=infsup(NaN, NaN);
    return;
end
while or(wid(x) > tol , X < x)
     Iter=Iter+1;
     X=x;
     % Compute improved root from Ridder's formula
     x3 = mid(X); f3 = func(x3);
     if f3 == 0; x = intval(x3); return; end
     s = sqrt(f3^2 - f1*f2);
     if s == 0; x=infsup(NaN, NaN); return; end
     dx = (x3 - x1)*f3/s;
     if (f1 - f2) < 0; dx = -dx; end
     x4 = x3 + dx; f4 = func(x4);
```

```
    % Re-bracket the root
    if f3*f4 > 0
       if f1*f4 < 0; x2 = x4; f2 = f4;
          else x1 = x4; f1 = f4;
       end
    else
        x1 = x3; x2 = x4; f1 = f3; f2 = f4;
    end
    % Conversion to interval by infimum and supremum computed
    % such that [x1,x2] is enclosed in interval x = infsup(x1,x2)
    if x1 < x2
       x=infsup(x1, x2);
    else
       x=infsup(x2, x1);
    end
%    F=func(x);                          % Uncomment  for safe Ridders' safe version
%    if inf(F)*sup(F) > 0;x=X;return; end  % Uncomment  for safe Ridders' safe version
end
endfunction
```

Sample script that calls the above function is followed by running results:

```
format long
tol =1e-14
f = @(x)(1+(1-5)^2)*x-(1-5*x)^2
[root,iter]=Ridder(f,0,0.2,tol)
wid(root)
f(root)

>> format long

>> tol =1e-14

tol =   1.000000000000000e-014
>> f = @(x)(1+(1-5)^2)*x-(1-5*x)^2

f =

@(x) (1 + (1 - 5) ^ 2) * x - (1 - 5 * x) ^ 2

>> [root,iter]=Ridder(f,0,0.2,tol)

x = [0, 0.2000000000000001]
root = [0.03840255184061879, 0.0384025518406219]
iter =  5
>> wid(root)

ans =   3.101685575046531e-015
>> f(root)

ans = [-7.815970093361103e-14, +1.110223024625157e-16]
>>
```

ACKNOWLEDGMENT

INTLAB toolbox for MATLAB by Rump/GNU Octave interval package.

Table 1: Used functions for numerical comparing the root-finding methods.

n	$f_n(x)$	Root[1]
1	$x^3 - 1$	1.0
2	$x^2(x^2/3 + \sqrt{2} \cdot sin(x)) - \sqrt{3}/18$	0.39942229171096819451431 42
3	$11x^{11} - 1$	0.80413309750366432374146 35
4	$x^3 + 1$	-1.0
5	$x^3 - 2x - 5$	2.0945514815423265914823 87
6	$(n = 5)$ $2 \cdot x \cdot e^{-n} + 1 - 2 \cdot e^{-n \cdot x}$	0.13825715505682407593363 82
7	$(n = 10)$ $2 \cdot x \cdot e^{-n} + 1 - 2 \cdot e^{-n \cdot x}$	0.06931408868702347330301 405
8	$(n = 20)$ $2 \cdot x \cdot e^{-n} + 1 - 2 \cdot e^{-n \cdot x}$	0.03465735902085385136237 324
9	$(n = 5)$ $\left[1 + (1-n)^2\right] \cdot x - (1 - n \cdot x)^2$	0.03840255184062190047805 165
10	$(n = 10)$ $\left[1 + (1-n)^2\right] \cdot x^2 - (1 - n \cdot x)^2$	0.00990000999800049986004 1987
11	$(n = 20)$ $\left[1 + (1-n)^2\right] \cdot x^2 - (1 - n \cdot x)^2$	0.00249375003906201172637 9261
12	$(n = 5)$ $x^2 - (1-x)^n$	0.34595481584824201795820 44
13	$(n = 10)$ $x^2 - (1-x)^n$	0.24512233375330723995049 11
14	$(n = 20)$ $x^2 - (1-x)^n$	0.16492095727644095239085 00
15	$(n = 5)$ $\left[1 + (1-n)^4\right] \cdot x - (1 - n \cdot x)^4$	0.00361710817890406354076 8351
16	$(n = 10)$ $\left[1 + (1-n)^4\right] \cdot x - (1 - n \cdot x)^4$	0.00015147133478389139364 18667
17	$(n = 20)$ $\left[1 + (1-n)^4\right] \cdot x - (1 - n \cdot x)^4$	0.00000766859512218533669 7465608
18	$(n = 5)$ $e^{-n \cdot x} \cdot (x - 1) + x^n$	0.51615351875793356642758 78
19	$(n = 10)$ $e^{-n \cdot x} \cdot (x - 1) + x^n$	0.53952222690841584317086 62
20	$(n = 20)$ $e^{-n \cdot x} \cdot (x - 1) + x^n$	0.55270466667848778723993 58
21	$(n = 5)$ $x^2 + sin(x/n) - 1/4$	0.40999201798913713162125 84
22	$(n = 10)$ $x^2 + sin(x/n) - 1/4$	0.45250914557764122545806 72
23	$(n = 20)$ $x^2 + sin(x/n) - 1/4$	0.47562684859606241311984 23

1 - Obtained with fsolve Maple function using 25 digits.

Table 2: Number of interactions for each root-finding method with Matlab and Octave.

f_n	Ridder[1]	Newton[2]	[a,b][3]
f_1	8	5	[0.6, 1.5]
f_2	11	6	[0.1, 1]
f_3	8	7	[0.1, 1]
f_4	16	5	[−1.8, −0.5]
f_5	8	5	[2, 3]
f_6	8	6	[0, 1]
f_7	8	7	[0, 1]
f_8	8	8	[0, 1]
f_9	5	4	[0, 0.2]
f_{10}	6	4	[0, 0.2]
f_{11}	8	4	[0, 0.2]
f_{12}	7	6	[0, 0.9]
f_{13}	7	7	[0, 0.9]
f_{14}	13	7	[0, 0.9]
f_{15}	20	4	[0, 0.2]
f_{16}	3	3	[0, 0.2]
f_{17}	7	3	[0, 0.2]
f_{18}	6	7	[0, 1]
f_{19}	13	8	[0, 1]
f_{20}	7	9	[0, 1]
f_{21}	7	5	[0, 1]
f_{22}	8	6	[0, 1]
f_{23}	7	6	[0, 1]
Σ	**199**	**132**	-

1 - Interval Ridders' Method with Octave 5.2.0 (2021) results.

2 - Interval Newtons' Method with Matlab R2009a (see [1])

3 - Initial interval with $\xi \in [a,b]$.

Table 3: Root inclusion interval for Ridders's method with GNU Octave Version: 5.2.0 version results.

f_n	[root]	f([root]), $0 \in$ f([root])
f_1	[0.9999999999999997, 1.000000000000001]	[$-6.66133814775094e-16$, $+8.881784197001253e-16$]
f_2	[0.3994222917109681, 0.3994222917109683]	[$-5.551115123125783e-17$, $+8.326672684688675e-17$]
f_3	[0.8041330975036642, 0.8041330975036644]	[$-1.221245327087673e-15$, $+6.66133814775094e-16$]
f_4	[-1.000000000000001, -0.9999999999999997]	[$-8.881784197001253e-16$, $+6.66133814775094e-16$]
f_5	[2.094551481542326, 2.094551481542327]	[$-3.552713678800501e-15$, $+6.217248937900877e-15$]
f_6	[0.138257155056824, 0.1382571550568242]	[$-2.220446049250314e-16$, $+4.440892098500627e-16$]
f_7	[0.06931408868702344, 0.06931408868702347]	[$-4.440892098500627e-16$, $+2.220446049250314e-16$]
f_8	[0.03465735902085383, 0.03465735902085385]	[$-6.66133814775094e-16$, 0]
f_9	[0.0384025518406187 9, 0.0384025518406219]	[$-7.815970093361103e-14$, $+1.110223024625157e-16$]
f_{10}	[0.009900009998000497, 0.009900009998000503]	[$-4.440892098500627e-16$, $+3.33066907387547e-16$]
f_{11}	[0.002493750039062011, 0.002493750039062013]	[$-3.33066907387547e-16$, $+3.33066907387547e-16$]
f_{12}	[0.345954815848242, 0.3459548158482421]	[$-9.71445146547012e-17$, $+8.326672684688675e-17$]
f_{13}	[0.2451223337533071, 0.2451223337533073]	[$-9.020562075079397e-17$, $+2.775557561562892e-17$]
f_{14}	[0.1649209572764409, 0.164920957276441]	[$-8.673617379884036e-17$, $+3.469446951953615e-18$]
f_{15}	[0.003617108178897814, 0.003617108178904064]	[$-1.724842491057644e-12$, $+5.551115123125783e-16$]
f_{16}	[0.0001514713347807409, 0.0001514713347838914]	[$-2.07985850764203e-11$, $+1.110223024625157e-16$]
f_{17}	[$7.668595122185335e-06$, $7.668595122185338e-06$]	[$-3.33066907387547e-16$, $+5.551115123125783e-16$]
f_{18}	[0.5161535187579334, 0.5161535187579336]	[$-7.632783294297952e-17$, $+2.081668171172169e-17$]
f_{19}	[0.5395222269084 09, 0.5395222269084161]	[$-4.397524011601206e-16$, $+1.214306433183765e-17$]
f_{20}	[0.5527046666784865, 0.5527046666784879]	[$-5.32783723822955e-19$, $+2.032879073410321e-20$]
f_{21}	[0.409992017989137, 0.4099920179891372]	[$-8.326672684688675e-17$, $+5.551115123125783e-17$]
f_{22}	[0.4525091455776411, 0.4525091455776413]	[$-8.326672684688675e-17$, $+5.551115123125783e-17$]
f_{23}	[0.4756268485960623, 0.4756268485960625]	[$-8.326672684688675e-17$, $+1.110223024625157e-16$]

Capítulo 2

10.37423/211004936

PROPOSIÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS NORTEADAS POR TEORIAS DAS CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO E NO APORTE METODOLÓGICO DAS ATIVIDADES INVESTIGATIVAS E DAS TDICS

Tailon Thiele — *Instituto de Educação da Universidade de Lisboa*

Eliane Miotto Kamphorst — *Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões.*

Carmo Henrique Kamphorst — *Instituto Federal Farroupilha*

Resumo: Tendo em vista os novos paradigmas da educação, faz-se necessária uma reestruturação do processo de ensino, visando propiciar uma aprendizagem mais significativa, de modo que sejam desenvolvidas competências e habilidades consonantes como a formação pessoal e profissional. Concomitantemente, pesquisas apontam o insucesso de parcela significativa dos estudantes da educação superior em cursos das áreas de Ciências Exatas e das Engenharias, especialmente, nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, decorrente da falta de domínio de conceitos matemáticos básicos e a consequente dificuldade de aprendizagem de conceitos matemáticos mais complexos. Nesse contexto, o desenvolvimento de atividades investigativas aliado à incorporação de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) tem sido tratado com relevância no contexto de pesquisas na área de Educação Matemática, as quais destacam contribuições destas metodologias para a apropriação de conceitos matemáticos de modo mais significativo. Em consonância com estas pesquisas, desenvolveu-se o plano de trabalho "Concepções teóricas acerca da possibilidade de desenvolvimento de atividades investigativas, do emprego de TDICs e da proposição de sequências didáticas, para o ensino de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral", vinculado ao projeto de iniciação científica "Cálculo Diferencial e Integral: proposição de sequências didáticas norteadas por teorias das Ciências da Educação e no aporte metodológico das atividades investigativas e das TDICs" e ao Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática e Física da URI/FW. De acordo com os objetivos propostos, foram realizadas pesquisas bibliográficas acerca do processo de ensino e da apropriação de conhecimentos matemáticos, especialmente, ante a proposição de atividades investigativas apoiadas no uso de TDICs. Tais ações viabilizaram a constituição de um aporte teórico acerca de possibilidades envolvidas na elaboração e na análise de sequências didáticas voltadas para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Destacam-se os diversos apontamentos e considerações existentes na bibliografia disponível, sobre a importância da elaboração de sequências didáticas,voltadas à sistematização de atividades de ensino,norteadas pela proposição de investigações matemáticas. Salienta-se ainda a reconfiguração do papel docente, que precisa estar preparado para lidar com ferramentas tecnológicas, bem como, em uma organização dinâmica do espaço de aprendizagem. Dessa maneira, espera-se ter contribuído para a compreensão do processo de ensino, especialmente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, a fim de contribuir para uma melhor percepção de eventuais lacunas conceituais que constituem obstáculos à aprendizagem, bem como,visando organizar situações de aprendizagem que possam amenizar esta problemática.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral. Atividades Investigativas. TDICs. Sequências Didáticas.

1 INTRODUÇÃO

As concepções acerca dos processos educativos têm experimentado importantes avanços no que diz respeito à incorporação de novas ferramentas e metodologias no ambiente de aprendizagem. Muitas pesquisas têm focado no estudo da importância e das contribuições que elas proporcionam ao ensino e à aprendizagem, especialmente nas últimas décadas. Ainda que de maneira tímida, as práticas pedagógicas têm aderido a essas novas perspectivas e, através de relatos de experiências, mostram diversas possibilidades, pontos positivos, além das dificuldades encontradas no momento das atividades diferenciadas.

Atividades de investigação matemática baseadas na resolução de problemas a partir de ferramentas inovadoras exigem repensar a didática da matemática como um processo muito mais complexo e amplo, uma vez que requer a reconstrução de concepções acerca do papel docente no ambiente de aprendizagem, e também sobre os currículos. Neste contexto, professor e aluno assumem papeis de destaque nos processos de aquisição de conhecimento (BORBA; PENTEADO, 2012).

No entanto, trata-se de um processo complexo que exige uma transformação nos paradigmas educacionais existentes. É necessário um olhar específico sobre a atuação dos agentes que fazem parte do funcionamento da instituição, desde a gestão democrática da equipe que pratica a liderança sobre os demais, perpassando pelos recursos materiais, até a atuação docente e o estudante. A qualificação da educação depende dos objetivos propostos e das relações de respeito com o eu, com o outro e com meio ambiente (LUCKESI, 2007).

Nesse sentido, a incorporação de metodologias didático-pedagógicas no ambiente de aprendizagem, especialmente no ensino de conceitos matemáticos, requer uma compreensão diferenciada sobre os objetivos da aprendizagem de acordo com o papel da matemática e as suas relações com o contexto social. A partir daí, surgem proposições para o ensino que colocam o aluno em evidência nesse processo. Atividades de investigação matemática e o uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação compõem esse conjunto de possibilidades (BARBOSA, 2001).

O uso de Tecnologias Digitais de Comunicação e Informação, quando voltado à realização de atividades investigativas, constitui-se como importante ferramenta para a resolução de problemas reais, que nem sempre poderão ser resolvidos e visualizados manualmente. Da mesma forma, permitem a análise de dados e o comportamento de determinada condição, contribuindo para a compreensão de situações matemáticas e a construção de modelos representativos (DA SILVA, 2018).

No entanto, é preciso preparar os docentes para o novo desafio em sala de aula, uma vez que o uso de tecnologias requer conhecimentos acerca do objeto matemático, mas também sobre a ferramenta a ser empregada, além do potencial pedagógico da atividade proposta. Dessa maneira, o profissional poderá intervir na aprendizagem com formas inovadoras e capazes de estimular os estudantes para a construção do conhecimento (MARIN; PENTEADO, 2011).

Simultaneamente, são apresentados elevados índices de reprovação e evasão na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (BARUFI, 1999; RESENDE, 2003). Desse modo, fica evidente a importância de pesquisas no âmbito da Educação Matemática no sentido de construir possibilidades metodológicas na busca por amenizar as dificuldade de aprendizagem dos estudantes de cursos superiores, especialmente das áreas de Ciências Exatas e Engenharias. Acredita-se ainda na importância da construção de aportes didáticos baseados em atividades de investigação e do uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs), a fim de contribuir com novas alternativas para a prática pedagógica.

Neste contexto foi desenvolvido um projeto de iniciação científica cujo plano de trabalho foi intitulado "Concepções teóricas acerca da possibilidade de desenvolvimento de atividades investigativas, do emprego de TDICs e da proposição de sequências didáticas, para o ensino de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral", em consonância com as ações do projeto de pesquisa "Cálculo Diferencial e Integral: proposição de sequências didáticas norteadas por teorias das Ciências da Educação e no aporte metodológico das atividades investigativas e das TDICs", vinculado ao Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática e Física da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões.

Este capítulo apresenta alguns resultados construídos com base nos objetivos propostos pelo projeto acima mencionado, especialmente considerações teóricas acerca da incorporação de atividades investigativas apoiadas no uso de TDICs, para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Da mesma forma, foram descritas algumas conjecturas sobre a análise e elaboração de sequências didáticas, tendo em vista a demanda por abordagens metodológicas diferenciadas para o ensino dessa disciplina.

2 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Propôs-se o estudo teórico acerca da importância e possibilidade do desenvolvimento de atividades investigativas, aliadas à utilização de TDICs no ensino da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Além disso, serão feitas algumas considerações teóricas sobre a elaboração de sequências didáticas

para o ensino conceitual da disciplina, a fim de propor a incorporação de metodologias e ferramentas tecnológicas.

2.1 ATIVIDADES INVESTIGATIVAS EM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (Cálculo) é uma disciplina elementar no Ensino Superior, uma vez que suas aplicações podem ser utilizadas em diversas áreas. Cursos das áreas de Ciências Exatas e Engenharias possuem a disciplina como obrigatória em seus currículos. Entretanto, o estudo de aplicações de conceitos ainda é bastante restrito em sala de aula, pois a aprendizagem tem sido voltada a operacionalidade, em detrimento ao estudo de problemas com aplicações práticas através de atividades de investigação matemática. É necessário que aconteça uma reflexão sistemática sobre a atuação docente nesta disciplina, desde as ferramentas até as metodologias de ensino empregas pelo professor. Esse processo, por sua vez, demanda um olhar específico sobre o curso superior em que está sendo estudada, a fim de que o aluno construa uma significação de conceitos através das relações com o seu contexto profissional (GONÇALVES; REIS, 2011).

Entretanto, em decorrência de abordagens metodológicas tradicionais, geralmente caracterizadas pela transmissão de conceitos e resolução de exercícios fechados com ênfase no treinamento algébrico, são apontados índices alarmantes de reprovação e evasão na disciplina de Cálculo (BARRUFI, 1999). Nesse sentido, reforça-se a concepção de que é preciso construir significados conceituais através de aplicações norteadas pela investigação, de modo que os estudantes estejam cientes da importância da disciplina e envolvidos com a aprendizagem (RESENDE, 2003). É importante que a forma de abordagem permita relacionar os conceitos com situações práticas, de modo que os discentes reconheçam os problemas como pertencentes de suas áreas de atuação, no contexto pragmático (SKOVSMOSE, 2001).

Gonçalves e Reis (2013), ao corroborarem com o que foi exposto anteriormente, complementam que

> O estudante do curso universitário está em busca de uma formação sólida que o capacite para o mercado de trabalho. Dessa forma, os alunos procuram um conhecimento que seja útil em sua futura vida profissional. Considerando esse perfil, é importante que o estudante conheça onde se aplicam os conceitos trabalhados pelo professor de Cálculo, para que os conteúdos estudados passem a ter algum significado prático (GONÇALVES; REIS, 2013, p. 421).

Dada esta importância de uma aprendizagem significativa e contextualizada, os docentes necessitam buscar ferramentas e métodos que coloquem o estudante em evidência no ambiente de aprendizagem. É imprescindível que o aluno construa pensamento próprio, elabore relações entre os

objetos matemáticos e suas propriedades, além de observarem regularidades na resolução de problemas através de atividades investigativas (GOLÇALVES; REIS, 2013). Ainda, a contextualização de saberes

> [...] é uma ferramenta indispensável para a questão da transposição didática, pois implica recorrer a contextos que tenham significado para o aluno, envolvendo-o não só intelectualmente, mas também afetivamente, sendo assim uma estratégia fundamental para a construção de significados. Sabemos que a falta de sentido da aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral origina-se, em parte, das dificuldades decorrentes dessa transposição. O aluno só compreende os vínculos do conteúdo estudado quando fica compreensível para ele essa passagem. Por isso, contextualizar no ensino de Cálculo vincularia os conhecimentos aos lugares onde foram criados e onde são aplicados, isto é, incorporar vivências concretas ao que se vai aprender e incorporando o aprendizado a novas vivências (BARBOSA, 2004, p. 41).

As ferramentas e abordagens metodológicas utilizadas pelos docentes do ensino superior, especialmente na disciplina de Cálculo, influenciam diretamente a aprendizagem conceitual. A utilização de atividades que possibilitam a investigação permite a discussão e contextualização com problemas da área de futura atuação, de modo que o conhecimento seja útil e interessante ao aluno, aumentando o seu valor em relação à importância. Além disso, atividades de investigação tornam o aluno ativo no ambiente de aprendizagem, despertando sua criatividade e, principalmente, sua autonomia sobre a aprendizagem (DA SILVA; VERTUAN, 2018).

Salienta-se, desse modo, que a investigação matemática acontece a partir de problemas abertos, em que a situação não está bem definida. Cabe ao investigador o papel de interpretar e buscar soluções. Sendo assim, é possível haver diferentes compreensões, sem que, necessariamente, exista apenas uma correta. A resolução, por sua vez, não perpassa apenas pela aplicação de métodos já conhecidos. A participação ativa do estudante na formulação de ideias acerca dos problemas matemáticos é fundamental para que ele mobilize seus recursos cognitivos e afetivos e, este processo, é imprescindível para a aprendizagem (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003).

> O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 23).

De acordo com Motta *et all* (2011), o papel do professor nesta perspectiva toma três dimensões distintas: organizar, facilitar e mediar. A primeira dimensão requer a organização de situações de

aprendizagem que proporcionem a construção de conceitos e procedimentos pelo educando. Na segunda dimensão, o professor é facilitador da aprendizagem, pois é o responsável pela construção do conhecimento que o aluno não consegue obter sozinho. Já o professor enquanto mediador da aprendizagem orienta e intervém na aprendizagem quando for necessário. Santos e Belline (2016) complementam que o professor deve elaborar atividades que despertem o interesse do aluno, para que este se envolva na aplicação de conceitos matemáticos. Isso requer uma participação efetiva, porém, como intermediário entre aluno e produção de conhecimento. Onuchic (1999) salienta ainda que

> O professor lança questões desafiadoras e ajuda os alunos a se apoiarem, uns nos outros, para atravessarem as dificuldades. O professor faz a intermediação, leva os alunos a pensar, espera que eles pensem, dá tempo para isso, acompanha suas explorações e resolve, quando necessário, problemas secundários (ONUCHIC, 1999, p. 216).

Entretanto, a realização de atividades de investigação matemática no ambiente de aprendizagem requer a incorporação de ferramentas diferenciadas. Destacar-se-á então, a seguir, algumas considerações teóricas sobre as potencialidades da utilização de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, dadas as suas múltiplas possibilidades pedagógicas.

2.2 PERSPECTIVAS ACERCA DO USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO COMUNICAÇÃO (TDICS) NO ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

O insucesso dos estudantes na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral geralmente é justificado pela falta de uma bagagem mais sólida de conhecimentos matemáticos básicos por parte dos estudantes. Muitos destes conhecimentos são necessários para a construção conceitual e compreensão de conceitos mais abstratos, como é o caso dos conceitos da disciplina de Cálculo.

A existência destas lacunas conceituais, mesmo relacionadas a conceitos matemáticos estudados no Ensino Básico, não pode ser desconsiderada pelo professor do Ensino Superior, sob a pena de tentar edificar novo conhecimento sobre uma base já inconsistente. Justifica-se, então, a importância da elaboração de pesquisas no sentido de buscar novas possibilidades para o ensino dos conceitos da disciplina de Cálculo de modo a auxiliar a construção de conhecimentos matemáticos de maneira mais consistente e significativa. Neste sentido, merece destaque o emprego das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, desde que tais recursos sejam utilizados mediante o emprego de metodologias adequadas.

A finalidade do uso das TDICs não pode reduzir-se à obtenção de resultados, sob a pena de coagir a criatividade e a capacidade de raciocínio do estudante. Contudo, se aliado a uma metodologia adequada, como é o caso das atividades investigativas, pode consistir em uma excelente alternativa para a construção de conhecimento, bem como, despertar maior interesse por parte do estudante.

Borba e Penteado (2012) abordam aspectos epistemológicos e históricos acerca da informática na Educação Matemática, além de apresentarem alguns exemplos de possibilidades para a incorporação de tecnologias informáticas nos ambientes de aprendizagem. Estes autores tratam o acesso a essas ferramentas não apenas como direito, mas também como componente do processo de democratização do conhecimento. Ao discutirem sobre as técnicas relacionadas com a memória e a construção do conhecimento, destacam que a informática deve ser entendida como:

> [...] uma nova extensão de memória, com diferenças qualitativas em relação às outras tecnologias de inteligência e permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação e em uma "nova linguagem" que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea (BORBA; PENTEADO, 2012, p. 48).

Nesta mesma perspectiva, Amorin, Costa e Salazar (2011), destacam a importância do estudo geométrico de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral. Os autores chamam a atenção para a possibilidade de visualização de situações que dificilmente poderiam ser observadas sem o uso de ferramentas tecnológicas digitais. Os softwares possibilitam a interação entre o aluno e o conhecimento através da expressão do seu pensamento e ideias, questionando e criticando a matemática, além de argumentar no sentido de justificar suas concepções. A origem desses conceitos é de natureza geométrica. Entretanto, atualmente os docentes têm se atrelado a abordagem algébrica em detrimento à geometria do Cálculo. Nesse sentido, o uso de tecnologias permite um resgate dessa epistemologia geométrica, principalmente a partir dos softwares de geometria dinâmica (RICHT; FARIAS, 2013)

Hellmann et all (2016) também referem-se a visualização de situações resolvidas manualmente, também através de softwares, de forma a contribuir para a compreensão de problemas. Segundo os autores, trata-se de uma abordagem dinâmica do conhecimento e investigação de problemas. Além disso, chamam a atenção para as relações entre professor/aluno/conteúdo/tecnologia, a qual deve estar baseada em teorias que priorizem a emancipação humana, por meio da capacitação, colaboração, participação e inovação.

O papel da educação não deve ser de repassar conhecimento estático ao aluno, mas possibilitar meios que o permitam construir suas próprias concepções. Nesse sentido, o computador tem papel

fundamental para que o ambiente de aprendizagem esteja propício ao desenvolvimento do conhecimento, além de repensar o papel docente. Nessa configuração, a tecnologia passa a ser um complemento para a aprendizagem, especialmente a partir da análise de diferentes linguagens e representações da matemática (MOTTA et all., 2011)

A produção de conhecimento é feita coletivamente entre seres humanos e tecnologias, e não de forma dissociada entre esses atores. O papel dos professores de matemática deve ser de analisar como os conceitos dessa área se constituem na presença dessas novas ferramentas de investigação, além de avaliar de maneira constante os efeitos das atividades propostas. No entanto, é preciso estar preparado para situações imprevisíveis, tanto sobre o conhecimento técnico do software, quanto em relação ao conteúdo matemático (BORBA; PENTEADO, 2012)

Em Cálculo Diferencial e Integral, Marin e Penteado (2011) descrevem que a partir das atividades investigativas aliadas ao uso de TDICs, é possível analisar diferentes representações, como tabelas, gráficos e expressões algébricas de maneira ágil e articulada, facilitando a percepção de possíveis regularidades ou padrões de comportamento. Barufi (1999) refere-se ao uso do computador nas suas mais diversas possibilidades, como uma ferramenta importante na formulação de indagações, reflexões e análises, as quais tornam o ambiente de aprendizagem rico em relações e articulações entre conceitos matemáticos e, consequentemente, na construção do conhecimento.

Sobre o uso de diferentes representações do mesmo conceito matemático, é possível uma contextualização com a teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval (2009), discutida no primeiro Plano de Trabalho do Bolsista. Esta, por sua vez, trata das diferentes formas que um objeto matemático pode assumir, e mostra a importância do uso de diferentes representações para que ocorra a aprendizagem. Segundo Duval, existem duas atividades cognitivas essenciais para a apreensão de conceitos: tratamento e conversão. A primeira trata-se de uma transformação realizada no mesmo registro. Já a conversão contempla a transformação matemática através da mudança de registro de representação. Duval entende que a aprendizagem apenas acontece quando o estudante é capaz de realizar a atividade de conversão e, as TDICs podem ser uma ferramenta importante nessas transformações, desde que o estudante esteja ciente dos objetivos, métodos e resultados esperados por uma atividade de investigação. Nesse sentido, pode-se imaginar a possibilidade do conhecimento das diferentes representações do mesmo objeto e, consequentemente, optar pela mais conveniente na compreensão e resolução de um problema matemático.

Da Silva, Jardim e Carius (2016) realizaram atividades com a utilização do software GeoGebra na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e obtiveram como resultado um interesse maior por parte dos estudantes pela disciplina, pois a partir de atividades investigativas, principalmente através de análises gráficas, os educandos construíram concepções próprias acerca da aplicabilidade e importância dos conceitos para a formação profissional.Também ao realizaram atividades envolvendo conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, com o auxílio de um software, Richit e Farias (2013) evidenciam que

> As tecnologias propiciam investigações matemáticas, pois, com uma única atividade podem emergir outras perguntas, problemas, observação de regularidades, investigações e outros conceitos podem ser retomados ou abordados. Além disso, o professor de Cálculo tem aí uma possibilidade de tornar a abordagem de certos conceitos significativa para os estudantes, gerando novas compreensões em função da ampliação das formas de interação aluno-conteúdo, comparando-se com estratégias metodológicas clássicas, que priorizam a abordagem estática do conteúdo (RICHIT; FARIAS, 2013, p. 5).

Richit *et all* (2012) ao realizarem atividades de cunho investigativo acerca do conceito de limite utilizando o software GeoGebra, descrevem um envolvimento maior por parte dos alunos, principalmente motivados pela visualização mais real dos problemas matemáticos. Além disso, os estudantes puderam levantar e testar hipóteses, argumentar e discutir o objeto de aprendizagem. Da Silva (2018) cita a Modelagem Matemática, aliada ao uso de ferramentas digitais, como uma possibilidade de tornar o momento de aprendizagem mais significativo, além de relacionar conteúdos estudados anteriormente. Segundo a autora

> O que ponderamos com o desenvolvimento e a análise que realizamos é que a atividade fez emergir conteúdos já abordados em outros encontros da disciplina, além de aplicação de conteúdos que estavam sendo estudados na disciplina de Cálculo, proporcionando um revisitar e um entender conteúdos matemáticos. Vale destacar que o uso de softwares computacionais auxiliou na obtenção e exploração do modelo matemático (DA SILVA, 2018, p.103).

Ainda, o uso de tecnologias, quando aliado à Modelagem Matemática, constitui-se como importante ferramenta para a resolução de problemas reais, que nem sempre poderão ser resolvidos e visualizados manualmente. Da mesma forma, permitem a análise de dados e o comportamento de determinada condição, contribuindo para a compreensão de situações matemáticas e a construção de modelos representativos.

De maneira geral, o uso de TDICs no ambiente de aprendizagem tem mostrado bons resultados do ponto de vista pedagógico, especialmente no ensino de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral. É preciso deixar a tendência tradicional de ensino, especialmente nesta disciplina, a fim de formar

profissionais capazes de contextualizar e aplicar conhecimentos teóricos em situações práticas distintas e, isto, perpassa por uma abordagem metodológica diferenciada nos cursos de graduação. No entanto, é importante destacar que apenas o emprego de ferramentas tecnológicas digitais não solucionará os problemas de aprendizagem na disciplina. É necessário que os profissionais estejam capacitados para a utilização adequada e eficaz no ambiente de aprendizagem (FIORENTINI; LORENZATO, 2006).

Por isso, acredita-se na importância de se elaborar sequências didáticas voltadas ao ensino desses conceitos, a fim de poder compartilhar com os docentes sobre as novas perspectivas educacionais, propiciar a possibilidade de incorporação de metodologias inovadoras, que priorizem atividades de investigação matemática aliada ao uso de tecnologias digitais. Além disso, é importante salientar que propostas pedagógicas podem servir como aporte metodológico e, ainda, despertar maior interesse de professores de matemática, para que busquem outras possibilidades para incorporarem em suas práticas docentes.

2.3 CONSIDERAÇÕES ACERCA DA ELABORAÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE CONCEITOS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

O processo de ensino pressupõe aos docentes o desafio de equilibrar fenômenos da natureza social e da comunicação humana. Especificamente no ensino de conceitos matemáticos, este desafio é complementado pela compreensão de possibilidades metodológicas que amenizem as dificuldades na aquisição de conhecimentos abstratos. Em consequência disso, é necessária a investigação de alternativas para a sistematização da atividade didática (CABRAL, 2017).

As características da ação pedagógica são constituídas por traços determinados pela maneira a qual a prática é conduzida. Toda atividade educativa, independentemente da tendência pedagógica que a norteia, possui elementos que a identificam de acordo com as atividades propostas. A especificidade de cada modelo está na forma organizacional e na articulação entre as atividades, em sequências, conforme os objetivos da práxis (ZABALA, 1998). A partir da investigação desses elementos, é possível conceituar uma sequência didática como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (ZABALA, 1998, p. 18).

Esta organização leva em consideração unidades de conteúdos e origina-se em estudos da didática francesa a partir da necessidade do planejamento para a prática de ensino organizado por etapas.

Abrange desde a definição do público alvo, perpassando por conteúdos, objetivos, cronograma, materiais, dentre outras dimensões, até a avaliação (LOPES; ALVES; FERREIRA, 2015). Atualmente, a elaboração e análise de sequências didáticas acontecem especialmente no sentido de proporcionar ao aprendiz abordagens diferenciadas e melhores possibilidades de apreensão de conceitos. Desse modo, a estrutura das propostas busca a incorporação de ferramentas inovadoras para o ensino, tendo em vista a mudança de paradigmas da educação (GIORDAN; GUIMARÃES; MASSI, 2011). Além disso, trata-se de uma referência para a avaliação dos objetivos da aprendizagem e da efetivação da função do trabalho educativo.

> [...] As sequências de atividades de ensino/aprendizagem, ou sequências didáticas, são uma maneira de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática. Assim, pois, poderemos analisar as diferentes formas de intervenção segundo as atividades que se realizam e, principalmente, pelo sentido que adquirem quanto a uma sequência orientada para a realização de determinados objetivos educativos. As sequências podem indicar a função que tem cada uma das atividades na construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos e, portanto, avaliar a pertinência ou não de cada uma delas, a falta de outras ou a ênfase que devemos lhe atribuir (ZABALA, 1998, p. 20).

Acrescenta-se ainda que, dada a transformação de concepções acerca dos processos educativos, o papel docente também passa por uma reconfiguração. Um dos principais desafios da educação no contexto contemporâneo perpassa pela significação conceitual na aprendizagem dos conteúdos (MORÁN, 2015). Nesse sentido, é necessária uma articulação entre saberes teóricos e práticos para a formação da cidadania, conforme evidencia Morelatti *et all.* (2014).

> As mudanças que ocorreram no século XX marcaram profundamente a vida social, obrigando a educação, a escola e o professor a se repensarem, como forma de atender às novas demandas. Em consequência disso, a tarefa docente se tornou muito mais difícil. Além de alargar as perspectivas da ação educativa no sentido do desenvolvimento do ser humano plural, mais do que nunca é necessário assumir o desafio de ensinar, superando os modelos transmissivos e centralizadores (MORELATTI *et all*., 2014, p.640).

Dessa maneira, a análise e construção de sequências didáticas que abordem a incorporação de atividades investigativas com o suporte das TDICs podem desempenhar um papel importante na estruturação do trabalho pedagógico, especialmente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Em consequência, podem servir de aporte metodológico para docentes do Ensino Superior na estruturação das formas de abordagem empregadas para o estudo de conceitos dessa disciplina, tendo em vista as novas demandas da formação profissional. Salienta-se ainda que esse processo deve

considerar os recursos disponibilizados pelas instituições de ensino e a diversificação de situações nos ambientes de aprendizagem.

A partir dessa concepção, a seguir apresentam-se alguns exemplos de sequências didáticas e suas contribuições para o ensino de conceitos de Cálculo. Zuchi (2005) elaborou uma sequência didática envolvendo o conceito de limite de uma função em uma abordagem com o suporte de ferramentas computacionais. Dentre as contribuições destacadas, salienta-se a investigação conceitual, e a construção de concepções próprias a partir de indagações e discussões com colegas e professores. Além disso, a organização das atividades proporcionou uma compreensão ampla sobre a linguagem matemática na resolução de problemas. Sugere-se a utilização da proposta para introduzir o conceito abordado, ou ainda para complementar a aprendizagem.

Alves, Correia e Melo (2013) ao investigarem dificuldades na apreensão de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, observaram que o conceito de limite, especialmente limite no infinito, é um dos principais pontos a serem trabalhadas novas metodologias de ensino. Os autores chamam a atenção para que os docentes priorizem a abordagem conceitual nesta disciplina, e sugerem a utilização de ferramentas digitais como aporte metodológico, permitindo a experimentação matemática. Além disso, construíram sequências didáticas voltadas ao ensino de limite e derivada com a utilização do software Geogebra, enfatizando a epistemologia geométrica desses conceitos. Ainda, referem-se às sequências didáticas como importante aporte teórico para professores da disciplina. Segundo eles,

> Não é de hoje que a utilização de softwares no ensino de matemática pode contribuir positivamente na formação do estudante, como afirmamos no inicio, já existem diversas sequências didáticas com êxito, o que falta é os professores se apropriarem destas para melhorar seus recursos pedagógicos, possibilitando uma relação de troca entre o discente e a matemática. Ao se deparar com uma situação-problema, após ter tido contato com recursos computacionais, seu trabalho, isto é, a aprendizagem pode ficar mais agradável e interativa (ALVES; CORREIA;MELO, 2013, p.3).

Mariani (2010) construiu sequências didáticas para o ensino de conceitos como máximos e mínimos e cálculos de integrais, com a utilização do Software Maple. Segundo a autora, a elaboração dessas sequências didáticas que incorporam a utilização de tecnologias digitais ao Cálculo Diferencial e Integral permite não apenas o seu uso por professores da disciplina, mas também uma avaliação acerca das possibilidades, riscos e vantagens. Ainda, destaca que é preciso viabilizar sequências que tenham valor pedagógico eficiente.

Dados alguns exemplos de sequências didáticas e as suas respectivas contribuições para os processos de ensino e aprendizagem, fica evidente a importância da análise e elaboração dessas estruturas, a

fim de nortear a prática pedagógica de professores de Cálculo. No entanto, as formas de abordagem devem apresentar possibilidades para a utilização de metodologias ativas, a fim de amenizar as dificuldades de aprendizagem conceitual e, consequentemente, reduzir os altos índices de reprovação e evasão apresentados por Barufi (1999) e Resende (2003)

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Repensar o ambiente de aprendizagem requer o conhecimento das novas perspectivas acerca dos processos que envolvem o ensino e a aprendizagem. Dentre estas, destacamos a investigação matemática aliada ao uso das TDICs como possibilidades para proporcionar uma aprendizagem significativa. O emprego de metodologias ativas pode proporcionar discussões no âmbito da compreensão de situações matemáticas e possibilitar o diálogo entre as diferentes áreas do conhecimento no processo de interdisciplinaridade. Este processo é importante na construção de significados para o conhecimento, além de propor autonomia ao estudante. Desse modo,o ambiente de aprendizagem deve ser repensado com ênfase no estudante e suas perspectivas, indo ao encontro do propósito da educação moderna, que é de dar significação ao conhecimento.

No entanto, ainda existem muitas barreiras para que esta mudança de paradigmas aconteça no contexto pragmático. Nesse sentido, é necessário que as pesquisas, especialmente na área de Educação Matemática, proponham alternativas metodológicas que contemplem a incorporação de formas de organização do ambiente de aprendizagem, em que o estudante esteja de fato envolvido no seu processo de aprendizagem. Daí a importância da elaboração e análise de sequências didáticas que possam nortear o trabalho pedagógico, de modo que instiguem os docentes para rever a sua atuação profissional.

Salienta-se ainda que os elevados índices de reprovação e evasão na disciplina Cálculo Diferencial e Integral devem ser analisados de maneira diferenciada. Sugere-se a identificação e estudos acerca das lacunas existem na aprendizagem conceitual, desde conceitos iniciais da matemática básica até conteúdos mais avançados, uma vez que é inviável tratar de conceitos do Ensino Superior sobre uma base fragmentada, resultado dos problemas de aprendizagem da Educação Básica.

Dada esta circunstância, fica evidente a relevância de haver um diálogo constante entre a pesquisa acadêmica acerca dos processos educativos referentes aos diferentes níveis de ensino, a fim de compartilhar o conhecimento sobre as dificuldades existentes e os avanços que têm ocorrido nestes

contextos. Dessa forma, de fato poderão ser construídas possibilidades que venham a contribuir a formação profissional no país.

Ademais, os professores de Cálculo Diferencial e Integral precisam estar preparados para a incorporação de metodologias ativas em suas aulas, conhecendo questões que envolvem a escolha dos meios a seres utilizados, bem como acerca do seu papel no ensino pautado pelos questionamentos e dinamicidade. Espera-se ter contribuído de forma teórica para esta preparação e, a partir disso, propor sequências didáticas para o ensino de conceitos da disciplina.

4. AGRADECIMENTO

Os autores agradecem a Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões pelo financiamento desta pesquisa por meio de bolsa de iniciação científica.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, A. D.; CORREIA, L. M.; MELO, E. D. R. Explorando os Conceitos Iniciais da Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral: Utilizando o Software Geogebra. Encontro Nacional De Educação Matemática: Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas: XI ENEM, Curitiba/PR, (2013).

AMORIM, F. V.; COSTA, G.; SALAZAR, J. V. Atividades com Geogebra para o ensino de Cálculo. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011. Recuperado de: http://www. lematec. net/CDS/XIIICIAEM/artigos/1649. Pdf. Acesso em 14 de outubro de 2018.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. Bolema, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, M. A. O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. 2004. 101f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2004.

BARUFI, M. C. B. A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral. São Paulo: FE–USP, 1999.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. 5ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012. 104p. Coleção Tendências em Educação Matemática, 2.

CABRAL, N. F. Sequências didáticas: estrutura e elaboração. Belem – PA: SBEM, 2017. 104p.

DA SILVA, J. M.; JARDIM, D. F.; CARIUS, A. C. O Ensino e a Aprendizagem de Conceitos de Cálculo usando Modelos Matemáticos e Ferramentas Tecnológicas. Revista de Ensino de Engenharia, 35(2), 70-80, 2016.

DA SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática em aulas de Cálculo Diferencial e Integral: para além de uma investigação. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA–RS, v. 1, n. 19, 2018.

DA SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. (2018). Um estudo sobre as intervenções docentes em contextos de atividades investigativas no âmbito de aulas de Matemática do Ensino Superior. Ciencia& Educação, 24(2), 501-516.

DUVAL, R. Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. 1ª Ed.São Paulo: Editora da Física, 2009.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas – SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

GIORDAN, M.; GUIMARÃES, Y. A. F; MASSI, L. Uma análise das abordagens investigativas de trabalhos sobre sequências didáticas: tendências no ensino de ciências. ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, v. 8, 2011.

GONÇALVES, D. C.; REIS, F. da S. Aplicações das derivadas no Cálculo I: uma atividade investigativa aplicada à engenharia de produção utilizando o GeoGebra. Revista da Educação Matemática, v. 1, 2011.

GONÇALVES, D. C.; REIS, F. da S. Atividades investigativas de aplicações das derivadas utilizando o GeoGebra. Bolema, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 417-432, ago. 2013.

GROENWALD, C. L. O.; RUIZ, L. M. Formação de professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas tecnologias. In. Acta Scientiae: Revista de Ciências Naturais e Exatas. Canoas – RS, v.8, n° 2, p. 19-28, jul./dez. 2006.

HELLMANN, L.; SANDMANN, A.; HALLAL, R.; DE PRÁ CARVALHO, A.; GASPARIN, P. P.; GAFFURI, S. L. GEOGEBRA NO ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I. Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia, v. 2, n. 14, p. 31-46, 2016.

LOPES, L. S.; ALVES, G. L. P.; FERREIRA, A. L. A.. A Simetria nas Aulas de Matemática: uma proposta investigativa. Educação & Realidade, v. 40, n. 2, p. 549-572, 2015.

LUCKESI, C. C. Gestão democrática da escola, ética e sala de aula. Revista ABC Educatio. São Paulo, v. 64, n. 64, p. 30-33, mar. 2007.

MARIANI, V. Utilização do Software Maple no ensino-aprendizagem de Cálculo. 2010.

MARIN, D.; PENTEADO, M. G. Professores que utilizam tecnologia de informação e comunicação para ensinar Cálculo. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, 13(3), 527-546, 2011.

MORÁN, J. Mudando a Educação com Metodologias Ativas. Educação e Cidadania: aproximações jovens, v. 2, n. 1, p. 15-33, 2015.

MORELATTI, M. R. M.; DE ALMEIDA RABONI, P. C.;RODRIGUES MARTINS TEIXEIRA, L.; VANI ORTEGA, E. M.; FÜRKOTTER, M.; RABONI, E. A.; RAMOS, R. C. Sequências didáticas descritas por professores de matemática e de ciências naturais da rede pública: possíveis padrões e implicações na formação pedagógica de professores. Ciência & Educação (Bauru), v. 20, n. 3, 2014.

MOTTA, M. S.; ROLIM, M. R. L. B.; SILVEIRA, I. F.; ARAÚJO JUNIOR, C. F. O uso de tecnologias educacionais no desenvolvimento da aprendizagem matemática. In. Revista Ceciliana. Santos – SP, ano 22, n° 32, p. 153-162, 2011.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. In. Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. Maria Aparecida Viggiani Bicudo (Org.). São Paulo: Editora UNESP, p. 199-218, 1999).

PONTE, J. P. da; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações Matemáticas na Sala de Aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 152p.

RESENDE, W. M. O ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica. São Paulo. Diss. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, USP, 2003.

RICHIT, A.;FARIAS, M. M. Cálculo diferencial e integral e tecnologias digitais: perspectivas de exploração no sofwareGeoGebra.In.ICEMACYC, República Dominicana, 2013.

RICHIT, A.; BENITES, V. C.; ESCHER, M. A.; MISKULIN, R. G. S. Contribuições do software GeoGebra no estudo de cálculo diferencial e integral: uma experiência com alunos do curso de geologia. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657, v. 1, n. 1, p. 90-99, 2012.

SANTOS, C. H. M. dos; BELLINI, W. Investigações matemáticas em sala de aula: Contribuições de uma Tarefa Investigativa no 1˚ Ano do Ensino Médio. In. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016.

SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. Campinas – SP: Papirus, 2001. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

STEWART, J. Cálculo. Volume 1, São Paulo: Cengage Learning, 2012.

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZUCHI, I. A abordagem do conceito de Limite via sequência didática: do ambiente lápis papel ao ambiente computacional. 254 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, (2005).

Capítulo 3

10.37423/211004941

EXPERIÊNCIA PILOTO NO MAPEAMENTO DA BASE DO MANTO DE INTEMPERISMO COM SÍSMICA PASSIVA PELO SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL

Lúcia Maria da Costa e Silva — *Serviço Geológico do Brasil*

Abraão Fernando Figueira de Melo — *Serviço Geológico do Brasil*

William August Sauck — *Western Michigan University*

INTRODUÇÃO

Nada dificulta mais conhecer a Geologia da Amazônia do que a escassez de rochas aflorantes provocada pelo intenso intemperismo que gera manto de intemperismo (ou regolito) de considerável espessura (dezenas de metros ou mesmo uma centena de metros ou mais). Minerais do manto de intemperismo podem ajudar a descobrir a rocha da qual se originaram, mas eles podem ter sido transportados, afastando-se da localização em profundidade da rocha-mãe. Em adicional, não se tem informação sobre a topografia das rochas em profundidade e, consequentemente, informações para inferir o posicionamento estrutural das mesmas. Sondagens mecânicas apenas em casos muito especiais são viáveis, mas são espacialmente muito distantes entre si, comprometendo sobremaneira a extensão lateral das informações que permitem obter. Consequentemente, a única ferramenta viável para conhecer a morfologia da base do manto de intemperismo que esconde as rochas subsuperficiais e a subsuperfície de um modo geral é a Geofísica, ou seja, o estudo das variações nos campos físicos e na propagação de ondas gerados pelas diferentes propriedades dos materiais presentes na subsuperfície.

Não existe método geofísico que esteja sendo utilizado no mapeamento da base do manto de intemperismo porque esse estudo exige equipamento e soft de preços reduzidos, que possam ser operados de forma rápida e simples por extensas áreas. Por outro lado, até pouco tempo atrás era inimaginável que ruído sísmico, ou seja, a parte da informação indesejável nos trabalhos de Sísmica e Sismologia, portanto, a parte descartada, pudesse ser usada como fonte de excitação (sinal primário) para obtenção de informação (sinal secundário). No entanto, o desenvolvimento de sismômetros miniaturizados, leves e portáteis, de uso muito fácil e rápido com consumo de energia extremamente baixo, ausência total de cabos externos, mas de eletrônica digital de alta resolução, comparável ou melhor do que os sismômetros convencionais, possibilitou o uso do ruído sísmico, causando uma revolução na Geofísica.

A nova metodologia, conhecida como Sísmica Passiva e, mais especificamente, como HVSR (do inglês *Horizontal to Vertical Spectral Ratio*) vem sendo muito utilizada em risco sísmico. Seu emprego no mapeamento geológico e na prospecção mineral para estimar a espessura de depósitos minerais ou manto de intemperismo sobre aqueles até profundidades de 500 m ainda está iniciando. O método HVSR pode ser útil na prospecção de depósitos abaixo de coberturas presentes (por exemplo, paleocanais, sedimentos, manto de intemperismo), como depósitos de diamante, potássio, etc.), bem

como prospecção de água subterrânea e investigações ambientais em camada contrastante com a sua subsuperfície ou com o material sobreposto. O trabalho de campo com a sísmica passiva não é destrutivo e nem invasivo do meio. Seu custo, assim como o do equipamento utilizado, é considerado o mais baixo do portfólio de ferramentas oferecidas pela geofísica para a prospecção.

Este trabalho relata os resultados do primeiro teste com Sísmica Passiva realizado pelo Serviço Geológico do Brasil, sendo parte de estudo sobre a aplicabilidade do método em vários ambientes geológicos no Brasil (São Paulo-Maranhão-Pará-Brasília) (Sauck, 2017). O teste foi conduzido dentro do projeto Pesquisa de Áreas Potenciais para Brita do NE do Pará (Folha Capitão Poço) com o objetivo de avaliar o potencial do método no estudo da continuidade lateral entre os granitos Ourém e Jonasa, encobertos pelo manto de intemperismo. A demanda logística planejada pelos Governos Federal e Estadual para o Estado do Pará com destaque à expansão do complexo portuário e rodoviário/ferroviário, por um lado, e a insuficiência da única mina de exploração de brita em todo NE do estado (Granito Tracuateua - Mineração Santa Mônica) para atender a demanda iminente, por outro, voltou a atenção do Serviço Geológico do Brasil (SGB), em consonância com o plano de mineração do Estado do Pará (2014-2030), para a avaliação de outros corpos graníticos para a exploração de brita. Tornou-se, assim, relevante testar a Sísmica Passiva nesse tipo de avaliação.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

O ruído sísmico está presente em toda a Terra. São microtremores provocados por ondas do mar, vento, tempestades, monções, movimentos tectônicos, etc. se possuem frequência de oscilação até 2 Hz e de origem antropogênica (indústrias, tráfico de carros, trens, etc.) se superiores a 2 Hz.

Para o ruído sísmico, o subsolo atua como um oscilador que vibra em uma frequência específica (frequência de ressonância) f_0, que depende da espessura da camada do subsolo h e da velocidade da onda de cisalhamento V_s, sendo $h = V_s/4f_0$ (equação 1).

Há diversas técnicas de sísmica passiva. Elas diferem em detalhes da aquisição e do processamento dos dados, mas são conceitualmente análogas (Foti et al., 2014) pois se baseiam na detecção de microtremores em uma única estação proposta por Nogoshi e Igarashi em 1970 (Nogoshi e Igarashi 1971), sendo conhecida como técnica de Nakamura, após este pesquisador mostrar a obtenção de resultados confiáveis em 1989 (Nakamura 1989). Desde então, a técnica vem sendo confirmada, tendo o projeto SESAME (2004) rigorosamente padronizada a HVSR Projeto SESAME (2004).

A técnica consiste no registro em uma estação do ruído sísmico com sismômetros nas três direções ortogonais (norte-sul, leste-oeste e vertical ao terreno), sendo o tempo de registro necessário tanto maior quanto mais profundo for o embasamento. O equipamento é colocado no terreno natural, quando possível, pois capeamento (pavimentação asfáltica, cimento, etc.) atenua o ruído sísmico de maior frequência (até 1-2 Hz). A duração do registro é ditada pelo valor da menor frequência de interesse. Para detectar a frequência de ressonância de uma cobertura de 200 m de espessura com 200 m/s de velocidade, a frequência esperada é 0,25 Hz (vide equação 1), o que implica que esse evento se repete a períodos de 4 s (pois este é o inverso da frequência). Devido à flutuação com o tempo, são registrados de 30 a 50 desses eventos, o que leva à duração do registro de 20 a 34 minutos.

As séries de tempo obtidas nas três direções são passadas para o domínio da frequência e a razão entre o espectro obtido para a componente horizontal H e a vertical V é, então, calculada. A normalização H/V para cada frequência é eficaz para eliminar variações dos dados, aumentando a resposta do caminho atravessado no subsolo pelo microtremor. O primeiro pico observado na razão espectral corresponde à frequência de ressonância fundamental f_0 do local de medição. Conhecida a f_0, é possível obter a espessura h da cobertura para a velocidade da onda V_s, podendo ser esta última obtida por diversos meios, inclusive parametrização a partir da espessura do manto de intemperismo, onde ela seja conhecida, o que envolve resultado de furo de sondagem.

GEOLOGIA

Na Folha Capitão Poço, destacam-se aqui o Granito Ourém e o Granito Jonasa (Fig. 1). O primeiro se trata de um biotita-muscovita-granito de coloração cinza-clara e granulação média, constituído por feldspatos, quartzo e placas orientadas de biotita e muscovita. O segundo se trata de um granito a duas micas com porções migmatizadas. As duas ocorrências seriam tardi e pós-colisionais ao Ciclo Transamazônico, relacionadas ao relaxamento crustal posterior à colisão durante esse ciclo geodinâmico (Vasquez e Rosa-Costa, 2008), paleoproterozóico, considerado o mais importante na formação da crosta continental da Plataforma Sul-Americana.

Os granitos Ourém e Jonasa ocorrem em janelas erosivas do terreno regionalmente representado por rochas sedimentares do Grupo Barreiras, que engloba depósitos pouco consolidados de conglomerados, arenitos e argila. O Granito Ourém está localizado ao Norte do Hotel Fazenda Cachoeira, no Município de Capitão Poço, e o Granito Jonasa, a Sudoeste. Esse hotel possui parque aquático construído em bacia formada por lavra de granito, demarcada no mapa geológico como área

de cobertura de plataforma cenozoica, o que revela a necessidade da investigação da continuidade lateral entre os dois granitos em profundidade bem como a demarcação mais exata dos corpos graníticos sob estudo, tarefa árdua devido à escassez de afloramentos.

LEVANTAMENTO, PROCESSAMENTO E INTERPREÇÃO DOS DADOS

As primeiras quinze medidas de campo foram realizadas aproximadamente nas direções N-S e E-O, a partir do Hotel Fazenda Cachoeira. A inexistência de acessos antigos, a presença de cursos d'água, a inexistência de ponte e as chuvas limitaram a extensão lateral do trabalho, realizado antes dos trabalhos de campo do projeto Pesquisa de Áreas Potenciais para Brita do NE do Pará, impossibilitando o acesso aos corpos graníticos cartografados.

Outras medidas foram realizadas dentro da porção leste do Granito Ourém (PA-16) bem como, para efeito de comparação, dentro da sede da SUREG-BE e outros locais de Belém. O trabalho foi realizado nos dias 25, 26 e 28 de fevereiro de 2017.

Para obtenção das medidas foi utilizado o equipamento italiano Tromino (TZ3-0021/01-14), que permite medições digitais do ruído sísmico de alta resolução por meio de três sensores ortogonais eletrodinâmicos de alta resolução (Fig. 2). O equipamento é muito compacto (10 cm x 14 cm x 8 cm) e leve (1,2 kg) e tem autonomia de até 80 horas com duas baterias alcalinas AA (1,5 v) (MICROMED, 2009)

O processamento foi realizado com o software Grilla, que acompanha o equipamento (Fig.3). A velocidade da onda foi assumida ser igual a 200 m/s.

Os resultados obtidos, espessura da cobertura ao topo do granito, aparecem lançados no mapa geológico da Fig. 1. Curvas de isovalores de espessura da cobertura mostram que sua espessura é menor próximo ao hotel, de acordo com a presença da lavra de granito próxima. Essas curvas podem estar se fechando na direção do Granito Ourém. Este poderia ser, portanto, o corpo lavrado nas imediações do hotel. A maior profundidade de espessura do manto de intemperismo foi encontrada sobre a porção leste do Granito Ourém (PA-16: 42 m), o que evidencia a já conhecida pouca precisão do atual mapa geológico e concorda com as observações de campo.

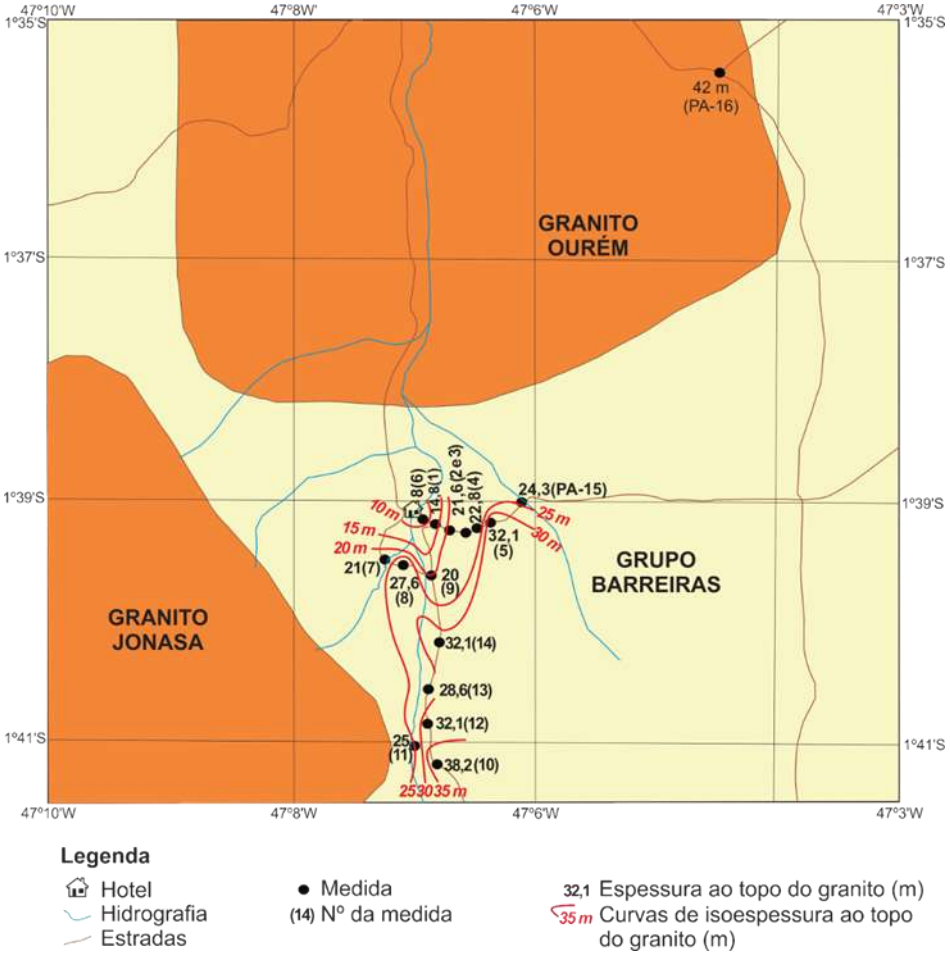
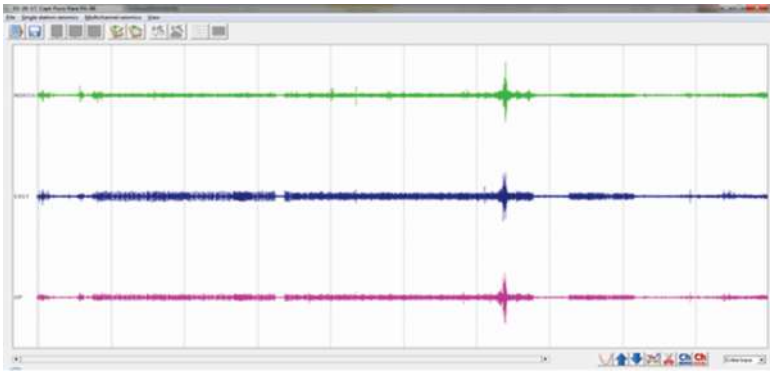


Figura 1 – Mapa geológico com estações de sísmica passiva (modificado Vasquez & Rosa-Costa, 2008).

Figura 2 – Equipamento utilizado. Esquerda: Distância desejável ao equipamento (indicado por seta). Direita: Detalhe do equipamento.



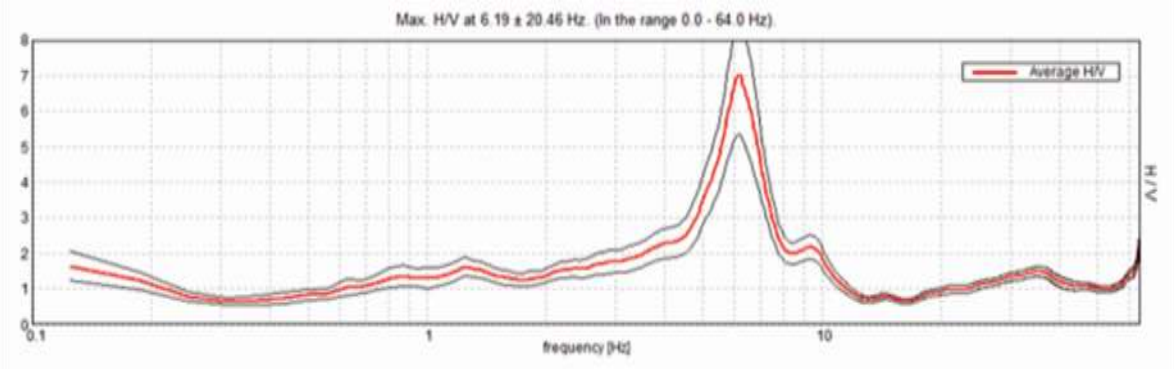


Figura 3 – Processamento estação PA-06. Acima: séries de tempo medidas; pico nas séries formado pela passagem próxima de veículo. Abaixo: Razão espectral H/V (linha vermelha) com desvio padrão (linhas pretas) obtida das séries de tempo; o pico em H/V fornece a frequência de ressonância.

CONCLUSÃO

A despeito de todas as dificuldades encontradas para a execução do teste, foram obtidos resultados úteis, que nenhum outro método geofísico permitiria obter considerando-se a relação custo benefício. O método é, portanto, especialmente útil para trabalhos na Amazônia.

AGRADECIMENTOS

Ao técnico Silvio César da Costa Lisboa pela disponibilidade para trabalho em feriado e dedicação. Ao Dr. José Armindo Pinto, pelas informações. À Gerente Dra. Lúcia Travassos Rosa Costa e ao Superintendente Dr. Jânio Nascimento, pelo empenho na viabilização deste teste.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Foti, S., G.C. Lai, G.J. Rix, and C. Strobbia, 2014. Surface wave methods for near-surface site characterization. Boca Raton, CRC Press. 487 p.

Nogoshi, M. & T. Igarashi, 1970, On the propagation characteristics of microtremors: Journal of the Seismological Society of Japan, 23: 264–280.

Nakamura, Y., 1989. A method for dynamic characteristics estimation of subsurface using microtremor on the ground surface, Q. Rep. Railway Tech. Res. Inst., 30: 25-33.

SESAME Project, 2004. Guidelines for the implementation of the H/V spectral ratio technique on ambient vibrations: Measurements, processing and interpretation. SESAME European Re-search Project WP12. 62 p.

MICROMED. 2009 The short Tromino® How to. Treviso, Micromed. 26 p

Sauck, W.A. 2017. The HVSR passive seismic method evaluated in several regions of Brazil. In: 15th International Congress of the Brazilian Geophysical Society. Rio de Janeiro. 2.Agosto.2017.

Vasquez, M.L. & Rosa-Costa, L.T. 2008. Geologia e recursos minerais do Estado do Pará. Belém: CPRM, 2008. 328 p.

Capítulo 4

10.37423/211104964

INTERVAL-VALUED DATA HIERARCHICAL AGGLOMERATIVE CLUSTERING GEOMETRIC METHODS: COMPARISON OF THREE REPRESENTATIVE POINTS TO MERGE

Sérgio Mário Lins Galdino

Escola Politécnica da Universidade de Pernambuco

Jornandes Dias da Silva

Escola Politécnica da Universidade de Pernambuco

Abstract: This paper presents Hierarchical Agglomerative Clustering Geometric Methods on interval-valued data. Our work applies clustering methods to interval-valued data based on the range Euclidean metric as a reliable alternative to be used to uncertainty quantification from interval-valued data. The range metric use makes possible different merge points be explored in the Hierarchical Cluster Analysis methods. We observe the remarkable impact of using three different merge points-infimum, supremum and midpoint of used range Euclidean distance on obtained clusters.

I. INTRODUCTION

Hierarchical cluster analysis (HCA), is a whole family of algorithms that differ by distance updating. According to different measures (distance) between groups, agglomerative hierarchical methods can be subdivided into graph and geometric methods (Murtagh, 1983 [1] [2]). Single Linkage, Complete

Linkage, Simple Average (WPGMA -Weighted Pair Group Method Average), Group Average (UPGMA – Unweighted Pair Group Method Average) are also referred to as graph methods, while Ward's Minimum Variance Method, Centroid (UPGMC - Unweighted Pair Group Method Centroid), and the Median (WPGMC -Weighted Pair Group Method Centroid) are referred to as geometric methods, since in graph methods a cluster can be represented by a sub-graph or interconnected points and in geometric methods a cluster can be represented by a center point. They are implemented in standard numerical and statistical software such as Octave, Matlab, SciPy, Mathematica, R.

Interval-valued data are not uncommon in real life; examples include maximum and minimum daily temperatures, high and low blood pressures, and so on. They contain more information than point-valued data, and such informational advantages could be exploited to yield more efficient analysis. To deal with this kind of data, the concept of symbolic data was introduced by Billard and Diday [3].

The general algorithm of HCA (Hierarchical Cluster Analysis) will first be described to provide aframework for understanding IHCA (Interval-valued Data HCA), a specific type of clustering (range metrics has a central role in IHCA).

The step by step Interval-valued Data Unweighted Pair Group Method Average Clustering (IUPGMC) will illustrate how to perform this IHCA in detail. After that, a particular focus will be placed on the relative impact of three representative merge points-infimum, supremum and midpoint of used range euclidean distance on Geometric Methods. Should be stressed that IHCA Graph Methods was explored in a similar early study [4].

The rest of the paper is organized as follows: Section 2 presents basic concepts of interval arithmetic and distance measures for interval-valued data analysis . Section 3 describes the step by step IHCA with Unweighted Pair Group Method Average Clustering. Section 4 explore IHCA with a case study exploring IHCA with four linkage measures and three representative merge points, Section 5 provides the conclusion and discusses future works.

II. INTERVAL ARITHMETIC

Interval arithmetic is a method for determining absolute errors of an algorithm, considering all data errors and rounding [5]. Interval arithmetic makes systematic calculations through intervals $[x] = [\underline{x}, \overline{x}]$ limited to representable machine numbers $\underline{x}, \overline{x} \in \mathbb{F}$, instead of real numbers x. Arithmetic operations $+, -, \times, \div$ are defined using intervals. Interval algorithms produce interval results guaranteed to contain the true solution. If $\bullet$ denotes any of these arithmetic operation for real numbers x and y, then the corresponding operation for arithmetic on interval numbers $[x]$ and $[y]$ is

$$[x] \bullet [y] = \{x \bullet y | x \in [x], y \in [y]\}.$$

Thus the interval $[x] \bullet [y]$ resulting from the operations contain every possible number that can be found as $x \bullet y$ for each $x \in [x]$ and each $y \in [y]$.

The interval arithmetic operations are defined for exact calculation [5]. Machine computations are affected by rounding errors. Therefore, the formulas were modified in order to consider the called directed rounding [6].

Throughout this paper, all matrices are denoted by bold capital letters (A), vectors by bold lowercase letters (a), and scalar variables by ordinary lowercase letters (a). Interval variables are enclosed in square brackets ([A], [a], [a]). Underscores and overscores denote lower and upper bounds, respectively. Angle brackets $\langle\ ,\ \rangle$ are used for intervals defined by a midpoint and a radius. A real interval $[x]$ is a nonempty set of real numbers

$$[x] = [\underline{x}, \overline{x}] = \{\tilde{x} \in \mathbb{R} : \underline{x} \leq \tilde{x} \leq \overline{x}\} \qquad (1)$$

where x and $\overline{x}$ are called the infimum (inf) and supremum (sup), respectively, and $\tilde{x}$ is a point value belonging to an interval variable $[x]$.The set of all intervals $\mathbb{R}$ is denoted by $I(\mathbb{R})$ where .

$$I(\mathbb{R}) = \{[\underline{x}, \overline{x}] : \underline{x}, \overline{x} \in \mathbb{R} : \underline{x} \leq \overline{x}\}. \qquad (2)$$

A. RANGE OF INTERVAL-VALUED FUNCTION

The range of an interval-valued function can be expressed in interval form as

$$\begin{aligned} range(f([\mathbf{x}])) &= f([x_1], [x_2], \ldots, [x_n]) \\ &= [inf\, f(x_1, \ldots, x_n), sup\, f(x_1, \ldots, x_n)] \end{aligned} \qquad (3)$$

where the inf and sup are taken for all $x_i \in [x_i](i = 1, \ldots n)$.

Finding the range of a multi-variable function over a box is a fundamental problem encountered in numerous applications.

The main focus of interval arithmetic is the simplest way to calculate upper and lower endpoints for the range of values of a function in one or more variables. These endpoints are not necessarily the supremum or infimum, since the precise calculation of those values can be difficult or impossible. In special cases the exact range can be found in a straightforward way [7], [8].

B. Interval Topology Interval topology is a metric topology for the set of intervals as follows:

$$d([x],[y]) = max\left(\left|\underline{x} - \underline{y}\right|, \left|\overline{x} - \overline{y}\right|\right) \qquad (4)$$

We call $d([x],[y])$ the distance between [x] and [y]. It is easy to see that the defining properties of a metric are satisfied by $d([x],[y])$ [9].

For example, [x]=[1, 4], [y] =[5, 6] and z=[5,7] are three interval-valued data objects. The distance of

$$d([x],[y]) = max\left\{|1-5|, |4-6|\right\} = 4$$

has the same distance of

$$d([x],[z]) = max\left\{|1-5|, |4-7|\right\} = 4$$

Thus, we have limitations of using this metric as dissimilarity measure for the comparison of interval-valued data.

The Range Euclidean Distance between interval vectors [p] and [q] is the interval length of the lines segment connecting them [p][q] .

In cartesian coordinates, if $[\mathbf{p}] = ([p_1],[p_2],\ldots,[p_n])$and $[\mathbf{q}] = ([q_1],[q_2],\ldots,[q_n])$ are two interval vectors in Euclidean n-space (i.e., I(Rn)), then the distance [d] from [p] to [q] , or from [q] to [p] is given by the Interval Pythagorean formula:

$$d_2([\mathbf{p}],[\mathbf{q}])) = d_2([\mathbf{q}],[\mathbf{p}])) = \\ = \sqrt{([q_1]-[p_1])^2 + ([q_2]-[p_2])^2 + \cdots + ([q_n]-[p_n])^2} \\ = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}([q_i]-[p_i])^2} \tag{5}$$

Consider the function x^2 as a monotonically decreasing function for $x < 0$ and a monotonically increasing function for $x > 0$. interval function can be defined: The range cor- responding to the interval $[x]^2$ can be calculated by applying the function to its endpoints:

$$[x_1, x_2]^2 = \begin{cases} [x_1^2, x_2^2] & x_1 \geq 0 \\ [x_2^2, x_1^2] & x_2 < 0 \\ 0, max\,\{x_1^2,\ x_2^2\} & otherwise \end{cases} \tag{6}$$

From the above example, [x]=[1, 4], [y] =[5, 6] and z=[5,7] are three interval-valued data objects. The range euclidean distance of

$$range\,(d([x],[y])) = [1,5]$$

and the range euclidean distance of

$$range\,(d([x],[z])) = [1,6].$$

Thus we have no limitations of using this metric as dissimilarity measure for the comparison of interval-valued data.

III. STEP BY STEP IHCA WITH CENTROID (IUPGMC)

Hierarchical Clustering Algorithms

Given a set of N objects (i.e., observations, individuals, cases, or data rows) to be clustered, and an NxN distance (or similarity) matrix, the basic process of Johnson's [10] hierarchical clustering is this:

1) Start by assigning each object to its own cluster, so that if you have N objects, you now have N clusters, each containing just one item. Let the distances (similarities) between the clusters equal the distances (similarities) between the objects they contain.
2) Find the closest (most similar) pair of clusters and merge them into a single cluster, so that now you have one less cluster.
3) Compute distances (similarities) between the new cluster and each of the old clusters.
4) Repeat steps 2 and 3 until all items are clustered into a single cluster of size N.

Step 3 can be done in different ways, which is what distinguishes HCA methods. There are 7 main methods to measure the distance between clusters, referred as linkage methods: Single Linkage , Complete Linkage , Simple Average Linkage (WPGMA), Group Average Linkage (UPGMA), Centroid Linkage (UPGMC), Median Linkage (WPGMC), and Ward's Linkage. Should be stressed that in Step 2, Case Study section IV, we will use three representative merge points (infimum, supremum, and midpoint) to find the closest pair of clusters using Interval-valued Data Hierarchical Agglomerative Clustering Geometric Methods. .

Table I presents Range Distance update formula that can be used to IHCA Geometric Methods (it presents dependency problem in Interval Arithmetic). Other possibility, used in this work, is calculating dissimilarity between clusters (see Table II). In this case the exact range can be found in a straightforward way [7], [8].

Table III provides the oils dataset originally presented by Ichino [11]. The categories are 6 types of oil (linseed, perilla, cotton-seed, sesame, camellia, and olive) and 2 fats (beef and hog); N = 8 multi-valued objects. There are four intervalvalued variables, namely, Specific Gravity (in g=cm3) Freezing Point (in _C), Iodine Value, and Saponification.

To use a hierarchical clustering procedure, we need to compute the input distance matrix. By taking the data in Table III into consideration, we can easily compute the Range Euclidean Distance between object A and object B (generally referred to as d(A,B)):

$$\begin{aligned} d(A,B)^2 &= ([0.93, 0.935] - [0.93, 0.937])^2 + \\ &([-27, -18] - [-5, -4])^2 + ([170, 204] - [192, 208])^2 + \\ &([118, 196] - [188, 197])^2 \\ &= [169,\ 8214.1] \\ d(A,B) &= [13,\ 90.632] \end{aligned}$$

Likewise, we can compute the distance between all other pairs of objects. In our example, the distance matrix is an 8_8 table with the lines and rows representing the objects (i.e., fats and oils) under consideration. As the distance between objects A and B (in this case [13; 90:632]) is the same as between B and A, the distance matrix is symmetrical. Furthermore, since the distance between an object and itself is zero = [0; 0], one must only look at either the lower or upper non-diagonal elements (see Table IV lower non-diagonal distance matrix).

A. IUPGMC - Centroid Update Formula.

Applying the interval-valued data IUPGMC – Centroid update Formula method we merge [A] and [B]. That is exactly where the linkage rule comes into action. Using IUPGMC cluster dissimilarity between clusters X and Y update formula:

$$d(\overrightarrow{[C]}_{[X]}, \overrightarrow{[C]}_{[Y]}) = \left|\left|\overrightarrow{[C]}_{[X]} - \overrightarrow{[C]}_{[Y]}\right|\right|_2 \qquad (7)$$

The $\overrightarrow{[C]}_{[W]}$ denotes the interval centroid of a cluster $[W] = \{[X], [Y]\}$.

FIRST STEP

First clustering: Let us assume that we have eight elements (A;B;C;D;E; F;G) and the from distance matrix Table IV of pairwise distances between them: d(C;D) = [0:002; 20:857] has the smallest infimum value of distance matrix from Table IV, so we join elements C and D.

First distance matrix update: We then proceed to update the initial distance matrix Table IV into a new distance matrix Table V, reduced in size by one row and one column because of the clustering of C with D. Using Table III, update distance between clusters are computed as:

$$\begin{aligned} &\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/2; \overrightarrow{C}_Y = [\mathbf{a}] \\ &d_{(C,D)\to A} = [56.782,\ 130.82] \\ &\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/2; \overrightarrow{C}_Y = [\mathbf{b}] \end{aligned}$$

$$d_{(C,D)\to B} = [77.5,\ 106.91]$$
$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/2;\ \overrightarrow{C}_Y = [\mathbf{e}]$$
$$d_{(C,D)\to E} = [21.476,\ 39.684]$$
$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/2;\ \overrightarrow{C}_Y = [\mathbf{f}]$$
$$d_{(C,D)\to F} = [11.768,\ 38.426]$$
$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/2;\ \overrightarrow{C}_Y = [\mathbf{g}]$$
$$d_{(C,D)\to G} = [62.597,\ 87.22]$$
$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/2;\ \overrightarrow{C}_Y = [\mathbf{h}]$$
$$d_{(C,D)\to H} = [34.648,\ 73.636]$$

SECOND STEP

Second clustering: We now reiterate the two previous steps starting from the new distance matrix Table V. Here, $d_{(G,H)} = [5,\ 42.06]$, has the lowest infimum value of Table V, so we join elements G and H.

Second distance matrix update: We then proceed to update the matrix Table V into a new distance matrix Table VI, reduced in size by one row and one column because of the clustering of G with H. Using Table III, update distance between clusters are computed as:

$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{g}] + [\mathbf{h}])/2;\ \overrightarrow{C}_Y = [\mathbf{a}]$$
$$d_{(G,H)\to A} = [116.15,\ 188.3]$$
$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{g}] + [\mathbf{h}])/2;\ \overrightarrow{C}_Y = [\mathbf{b}]$$
$$d_{(G,H)\to B} = [132.92,\ 166.85]$$
$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{g}] + [\mathbf{h}])/2;\ \overrightarrow{C}_Y = ([\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/2$$
$$d_{(G,H)\to (C,D)} = [48.303,\ 80.382]$$
$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{g}] + [\mathbf{h}])/2;\ \overrightarrow{C}_Y = [\mathbf{e}]$$
$$d_{(G,H)\to E} = [44.578,\ 67.295]$$
$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{g}] + [\mathbf{h}])/2;\ \overrightarrow{C}_Y = [\mathbf{f}]$$
$$d_{(G,H)\to F} = [25.927, 57.442]$$

THIRD STEP

Third clustering: We now reiterate starting from the new distance matrix Table VI. Here, $d_{(C,D),F)} = [11.768,\ 38.426]$ has the lowest **infimum** value of Table VI, so we join elements (C;D) and F.

Third distance matrix update: We then proceed to update the matrix Table VI into a new distance matrix Table VII, reduced in size by one row and one column because of the clustering of (C;D) with F. Using Table III, update distance between clusters are computed as:

$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{f}] + [\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/3; \overrightarrow{C}_Y = ([\mathbf{a}])$$
$$d_{(F,(C,D))\to(A)} = [65.187,\ 137.41]$$
$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{f}] + [\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/3; \overrightarrow{C}_Y = ([\mathbf{b}])$$
$$d_{(F,(C,D))\to(B)} = [85.666,\ 114.51]$$
$$\overrightarrow{C}_X = ([\mathbf{e}]); \overrightarrow{C}_Y = ([\mathbf{f}] + [\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/3$$
$$d_{(E)\to(F,(C,D))} = [16.278,\ 34.54]$$
$$\overrightarrow{C}_X = (([\mathbf{g}] + [\mathbf{h}])/2); \overrightarrow{C}_Y = ([\mathbf{f}] + [\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/3$$
$$d_{(G,H)\to(F,(C,D))} = [40.632,\ 72.566]$$

FOURTH STEP

TABLE I: IHCA clustering algorithms: Range Distance update formulas.

Name	Range Distance update formula $d([\mathcal{A}] \cup [\mathcal{B}], [\mathcal{X}]) =$
Interval Ward's Minimum Variance	$\sqrt{\frac{(\lvert\mathcal{A}\rvert + \lvert\mathcal{X}\rvert)d([\mathcal{A}],[\mathcal{X}])^2 + (\lvert\mathcal{B}\rvert + \lvert\mathcal{X}\rvert)d([\mathcal{B}],[\mathcal{X}])^2 - \lvert\mathcal{X}\rvert d([\mathcal{A}],[\mathcal{B}])^2}{\lvert\mathcal{A}\rvert + \lvert\mathcal{B}\rvert + \lvert\mathcal{X}\rvert}}$
Interval Centroid (IUPGMC)	$\sqrt{\frac{\lvert[\mathcal{A}]\rvert \cdot d([\mathcal{A}],[\mathcal{X}])^2 + \lvert[\mathcal{B}]\rvert \cdot d([\mathcal{B}],[\mathcal{X}])^2}{\lvert[\mathcal{A}]\rvert + \lvert[\mathcal{B}]\rvert} - \frac{\lvert[\mathcal{A}]\rvert \cdot \lvert[\mathcal{B}]\rvert \cdot d([\mathcal{A}],[\mathcal{B}])^2}{(\lvert[\mathcal{A}]\rvert + \lvert[\mathcal{B}]\rvert)^2}}$
Interval Median (IWPGMC)	$\sqrt{\frac{d([\mathcal{A}],[\mathcal{X}])^2}{2} + \frac{d([\mathcal{B}],[\mathcal{X}])^2}{2} - \frac{d([\mathcal{A}],[\mathcal{B}])^2}{4}}$

TABLE II: IHCA clustering algorithms: Dissimilarity between clusters $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ update formulas.

Name	Cluster dissimilarity between clusters $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ $d([\mathcal{A}],[\mathcal{B}]) =$
Interval Ward's Minimum Variance	$\sqrt{\frac{2 \cdot \lvert[\mathcal{A}]\rvert \cdot \lvert[\mathcal{B}]\rvert}{\lvert[\mathcal{A}]\rvert + \lvert[\mathcal{B}]\rvert}} \cdot \left\lVert \overrightarrow{[C]}_{[\mathcal{A}]} - \overrightarrow{[C]}_{[\mathcal{B}]} \right\rVert_2$
Interval Centroid (IUPGMC)	$\left\lVert \overrightarrow{[C]}_{[\mathcal{A}]} - \overrightarrow{[C]}_{[\mathcal{B}]} \right\rVert_2$
Interval Median (IWPGMC)	$\left\lVert \overrightarrow{[w]}_{[\mathcal{A}]} - \overrightarrow{[w]}_{[\mathcal{B}]} \right\rVert_2$

$\overrightarrow{[C]}_{[\mathcal{X}]}$ denotes the interval centroid of a cluster $[\mathcal{X}]$
$\overrightarrow{[w]}_{[\mathcal{X}]} = \frac{1}{2}\left[\overrightarrow{[w]}_{[\mathcal{Y}]} + \overrightarrow{[w]}_{[\mathcal{Z}]}\right]$ defines interactively the interval midpoints formed by joining $[\mathcal{Y}]$ and $[\mathcal{Z}]$

TABLE III: interval-valued observations: oils and fats.

Sample (Label)	Specific gravity	Freezing point	Iodine value	Saponification value
Linseed oil (A)	[0.930, 0.935]	[−27, −18]	[170, 204]	[118, 196]
Perilla oil (B)	[0.930, 0.937]	[−5, −4]	[192, 208]	[188, 197]
Cottonseed oil (C)	[0.916, 0.918]	[−6, −1]	[99, 113]	[189, 198]
Sesame oil (D)	[0.92, 0.926]	[−6, −4]	[104, 116]	[187, 193]
Camellia oil (E)	[0.916, 0.917]	[−21, −15]	[80, 82]	[189, 193]
Olive oil (F)	[0.914, 0.919]	[0, 6]	[79, 90]	[187, 196]
Beef tallow (G)	[0.86, 0.87]	[30, 38]	[40, 48]	[190, 199]
Hog fat (H)	[0.858, 0.864]	[22, 32]	[53, 77]	[190, 202]

Fourth clustering: We now reiterate starting from the new distance matrix Table VII. Here, $d_{(A,B)} = [13,\ 90.632]$ has the lowest **infimum** value of Table VII, so we join element A with cluster B.

Fourth distance matrix update: We then proceed toupdate the matrix Table VII into a new distance matrix Table VIII, reduced in size by one row and one column because of the clustering of A with B. Using the Table III, update distance between clusters are computed as:

$$\vec{C}_X = (([\mathbf{a}] + [\mathbf{b}])/2);\ \vec{C}_Y = ([\mathbf{f}] + [\mathbf{c}] + [\mathbf{d}])/3$$
$$d_{(A,B)\to(F,(C,D))} = [74.994,\ 120.96]$$
$$\vec{C}_X = (([\mathbf{a}] + [\mathbf{b}])/2);\ \vec{C}_Y = ([\mathbf{e}])$$
$$d_{(A,B)\to(E)} = [99, 132.58]$$
$$\vec{C}_X = (([\mathbf{a}] + [\mathbf{b}])/2);\ \vec{C}_Y = (([\mathbf{g}] + [\mathbf{h}])/2))$$
$$d_{(A,B)\to(G,H)} = [124.14,\ 174.07]$$

FIFTH STEP

Fifth clustering: We now reiterate starting from the new distance matrix Table VIII. Here, $d_{((F,(C,D)),E)} = [16.278,\ 34.54]$ has the lowest infimum value of Table VIII, so we join element F; (C;D) with cluster E.

Fifth distance matrix update: We then proceed to update the matrix Table VIII into a new distance matrix Table IX,

TABLE IV: Lower Non-Diagonal Distance Matrix.

	A	B	C	D	E	F	G
B	[13, 90.632]						
C	[58.249, 134.54]	[79, 109.54]					
D	[55.317, 127.1]	[76, 104.5]	[0.002, 20.857]				
E	[88, 145.42]	[110.45, 129.38]	[19.235, 39.624]	[23.769, 40.262]			
F	[82, 151]	[102.07, 129.86]	[9.0553, 37.697]	[14.56, 39.925]	[15, 29.632]		
G	[131.1, 194.12]	[147.95, 173.77]	[59.682, 85.82]	[65.513, 88.635]	[55.217, 73.11]	[39.204, 63.938]	
H	[101.23, 182.59]	[117.9, 159.97]	[31.827, 72.202]	[37.483, 75.087]	[37.121, 61.799]	[16.124, 51.167]	[5, 42.06]

Min Distance infimum merge interval

TABLE V: Grouped Cluster (C;D).

	A	B	C, D	E	F	G
B	[13, 90.632]					
C, D	**[56.782, 130.82]**	**[77.5, 106.91]**				
E	[88, 145.42]	[110.45, 129.38]	**[21.476, 39.684]**			
F	[82, 151]	[102.07, 129.86]	**[11.768, 38.426]**	[15, 29.632]		
G	[131.1, 194.12]	[147.95, 173.77]	**[62.597, 87.22**	[55.217, 73.11]	[39.204, 63.938]	
H	[101.23, 182.59]	[117.9, 159.97]	**[34.648, 73.636]**	[37.121, 61.799]	[16.124, 51.167]	[5, 42.06]

Min Distance infimum merge interval

TABLE VI: Grouped Cluster (G;H).

	A	B	C, D	E	F
B	[13, 90.632]				
C, D	[56.782, 130.82]	[77.5, 106.91]			
E	[88, 145.42]	[110.45, 129.38]	[21.476, 39.684]		
F	[82, 151]	[102.07, 129.86]	[11.768, 38.426]	[15, 29.632]	
G, H	**[116.15, 188.3]**	**[132.92, 166.85]**	**[48.303, 80.382]**	**[44.578, 67.295]**	**[25.927, 57.442]**

Min Distance infimum merge interval

reduced in size by one row and one column because of the clustering of F; (C;D) with E. Using the Table III, update distance between clusters are computed as:

$$\vec{C}_X = ([\mathbf{f}] + [\mathbf{c}] + [\mathbf{d}] + [\mathbf{e}])/4; \vec{C}_Y = ([\mathbf{a}] + [\mathbf{b}])/2$$
$$d_{((F,(C,D)),E)\to(A,B))} = [80.796,\ 123.54]$$
$$\vec{C}_X = ([\mathbf{f}] + [\mathbf{c}] + [\mathbf{d}] + [\mathbf{e}])/4; \vec{C}_Y = ([\mathbf{g}] + [\mathbf{h}])/2$$
$$d_{((F,(C,D)),E)\to(G,H)} = [40.672,\ 70.114]$$

FINAL STEP

Starting from the new distance matrix Table IX we have $d_{(((F,(C,D)),E),(G,H))} = [40.672,\ 70.114]$ the lowest infimum value of IX, so we join cluster ((F; (C;D));E) with cluster (G;H). We then proceed to update the matrix into a new distance matrix X, reduced in size by one row and one column because of the clustering of ((F; (C;D));E) with (G;H). Using the Table III, update distance between clusters are computed as:

$$\vec{C}_X = ([\mathbf{f}] + [\mathbf{c}] + [\mathbf{d}] + [\mathbf{e}] + [\mathbf{g}] + [\mathbf{h}])/6; \vec{C}_Y = ([\mathbf{a}] + [\mathbf{b}])/2$$

TABLE VII: Grouped Cluster (F; (C;D)).

	A	B	F, (C, D)	E
B	[13, 90.632]			
F, (C, D)	**[65.187, 137.41]**	**[85.666, 114.51]**		
E	[88, 145.42]	[110.45, 129.38]	**[16.278, 34.54]**	
G, H	[116.15, 188.3]	[132.92, 166.85]	**[40.632, 72.566]**	[44.578, 67.295]

Min Distance infimum merge interval

TABLE VIII: Grouped Cluster (A;B).

	A, B	F, (C, D)	E
F, (C, D)	**[74.994, 120.96]**		
E	**[99, 132.58]**	[16.278, 34.54]	
G, H	**[124.14, 174.07]**	[40.632, 72.566]	[44.578, 67.295]

Min Distance infimum merge interval

TABLE IX: Grouped Cluster (((C;D); F);E).

	A, B	(F, (C, D)), E
(F, (C, D)), E	**[80.796, 123.54]**	
G, H	[124.14, 174.07]	**[40.672,, 70.114]**

Min Distance infimum merge interval

TABLE X: Grouped Cluster (((F; (C;D));E); (G;H)).

	A, B
(((F, (C, D)), E)), (G, H)	**[94.402, 139.67]**

Min Distance infimum merge interval

TABLE XI: Clustering Diagram: IUPGMC - Centroid update Formula.

Level	A	B	C	D	E	F	G	H
[0.002,20.857]	•	•	X	X	•	•	•	•
[5, 42.06]	•	•	X	X	•	•	X	X
[11.768, 38.426]	•	•	X	X	•	X	X	X
[13, 90.632]	X	X	X	X	•	X	X	X
[16.278, 34.54]	X	X	X	X	X	X	X	X
[40.672, 70.114]	X	X	X	X	X	X	X	X
[94.402, 139.67]	X	X	X	X	X	X	X	X

$$d_{((F,(C,D)),E),(G,H)\rightarrow(A,B)} = [94.402,\ 139.67]$$

Then, the updated distance matrix becomes Table X. Finally, we merge the last two clusters at level [94:402; 139:67]. This process is summarized by the clustering diagram on Table XI. In that diagram, the columns are associated with the objects and the rows are associated with levels (stages) of clustering. The rectangle colour introduced for each level for 'X' cells is placed in a given row if the corresponding objects are merged at that stage in the clustering. We observe that except the first and last level intervals are different. There are partial differences: not every pair of intervals are disjoint sets.

Interval-valued Data

IV. CASE STUDY: IHCA GEOMETRIC METHODS: COMPARISON OF THREE REPRESENTATIVE MERGE POINTS

A. Interval-valued input distance matrix

Chinese Meteorological Data - The Chinese data set concerns monthly minimal and maximal temperatures observed in 60 meteorological stations mounted all over China. These data are provided by the Institute of Atmospheric Physics of the Chinese Academy of Sciences in Beijing, China and can be downloaded at https://rda.ucar.edu/datasets/ds578.1/ (21 Jul 2021) Table XII provides an example of the interval data set.

The lower bound and the upper bound of each interval are respectively the monthly minimal and maximal temperature recorded by a station for the year 1988.

The range euclidean distance is of the sum of the differences

TABLE XII: CHINESE STATIONS MINIMAL AND MAXIMAL MONTHLY TEMPERATURES - 1988.

Num	Station	January / February	March / April	May / June	July / August	September / October	November / December
1	Hailaer	[-28.4 , -19.1] / [-29.6 , -18.1]	[-20.2 , -7.9] / [-2.9 , 10]	[3.8 , 16.5] / [12.5 , 24.2]	[14.7 , 25.4] / [13.7 , 24.8]	[5.3 , 17.6] / [-3.2 , 9.8]	[-13.8 , -3.7] / [-26 , -17.2]
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
31	KunMing	[2.8 , 16.6] / [4 , 19.4]	[6.7 , 21.4] / [10.4 , 23.4]	[15.9 , 25.3] / [16.4 , 25.3]	[16.9 , 24.4] / [16.6 , 23.8]	[14 , 21.7] / [12.4 , 19.7]	[7.4 , 16.3] / [3.8 , 15.5]
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
60	HaiKou	[17.3 , 23] / [17.3 , 23]	[17.1 , 23.7] / [19.9 , 25.9]	[25.3 , 33.4] / [25.5 , 33.2]	[25.8 , 34] / [25 , 32.6]	[25.1 , 31.5] / [23 , 26.7]	[18.6 , 22.6] / [16.3 , 21.6]

TABLE XIII: DISTANCE MATRIX.

Station	1	2	3	4	...	60
1	[0, 0]	[0, 47.318]	[0, 47.779]	[0, 55.623]	...	[72.322, 123.98]
2	[0, 47.318]	[0, 0]	[0, 49.619]	[0, 51.683]	...	[64.382, 120.42]
3	[0, 47.779]	[0, 49.619]	[0, 0]	[0, 54.039]	...	[66.374, 119.57]
4	[0, 55.623]	[0, 51.683]	[0, 54.039]	[0, 0]	...	[55.032, 104.17]
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
59	[67.663, 119.34]	[59.726, 115.91]	[61.849, 114.96]	[50.39, 99.619]	...	[0, 24.888]
60	[72.322, 123.98]	[64.382, 120.42]	[66.374, 119.57]	[55.032, 104.17]	...	[0, 0]

Range euclidean distance - Chinese Stations Minimal and Maximal Monthly Temperatures - 1988.

in the variables' values (interval-valued vector components).

Using the data from Table XII, we can compute the distance between all pairs of objects. All these distances are usually expressed by means of a distance matrix. In this distance matrix, the non-diagonal elements express the distances between pairs of objects and zeros lower bounds on the diagonal (the distance from each object to itself is, of course, [0; 0]).

In our example, the distance matrix is an 60 _ 60 table with the lines and rows representing the objects (i.e., Chinese Stations Minimal and Maximal Monthly Temperatures - 1988.) under consideration (see Table XIII). As the distance between objects 1 and 2 (in this case [0; 47:318]) is the same as between 2 and 1, the distance matrix is symmetrical.

Furthermore, since the distance between an object and itself include zero, one must only look at either the lower or upper non-diagonal elements.

B. Case Study

An ad hoc choice of good clustering in this case study is presented on Figure 1 represents the China map containing the 60 stations (Table XVII). All stations from same cluster are drawn with the same standard icon used in Google Earth, Google Maps, and other map related applications. We can conclude that the stations located near each other geographically or situated approximately at the same latitude tend to be assigned to the same cluster or to a neighbour cluster and we see also the relief influence.

All stations of the same cluster are drawn with the same standard icon used in Google Earth, Google Maps, and other map related applications. We can conclude that the stations located near each other geographically or situated approximately at the same latitude tend to be assigned the same cluster or to a neighbor. It should be also observed, for example, cluster agreement on Figure 1 with climate regions of China on Figure 2 .

CLUSTERING RESULTS

In sequel we focus on the impact of each one the representative merge point choice infimum, supremum, midpoint. We make a classical cluster for each used linkage measure using both minimal and maximal monthly temperatures of every station using the euclidean metric. It should be mentioned that the data were considered in a classic way all using two data vectors with 12 components for each one of 60 sites.

Table XIV shows the 8 clusters partition IWPGMC results

Fig. 1: Interval-valued Data Hierarchical Clustering (method = ”Ward’s-mid/sup”)

Climatic regions of China.

© Encyclopædia Britannica, Inc.

Fig. 2: Ihttps://kids.britannica.com/students/assembly/view/137856

With three representative merge points-infimum, supremum and midpoint of range euclidean distance. On the most righthand side we have presented also the 8 clusters partition using the classical WPGMC.

IWPGMC-inf presents the same drawback of the single linkage method - the so-called chaining phenomenon observed in results on Table XIV. We see also that we have the same 8 clusters partition with IWPGMC-mid/sup (midpoint/supremun of range euclidean metric). Finally, we should be observed the a difference between IWPGMC and WPGMC clustering with 8 partitions.

Figure 3 represents the China maps containing the 60 stations. It shows the 8 clusters partition Median linkage Hierarchical clustering results (IWPGMC-mid/sup on Figure 3a and WPGMC-Classical on Figure 3b).

All stations of the same cluster are drawn with the same standard icon used in Google Earth, Google Maps, and other map related applications. We can conclude that the stations located near each other geographically or situated approximately at the same latitude tend to be assigned the same cluster or to a neighbor.

Table XV shows the 8 clusters partition IUPGMC results with three representative merge points-infimum, supremum and midpoint of range euclidean distance. On the most righthand side we have presented also the 8 clusters partition using the classical UPGMC.

Figure 4 represents the China maps containing the 60 stations. It shows the 8 clusters partition Interval-valued Centroid linkage clustering results with the infimum (Figure 4a) , supremum ,and (Figure 4b) midpoint (Figure 4c)range Euclidean distance representative merge points. Figure (4c)) we have the UPGMC classical result.

All stations of the same cluster are drawn with the same standard icon used in Google Earth, Google Maps, and other map related applications. We can conclude that the stations located near each other geographically or situated approximately at the same latitude tend to be assigned to the same cluster or to a neighbor.

Table XVI shows the 8 clusters partition Interval-valued Ward's linkage Hierarchical clustering results with three representative merge points-infimum, supremum and midpoint of range euclidean distance [12], [13]. On the most right-hand side we have presented also the 8 clusters partition using the classical complete linkage clustering algorithm.

The Interval-valued Ward's-inf linkage clustering have a drawback of chaining phenomenon observed in results (the socalled chaining phenomenon is frequently observed on single linkage method) We see also that we have the same 8 clusters partition with mid/sup (midpoint/supremum of range Euclidean metric).

Figure 5 represents the China maps containing the 60 stations.

It shows the 8 clusters partition Interval-valued Ward's linkage hierarchical clustering results with three representative merge points-infimum (Figure 5a) , supremum (Figure 5b), and midpoint (Figure 5b) points of range euclidean distance.

Figure 5c) shows the 8 clusters partition using the classical Ward's linkage clustering algorithm.

All stations of the same cluster are drawn with the same standard icon used in Google Earth, Google Maps, and other map related applications. We can conclude that the stations located near each other geographically or situated approximately at the same latitude tend to be assigned to the same cluster or to neighbor.

V. CONCLUSION

This paper concerns the clustering IHCA geometric methods as extending the classical HCA by means of interval arithmetic.

Range metrics metrics lower and upper bounds is the key of IHCA. In hierarchical clustering, you categorize the objects into a hierarchy similar to a tree-like diagram which is called a dendrogram. The interval distance of split or merge (called height) can be shown each cluster represented by a center interval. Hierarchical clustering is heavy since we have to compute the distances between all the points in first step.

Focus was gave on the relative impact of three representative merge points-infimum, supremum and midpoint of used range Euclidean distance.

REFERENCES

[1] F. Murtagh: A survey of recent advances in hierarchical clustering algorithms. The Computer Journal, 26(4):354–359 , 1983

[2] G. Gan, C. Ma, and J. Wu: Data Clustering: Theory, Algorithms, and Applications. ASA-SIAM Series on Statistics and Applied Probability, SIAM, Philadelphia, ASA, Alexandria, VA, 2007.

[3] L. Billard, and E. Diday, Symbolic Data Analysis: Conceptual Statistics and Data Mining. Wiley, Chichester, (2007)

[4] S.M.L. Galdino, and J.D. Silva: INTERVAL-VALUED DATA HIERARCHICAL CLUSTER ANALYSIS: COMPARISON OF FOUR LINKAGE MEASURES AND THREE REPRESENTATIVE MERGE POINTS. In: Frederico Celestino Barbosa. (Org.). Tópicos em ciências exatas e da Terra. 1aed.Piracanjuba-GO: Editora Conhecimento Livre, 2021, v. , p. 91-118.

[5] R.E. Moore: Interval Analysis. Prentice Hall, Englewood Clifs, NJ, USA, 1966.

[6] U.W. Kulish andW.L. Miranker: The Arithmetic of the Digital Computers: A New Approach. SIAM Review 28, 1 , 1986.

[7] R.E. Moore, R. B. Kearfott and M. J. Cloud: Introduction to INTERVAL ANALYSIS. SIAM, Philadelphia, 2009.

[8] E. R. Hansen & G. W. Walster: Global Optimization Using Internal Analysis. Second Edition, Marcel Dekker, Inc., New York, 2004.

[9] R.E. Moore: Methods and applications of interval analysis. Studies in Applied Methemathics (SIAM), 1979.

[10] S.C. Johnson: Hierarchical Clustering Schemes, Psychometrika, 2:241– 254, 1967.

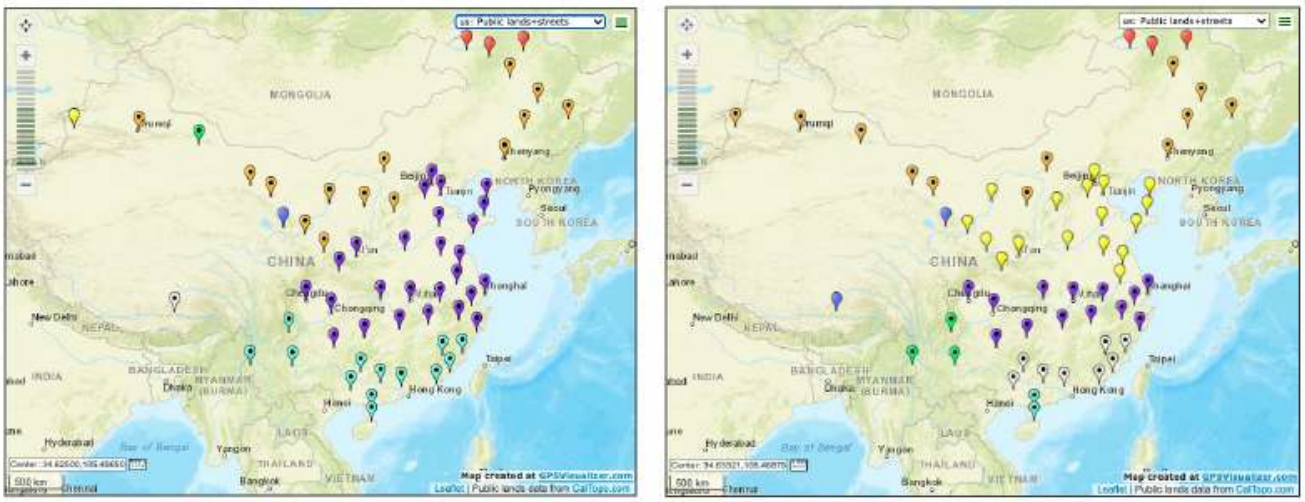
[11] M. Ichino, General Metrics for Mixed Features - The Cartesian Space Theory for Pattern Recognition. In: Proceedings of the 1988 Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Pergamon, Oxford, 494-–497, 1988.

[12] S.M.L. Galdino, and J.D. Silva: Interval-valued Data Ward's Hierarchical Agglomerative Clustering Method: Comparison of Three Representative Merge Points. Proc. of the 7th International Conference on Engineering and Emerging Technologies (ICEET), 27-28 October 2021, Istanbul, Turkey.

[13] J.D. Silva, and S.M.L. Galdino: IInterval-valued Data Ward's Minimum Variance Clustering - Centroid update Formula. Proc. of the 7th International Conference on Engineering and Emerging Technologies (ICEET), 27-28 October 2021, Istanbul, Turkey.

TABLE XIV: Interval-valued Median linkage Hierarchical clustering (IWPGMC) results using Range Euclidean Metric Distance Matrix Input (see Table XIII).

Cluster	inf	sup	mid	Classical
1 =	1, . . . 53	1, 2, 3	1, 2, 3	1, 2, 3
2 =	54	4, 5, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 32	4, 5, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 32	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 15, 17, 18, 19
3 =	55	6	6	12, 14, 16, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 32, 33, 34, 35, 42, 43, 44
4 =	56	8	8	29, 30, 31
5 =	57	11	11	11, 27
6 =	58	20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50	20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50	28, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 45, 46, 47, 48, 49, 50
7 =	59	27	27	51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58
8 =	60	29, 30, 31, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60	29, 30, 31, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60	59, 60

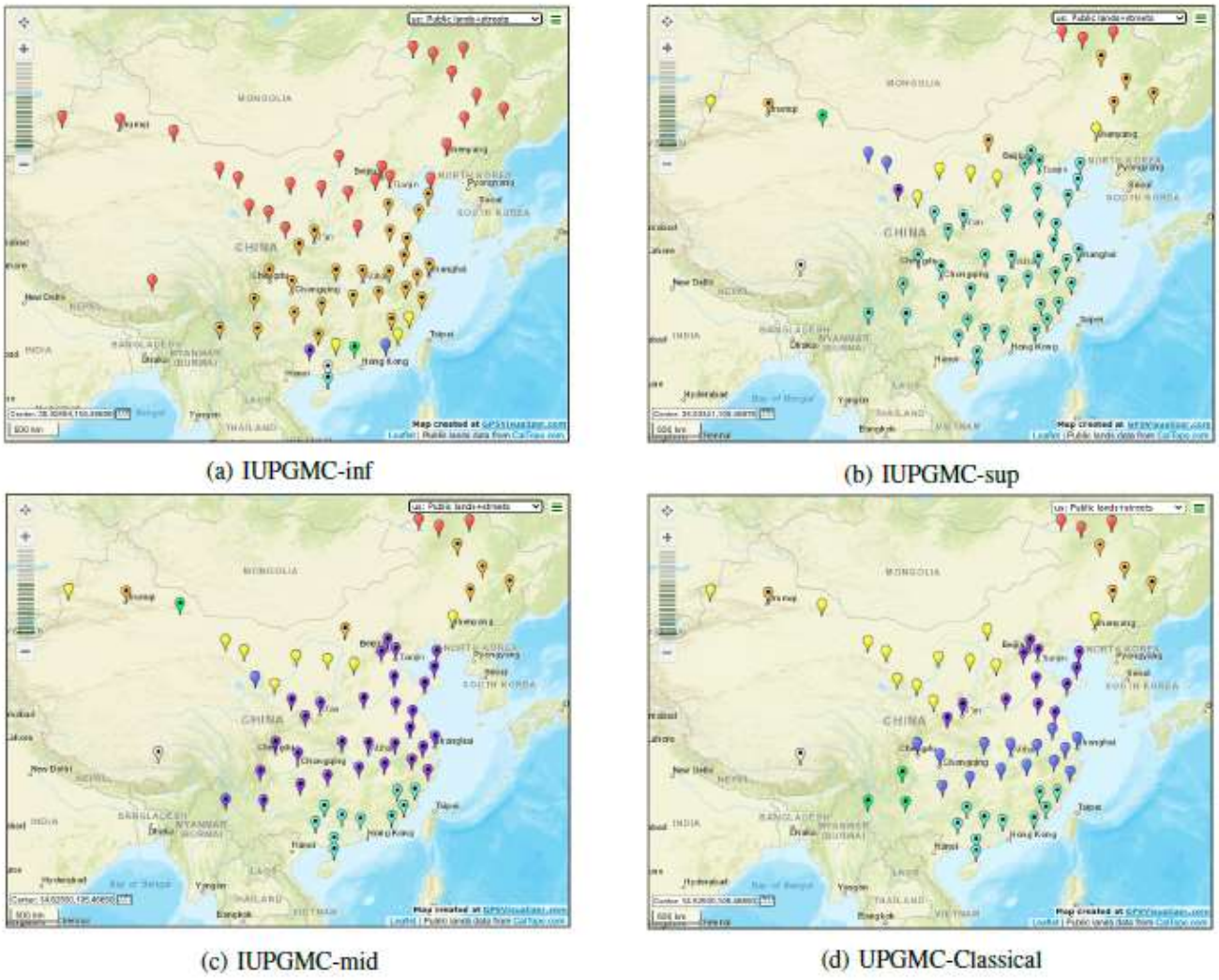


(a) IWPGMC-mid/sup (b) WPGMC - Classical

Fig. 3: Median linkage clustering (IWPGMC-mid/sup and WPGMC-Classical)

TABLE XV: Interval-valued Centroid linkage Hierarchical clustering (IUPGMC) results using Range Euclidean Metric Distance Matrix Input (see Table XIII).

Cluster	inf	sup	mid	Classical
1 =	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 27, 32, 34	1, 2, 3	1, 2, 3	1, 2, 3
2 =	24, 25, 26, 28, 29, 30, 31, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 52, 53	4, 5, 7, 13, 17, 18	4, 5, 7, 13, 17, 18	4, 5, 7, 17, 18
3 =	51, 54, 55	6, 12, 14, 15, 16, 19	6, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 19	6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 19, 32
4 =	56	8	8	29, 30, 31
5 =	**57**	**9,10**	**11**	**28, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50**
6 =	**58**	**11**	**20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50**	**20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 33, 34, 35, 42, 43**
7 =	59	27	27	27
8 =	60	20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60	51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60	51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60



(a) IUPGMC-inf

(b) IUPGMC-sup

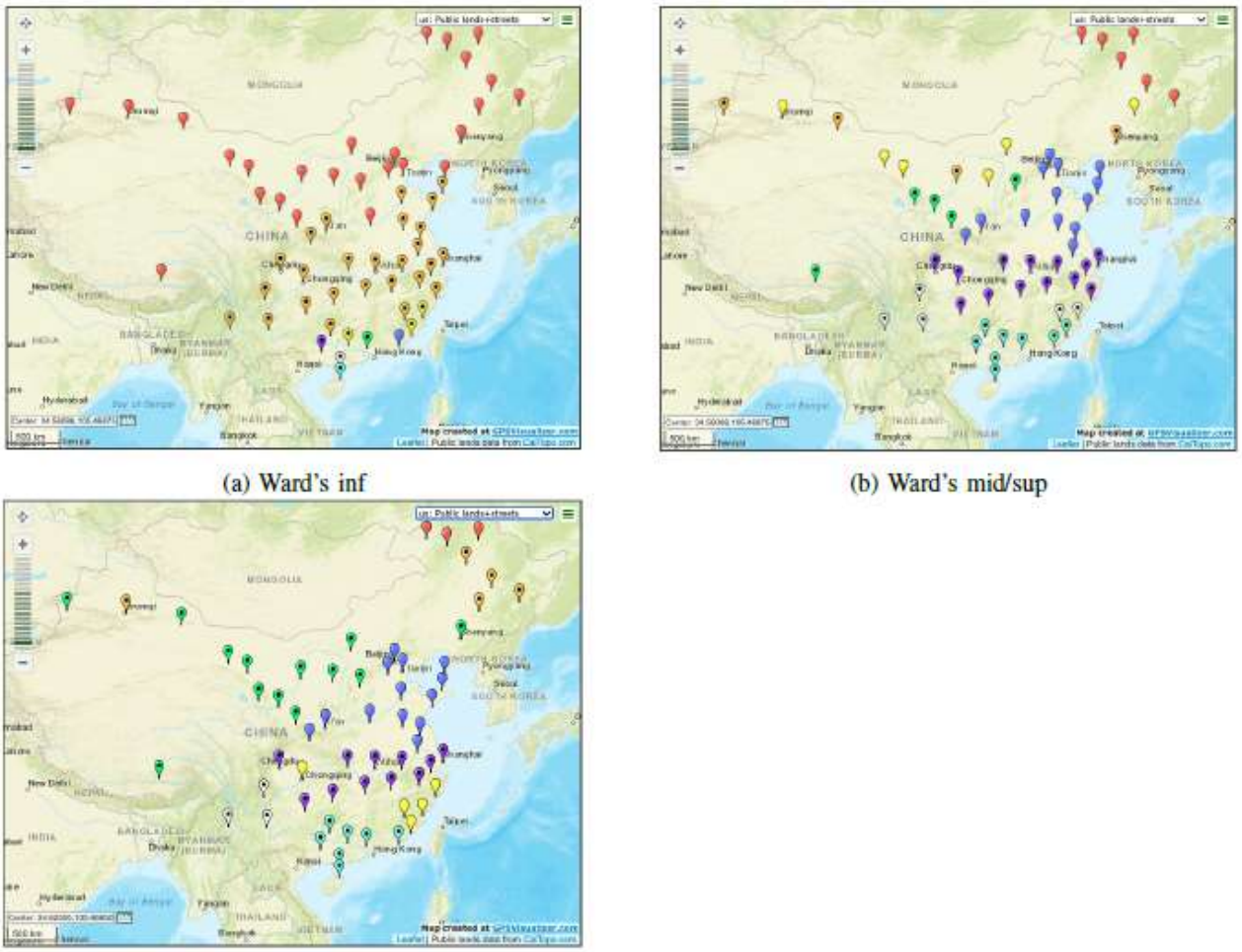
(c) IUPGMC-mid

(d) UPGMC-Classical

Fig. 4: Centroid linkage clustering (IUPGMC-inf/sup/mid and UPGMC-Classical)

TABLE XVI: Interval-valued Ward's linkage clustering results using Range Euclidean Metric (see Table XII and Table XIII).

Cluster	inf	sup	mid	Classical
1 =	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 27, 32, 34	1, 2, 3, 4, 5, 17	1, 2, 3, 4, 5, 17	1, 2, 3
2 =	24, 25, 26, 28, 29, 30, 31, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 52, 53	6, 8, 14, 19	6, 8, 14, 19	4, 5, 7, 17, 18
3 =	51, 54, 55	7, 9, 10, 13, 15, 18	7, 9, 10, 13, 15, 18	38, 50, 51, 52, 54
4 =	56	11, 12, 16, 27, 32	11, 12, 16, 27, 32	6, 8, 9, 10 11, 12, 13, 14, 15, 16, 19, 27, 32
5 =	**57**	**20,21,22,23, 24,25,26,33, 34,35,42,43, 44**	**20,21,22,23, 24,25,26,33, 34,35,42,43, 44**	**20,21,22,23, 24,25,26,33, 34,35,42,43 44**
6 =	**58**	**28,36,37,38, 39,40,41,45, 46,47,48,49, 50**	**28,36,37,38, 39,40,41,45, 46,47,48,49, 50**	**28,36,37,39, 40,41,45,46, 47,48,49**
7 =	59	29, 30, 31, 51, 52	29, 30, 31, 51, 52	29, 30, 31
8 =	60	53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60	53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60	53, 55, 56, 57, 58, 59, 60



(a) Ward's inf

(b) Ward's mid/sup

(c) Ward's Classical

Fig. 5: Ward's linkage clustering

TABLE XVII: CHINESE METEOROLOGICAL STATIONS.

Num	Station	Num	Station	Num	Station
1	Hailaer	21	TianJin	41	GuiYang
2	NenJiang	22	BaoDing	42	XuZhou
3	BoKeTu	23	DaLian	43	QingJiang
4	QiQiHaEr	24	YanTai	44	NanJing
5	HaErBin	25	JiNan	45	ShangHai
6	Yi Ning	26	QingDao	46	AnQing
7	WuLuMuQi	27	LaSa	47	HangZhou
8	HaMi	28	ChengDu	48	NanChang
9	Jiu Quan	29	XiChang	49	QuZhou
10	ZhangYe	30	TengChong	50	WenZhou
11	XiNing	31	KunMing	51	FuZhou
12	LanZhou	32	TianShui	52	YongAn
13	HuHeHaoTe	33	XiAn	53	LiuZhou
14	YinChuan	34	ZhengZhou	54	XiaMen
15	YuLin	35	HanZhong	55	WuZhou
16	TaiYuan	36	YiChang	56	GuangZhou
17	MuDanJiang	37	WuHan	57	ShanTou
18	ChangChun	38	ChongQing	58	NanNing
19	ShenYang	39	ChangSha	59	ZhanJiang
20	BeiJing	40	ZhiJiang	60	HaiKou

Capítulo 5

10.37423/211104981

ANÁLISE DE VIBRAÇÃO APLICADA EM MANCAIS DE ELEVADOR DE AREIA COM AUXÍLIO DE SOFTWARE ANALISADOR

Alycion Marinho Weisheimer — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Ademir José Demétrio — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Claiton Emilio do Amaral — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Emerson José Corazza — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Fábio Krug Rocha — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Flávio de Borba Prá — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Gilson João dos Santos — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Paulo Roberto Queiroz — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Renato Cristofolini — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Rosalvo Medeiros — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Resumo: Um dos maiores desafios dos gestores de manutenção industrial é o conhecimento das condições de operação dos ativos da companhia sem a necessidade de parar o equipamento, em fábricas de fundição devido ao seu ambiente agressivo esse acompanhamento acaba de tornando um desafio, e com o aumento gradual dos volumes produtivos os equipamentos acabam ficando expostos a possíveis falhas inesperadas e quebras de componentes, é o caso dos rolamentos de elevadores de areia de moldagem. Este artigo foi baseado na aplicação da manutenção preditiva com foco na análise de vibração do rolamento NSK 22222 utilizado em mancais de elevadores de areia de uma indústria de fundição sediada na cidade de Joinville/SC. A metodologia utilizada foi o estudo de caso do componente aonde foi feito o mapeamento de todas as frequência envolvidas no sistema rotativo. Assim pode-se fazer a elaboração de um s*etup* com o auxílio do *software NEST ANALYST* da plataforma *ONEPROD,* as medições em campo foram realizadas utilizando um coletor de dados do modelo *FALCON.* Os parâmetros vibracionais avaliados pelo analista foram sinal onda do tempo, espectros de velocidade e aceleração, e através da aplicação da norma ISO10816 e da análise das frequências e modulações dos espectros pode-se chegar a um diagnóstico de falha com potencial de quebra a curto prazo, antecipando a parada do equipamento e realizando a intervenção de troca do rolamento danificado, evitando a parada da linha durante o período produtivo.

Palavras-chave: Manutenção preditiva, Análise de vibrações, Análise de espectros.

1. INTRODUÇÃO

A manutenção é a principal área de apoio da produção, as interrupções nas linhas produtivas estão diretamente alinhadas com as informações repassadas pelos gestores de manutenção. Dentre as técnicas de manutenção mais utilizadas, as técnicas preditivas tornam-se uma ferramenta indispensável para empresas que buscam aliar alta produtividade por meio da disponibilidade de seus ativos e redução de custos de manutenção. Assim, com a manutenção preditiva consegue-se reduzir a necessidade de serviços de manutenção do equipamento e paradas de emergência, eliminando também a possibilidade de desmontagem desnecessária, aumentando-se a vida útil dos componentes e a confiabilidade dos desempenhos e das interrupções anteriores da produção. As técnicas mais comuns usadas para manutenção preditiva são inspeção visual, ultrassom, análise de vibração, dentre outras técnicas de análise não destrutivas.

O presente artigo teve como objetivo solucionar as quebras que estavam ocorrendo em rolamentos de mancais de elevadores de areia, mediante da aplicação da manutenção preditiva focando na análise de vibração, foram realizados os estudos das frequências envolvidas no sistema rotativo assim como no rolamento abordado de modelo NSK 22222, através do mapeamento das frequências e utilizando a norma de vibração ISO10816 foi possível criar um banco de parâmetros no *software* de análise de vibração para o acompanhamento do comportamento vibracional dos rolamentos, assim desvios causados por falhas podem ser detectados antes que uma quebra impactasse negativamente na linha de produção.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Tendo em vista a necessidade de aprofundamento teórico sobre principais pontos que abordam o tema escolhido, será feito a relação com a teoria para os seguintes temas:

2.1 MANUTENÇÃO PREDITIVA

Conforme Marques e Brito (2019), a manutenção preditiva consiste em acompanhar equipamentos durante seus funcionamentos, parando apenas caso o encarregado pela manutenção constatar alterações que possam acarretar em possíveis falhas nos equipamentos.

Gregório e Silveira (2018) definem a manutenção preditiva, também conhecida como manutenção controlada, como um tipo de manutenção planejada, a qual utiliza técnicas de análise de forma

sistêmica, visando diminuir as manutenções corretivas e preventivas, uma vez que tem como principal objetivo utilizar o componente por toda a sua vida útil.

Segundo Almeida (2015), ao se implementar a manutenção preditiva, uma empresa pode alcançar objetivos como:

a) Determinação prévia da necessidade de manutenção em peças específicas das máquinas, aumentando a vida útil das mesmas;

b) Extinguir desmontagens desnecessárias para inspeção;

c) Aumento de tempo de disponibilidade de equipamentos;

d) Evitar paradas imprevistas, que acarretam em emergências e transtornos;

e) Evitar que defeitos se agravem e se estendam a outros componentes das máquinas;

f) Diminuir custos e garantir a qualidade de produtos e serviços.

De acordo com Toledo (2019), há diversas técnicas de manutenção, tais como: análise de vibração, inspeção ultrassônica, análise de óleos, termografia, dentre outros.

2.2 VIBRAÇÕES

Conforme Kelly (2017), vibrações são oscilações em sistemas mecânicos ou estruturais em torno de uma posição de equilíbrio, estas se iniciam quando um componente de inércia é deslocado da sua posição de equilíbrio, devido a energia introduzida no sistema através de uma força externa, denominada trabalho.

Segundo Rao (2008), todas as vezes que a frequência natural de vibração de uma máquina ou estrutura coincidir com a frequência de excitação externa, o fenômeno da ressonância acontece, resultando assim, em deflexões excessivas e falhas.

Ainda conforme Kelly (2017), caso as vibrações não sejam controladas, podem ocorrer situações catastróficas, tais como: usinagens inadequadas devido à vibrações em máquinas ferramenta, falhas estruturais devido às solicitações dinâmicas que ocorrem durante terremotos ou ventos intensos, falha nos rotores de helicópteros devido às vibrações oriundas de uma hélice desbalanceada, perda de eficiência e ruído excessivo em bombas, compressores, turbomáquinas e outras máquinas industriais devido à vibração excessiva.

De acordo com Inman (2018), fisicamente o fenômeno da vibração envolve a interação entre as energias cinética e potencial, para isto, o sistema vibratório deve ser composto de um elemento que armazena energia potencial e a libera como cinética em forma de movimento, ou seja, a vibração de uma determinada massa, consequentemente, o movimento da massa transfere a energia cinética para o elemento de armazenamento, na forma de energia potencial como demonstrado no Anexo A.

Conforme Spamer (2009), as três grandezas físicas da vibração são: frequência, amplitude e fase. A primeira diz respeito ao número de ciclos que um evento acontece, em um determinado período, sendoesta frequentemente medida em Hertz (Hz). A amplitude é a intensidade que o evento em questão acontece. Já a fase indica o ângulo que o sinal apresenta pelas reações físicas das máquinas e componentes.

Para Rao (2008), as vibrações podem ser classificadas como: livres, forçadas, amortecidas, não amortecidas, lineares, não lineares, determinísticas (periódicas) e aleatórias. Um exemplo destas últimas consta, respectivamente, no Anexo B.

2.3 ANÁLISE DE VIBRAÇÕES

De acordo com Cyrino (2015), a manutenção preditiva éfundamentada na análise de vibrações, sendo realizada com base nos dados obtidos através da utilização de aparelhos específicos, os quais detectam condições excessivas de vibração, com base nos dados coletados são feitos os diagnósticos e as análises das tendências de falhas.

Os registros das vibrações se dão através de sensores que convertem energia mecânica de vibração em sinais elétricos, estes sensores são colocados em locais estratégicos nas máquinas. Os sinais elétricos, são encaminhados para aparelhos registradores ou analisadores de vibração (CYRINO, 2015).

Segundo Rocha (2014), os dispositivos que fazem a decodificação dos sinais mecânicos em sinais elétricos, são os transdutores sísmicos ou acelerômetros. Para que os sinais sejam convertidos do domínio do tempo para o domínio da frequência, é necessário o uso de técnica conhecida por Transformada Rápida de Fourier (FFT - *Fast Fourier Transform*).

Comumente, os sinais de vibração são encontrados compostos por várias frequências, as quais ocorrem simultaneamente, podendo ser analisados de duas maneiras: amostragem da amplitude versus tempo, na qual é realizada uma análise da onda no tempo, ou espectro de frequência (FFT), na qual são revelados os componentes existentes no sinal amplitude x frequência (CAVALCANTE, 2017).

2.3.1 TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (FFT)

Conforme Rao(2008), uma FFT trata-se da transformação de dados do domínio do tempo, para o domínio da frequência. A representação da série de Fourier é mostrada pela Equação 1 a seguir:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right) \qquad \text{Eq. 1}$$

De acordo com Rocha (2014), o sinal de entrada é composto de muitas ondas senos diferentes, entretanto, a FFT identifica as ondas de senos complexas e as separa em ondas seno por cada componente individualizado. As ondas de seno separadas são projetadas no eixo da frequência, obtendo desta forma um espectro de frequência, como demonstrado noAnexo C.

2.3.2 TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (FFT) NO SISTEMA DE DETECÇÃO DE DEFEITOS

Conforme Carvalho (2019), a FFT é uma importante ferramenta para um sistema de detecção de defeitos em máquinas elétricas rotativas, pois a análise do estado da máquina, ou seja, a avaliação, é realizada com base nos estudos de determinadas frequências que têm a sua amplitude alterada na presença de mecanismos de falha.

2.3.3 MONITORAMENTO DE MULTI-PARÂMETROS

De acordo com SKF (2004), para realizar as análises de vibrações são usadas múltiplas técnicas e parâmetros de medição, de maneiras que permitam coletar as informações mais importantes a respeito da condição da máquina para cada defeito. Tem-se como principais parâmetros a serem utilizados:sinal do tempo, velocidade de vibração, aceleração e envelope de aceleração. Um exemplo de sinal filtrado por esta última técnica é demonstrado no Anexo D.

2.3.4 GRÁFICOS UTILIZADOS EM ANÁLISE DE VIBRAÇÃO

Segundo SKF (2004), são utilizados três gráficos indispensáveis para o acompanhamento do estado de uma determinada máquina, sendo estes:gráfico de tendência global, o qual é demonstrado no Anexo E, gráfico espectral FFT, sendo este exemplificado no Anexo F e demonstrado umexemplo de resultado real no Anexo G, e por fim, gráfico de onda, que é apresentado no Anexo H.

2.3.5 CLASSIFICAÇÃO DO NÍVEL DE SEGURANÇA DOS EQUIPAMENTOS

De acordo com a norma ISO 10816 (2009), as máquinas são classificadas em três status, os quais constam noQuadro1 a seguir.

Quadro 1 –Parâmetros de status de máquinas e equipamentos conforme ISO 10816.

Status	Níveis
Seguro	Níveis de vibrações consideradas normais para o equipamento em análise, estando dentro dos limites de tolerância.
Alarme	Indica que uma mudança significante ocorreu, ou seja, a máquina em análise pode geralmente continuar funcionando durante o processo de análise, e recomendação de acompanhamento é necessário, às vezes é necessário intervenções pequenas como lubrificação.
Perigo	Nível que ultrapassa o qual a continuação do funcionamento da máquina pode causar um dano, logo, faz-se necessária uma intervenção de modo que reduza as vibrações ou a parada da máquina é necessária.

Fonte: Adaptador de ISO 10816, 2009.

2.4 ELEVADOR DE CANECAS

Conforme Sousa (2019), um elevador de canecas ou elevador de caçambas como também é conhecido, é um sistema de elevação de grãos,cujo qual é usado para movimentar verticalmente, sólidos a granel. O elevador recebe o material, que frequentemente é de um outro transportador horizontal, onde, no Anexo I é representado como “entrada”. A caçamba contendo material é elevada até a altura máxima do elevador, em seguida passa pela área da “cabeça”, sendo desta forma, arremessado para fora devido à força gravitacional juntamente com a centrípeta, fazendo o material a granel deixar o sistema pela “saída” a uma altura superior à de entrada. Finalmente, as canecas retornam vazias do outro lado do elevador até o nível inferior mais próximo do chão, onde voltarão a subir novamente, recebendo mais material para elevar.

2.5 MANCAIS

A definição do termo “mancal” se aplica a duas partes com movimentos relativos, por definição elas constituem um mancal, sem considerar sua configuração ou forma. O autor ainda afirma que tais componentes podem escorregar, rolar, ou fazer ambos simultaneamente, e normalmente demandam lubrificação para remover o calor e reduzir o atrito. Mancais de rolamento possuem elementos

rolantes, geralmente esferas de aço endurecidas ou rolos mantidos entre pistas de aço endurecido, que são usadas para permitir atrito muito baixo. A seleção dos mancais, variam de acordo com as aplicações no que se refere a carga, velocidade e vida especificada. No que tange à direção dos esforços, os mancais podem resistir a cargas radiais, axiais ou a combinação de ambas (NORTON, 2013).

De acordo com Norton (2013), de forma geral, os mancais podem ser diferenciados em dois grupos, de acordo com seu elemento rolante, sendo estes: de esferas, como demonstrados no Anexo J, e de rolos, como apresentado no Anexo K.

2.5.1 DEFEITOS EM MANCAIS DE ROLAMENTO

Frequentemente, falhas em mancais de rolamento, são resultados de falhas secundárias em outros componentes da máquina ou lubrificação, o que consequentemente danifica os rolamentos. Desta forma, quando as falhas são detectadas nos rolamentos, deve-se procurar automaticamente pelas secundárias, como por exemplo um desbalanceamento ou desalinhamento (MAIS, 2002).

As falhas de rolamentos podem ter sua origem a partir de uma lubrificação ineficaz ou contaminada, sobrecargas, operação ou montagem incorreta do equipamento, fadiga superficial, passagem indevida de corrente elétrica, transporte incorreto ou por interferências de vibrações de máquinas adjacentes (MAIS, 2002).

2.5.2 FALHAS DETECTADAS POR ANÁLISE DE VIBRAÇÃO EM MANCAIS DE ROLAMENTO

Na análise de vibração, a técnica usada para detectar falhas em estágio inicial é o parâmetro do envelope de aceleração, este possibilita tempo o suficiente para corrigir as causas dos problemas sobre o rolamento e possivelmente estender sua vida útil, ou até mesmo por tempo suficiente para planejar a troca do mesmo. Já os parâmetros de aceleração e velocidade detectam falhas em estágio avançado, normalmente quando resta menos de 10% da vida residual do mesmo (MAIS, 2002).

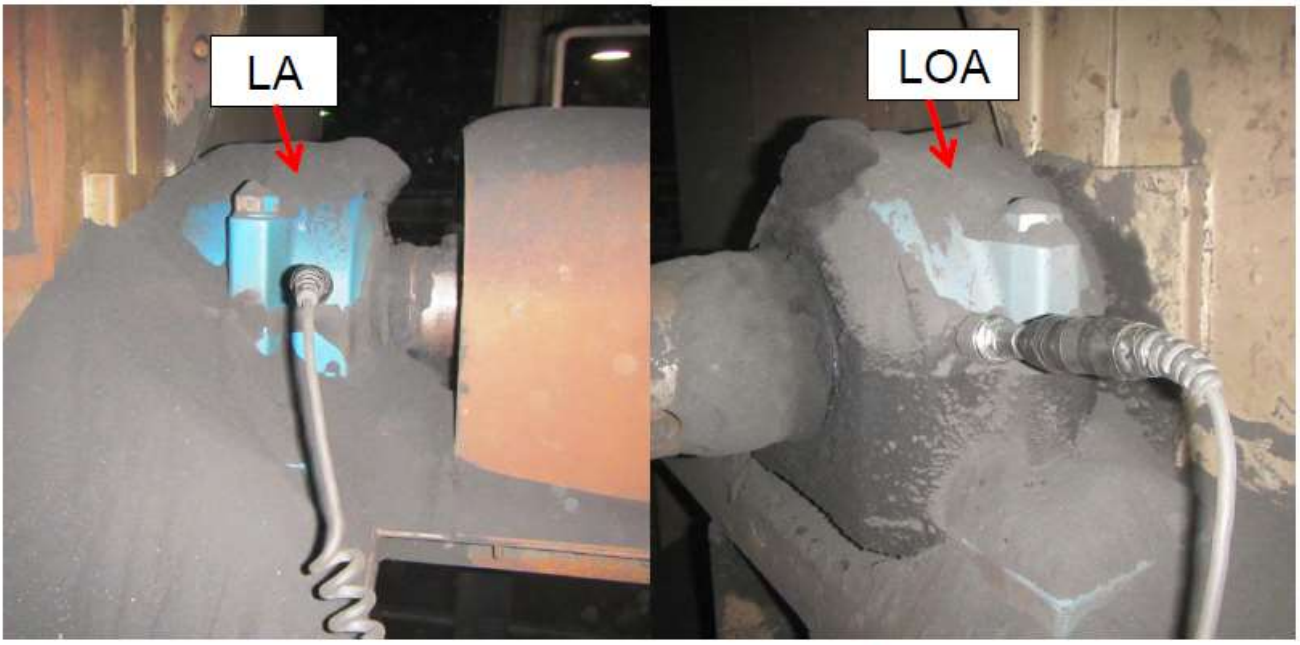
As frequências de defeitos em rolamentos caracterizam-se por serem muito mais altas e apresentam amplitudes muito mais baixas, em comparação a outras falhas mecânicas como desbalanceamentos ou folgas, devido a isto, é de extrema importância avaliar os gráficos espectrais FFT, como demonstrado noAnexo L, e relacioná-los às frequências de defeito de rolamento (MAIS, 2002).

3. METODOLOGIA

No presente trabalho, foi realizada uma abordagem qualitativa do problema, o estudo de caso considerou a realidade da empresa de fundição sediada em Joinville/SC com objetivo de solucionar problemas que estão ocorrendo em mancais de apoio de elevadores de areia, serão avaliados neste estudo dois conjuntos de mancais de um elevador identificados como elevador EC01 da linha de moldagem, a Figura 1 mostra o mancal avaliado.

Além das quebras inesperadas destes rolamentos, falhas de lubrificação devido à contaminação de areia de moldagem do processo diminuem a vida útil dos rolamentos, na metodologia deste artigo serão apresentadas técnicas de configuração de setups a partir das frequências presentes no componente abordado, e foram definidos como mancal lado acionado (LA) e mancal oposto ao acionamento (LOA).

Figura 1 – Mancais eixo motrizelevador de areia EC01, mancal LA (a) mancal LOA (b).



(a) (b)

Fonte: O autor, 2021.

O equipamento estudado é responsável de apoiar o eixo motriz do elevador de canecas, caso uma parada inesperada ocorra, os prejuízos impactam diretamente nos resultados e metas da empresa, dessa forma as condições operacionais devem ser acompanhadas pela equipe de manutenção. Devido a quebras nesses componentes foram feitos como ação, pelo setor de PCM (planejamento e controle de manutenção), planos de manutenção preditiva no sistema de empreendimento que foram criados

e utilizados, pelo setor, com intervalo mensal e, para realização das medições e análises foi contratada uma empresa especializada em análise de vibração. Este equipamento é classificado pela empresa de fundição como criticidade "A" devido seu alto impacto na linha produtiva. A carga de trabalho deste elevador é de 24 horas por dia e seis dias na semana.

3.1 AVALIAÇÕES DA SEGURANÇA PARA REALIZAR AS MEDIÇÕES E INSPEÇÕES

Avaliar a segurança antes de realizar a atividade é extremamente importante, visto que os monitoramentos e inspeções são realizados com os equipamentos em movimento em condição de operação, principalmente no caso de equipamentos críticos. Sendo assim, o analista responsável pela inspeção realizou a análise preliminar de risco no local e constatou que o mancal monitorado é seguro para realizar a coleta de dados.

3.2 CONSIDERAÇÕES DAS FREQUÊNCIAS EVOLVIDAS DO SISTEMA ROTATIVO

Para o componente estudado temos as definições de frequências à rotação do eixo que é de 780rpm (rotação do eixo de saída de redutor) que é igual a 13,12Hz e de acordo com a biblioteca de rolamentos do *software NEST ANALYST*, as frequências fundamentais do rolamento NSK 22222 são divididas da seguinte forma:

a) Gaiola FTF = 0,21 Hz

b) Pista externa BPFO = 3,8 Hz

c) Pista interna BPFI = 5,16 Hz

d) Elementos rolantes BSF = 1,64 Hz

Toda análise espectral será baseada no acompanhamento dessas frequências, levando em consideração as amplitudes em velocidade e aceleração.

3.3 CONFIGURAÇÕES DO BANCO DE DADOS E *SETUPS*

Os parâmentros de monitoramento são a nível global em velocidade na faixa de 0 a 200 Hz, amplitudes de aceleração em três faixas de frequências de 0 a 2000 Hz, 2 a 5 KHz e de 5 a 10 KHz, cada faixa dessas frequências irá mostrar as amplitudes em RMS (*Root mean squate*) ou raiz média quadrática com as unidades *mm/s* para velocidade e *g* para aceleração. O primeiro sinal coletado pelo aparelho é o sinal do tempo configurado com um periodo de 4 segundos, a partir dele a FFT irá processar os espectros

de velocidade e aceleração dentro das faixas de frequências estabelicidas nos parâmetros de monitoramento.

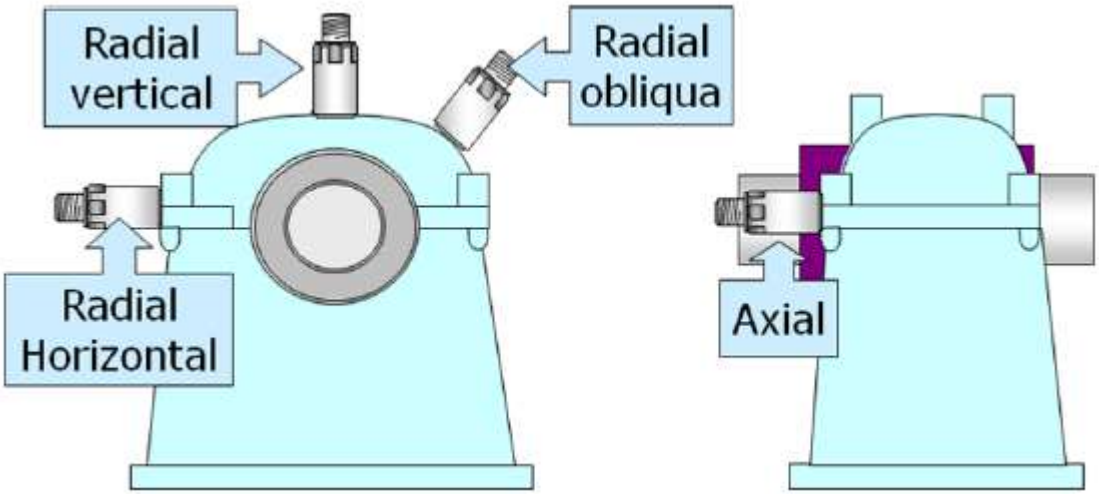
O envelope de aceleração é um filtro com faixa de 625 Hz, esse filtro foi realizado a partir do espectro de aceleração que consiste na conversão dos mais altos harmônicos da frequência de defeitos em componentes de frequência dentro da faixa do espectro de FFT. Outro parâmetro a ser utilizado foi a autocorrelação que é a correlação cruzada de um sinal com ele próprio, neste caso será aplicado no sinal do tempo, essa é uma ferramenta matemática para encontrar padrões de repetição, tal como a presença de um sinal periódico prejudicado pelo ruído.

3.4 PONTOS DE MEDIÇÃO.

Para se coletar os dados de vibração em máquinas foi necessária uma boa definição dos pontos de coleta, montagem dos bancos e *setup*, para o estudo das frequências utilizou-se um *software* dedicado para análise de vibração conhecido como *NEST ANALYST*e para realizar as coletas em campo foi utilizado o coletor Falcon e o acelerômetro ASH 201-A 100 mv/g

Depois de configurada a rota foi transferida para o coletor de dados Falcon e a coleta dos dados em campo sempre no mesmo ponto, garantindo assim que o sinal possa ser sempre referenciado ao sinal tido como assinatura de vibração daquele componente. Os pontos mais próximos aos rolamentos obtêm a melhor resposta dos mesmos. Neste sistema de elevador de areia, os mancais submetidos à medição serão os localizados no eixo motriz, ou seja, no acionamento. A Figura 2 mostra as posições de medição de um mancal.

Figura 2 – Posições do acelerômetro para medições de um mancal.



Fonte: Preditec, 2020.

3.5 TÉCNICAS DE COLETAR OS DADOS VIBRACIONAIS EM CAMPO ATRAVÉS DE ROTAS

A coleta de dados foi realizada conforme a frequência predeterminada pelo setor de planejamento de manutenção foi de 30 dias, a técnica preditiva combina a habilidade para medir vibração e analisar espectros com armazenamento automático. Possui recursos de comunicação, com microcomputadores, para receber rotas com todas as condições de medição programadas e transferir os resultados das medições do coletor para o *software*. O anexo G mostra o *layout* da estrutura com os pontos, parâmetros e os espectros.

3.6 Análises de informações coletadas em campo

Os parâmetros de vibração são quase universalmente medidos em unidades métricas de acordo com recomendações de Normas, exemplo ISO10816, onde são medidas em velocidade, a figura 3 mostra a norma ISO10816. O mancal foi avaliado como grupo 2, base rígida e potência de acionamento acima de 15KW.

Figura 3 – Norma ISO10816.

Limites das zonas	ZONA	Avaliação	Velocidade [R.M.S] mm/s				STATUS 01dB Brasil
			GRUPO 2 15kW a 300kW	GRUPO 4 acima de 15kW acionamento integrado	GRUPO 1 300kW a 50MW	GRUPO 3 acima de 15kW acionamento separado	
			BASE		BASE		
			RÍGIDO	FLEXÍVEL	RÍGIDO	FLEXÍVEL	
	A	BOM					
A/B			1,4	2,3	2,3	3,5	N
	B	ACEITÁVEL					
B/C			2,8	4,5	4,5	7,1	A1
	C	INSATISFATÓRIO					
C/D			4,5	7,1	7,1	11,0	A2
	D	SEVERO					

Fonte: 01db Brasil, 2020.

Esta norma é aplicada para acionamentos em determinadas faixas de potências e levando em consideração a forma de fixação da base, no caso do mancal estudado ficou determinado que o nível de alerta fosse de 2,8mm/s e de perigo 4,5mm/s.

3.8 DIAGNÓSTICOS E RECOMENDAÇÕES

Após realizar a coleta dos espectros em campo com medidor de vibração, foram realizadas as análises comparativas dos dois mancais LA e LOA, quando se possui um histórico de acompanhamento pode-

se assim definir melhor os níveis de alerta e perigo, cada tipo de aplicação tem uma característica vibracional e possíveis ruídos externos devem ser levados em consideração. A análise dos espectros e sinais do tempo leva em consideração o acompanhamento das frequências pré-definidas no tópico 3.1, quando há alteração de amplitudes combinadas com excitação das frequências de falhas se deduz que há um potencial de falha no componente avaliado, assim em forma de laudo técnico serão apresentados à análise, o diagnóstico e a recomendação.

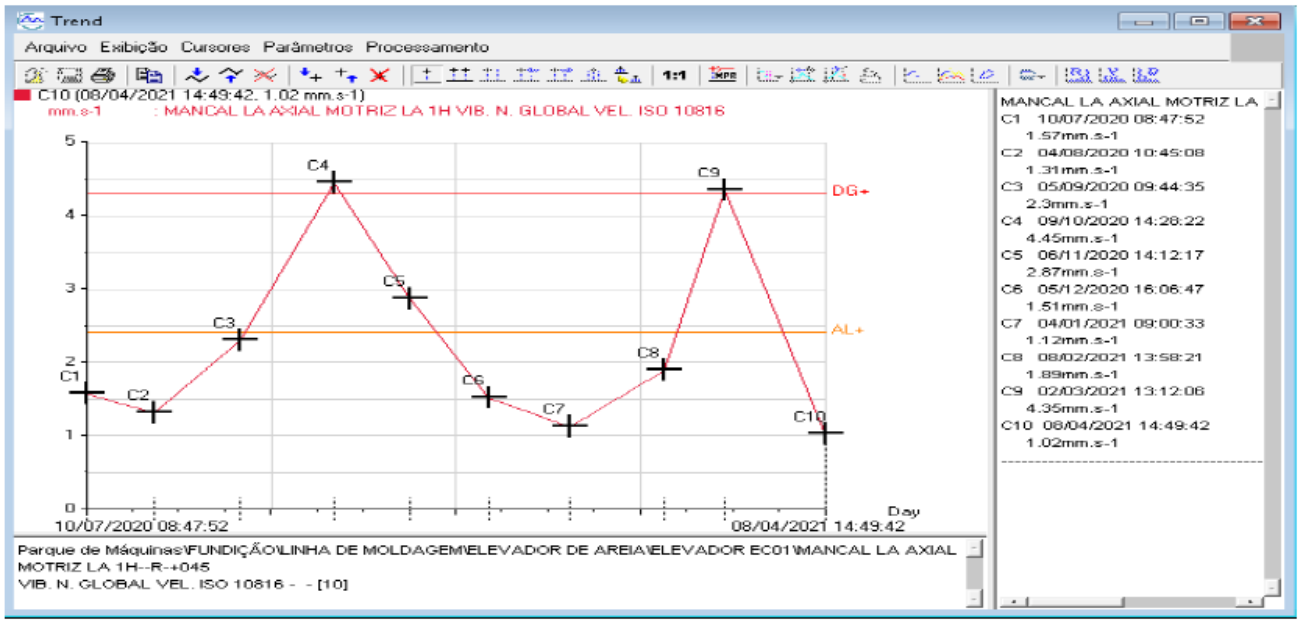
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com a aplicação da técnica preditiva durante o período de 10 meses no elevador EC01, os resultados obtidos serão apresentados em forma da análise dos sinais coletados.

4.1 ANÁLISES DO GRÁFICO DE TENDÊNCIA

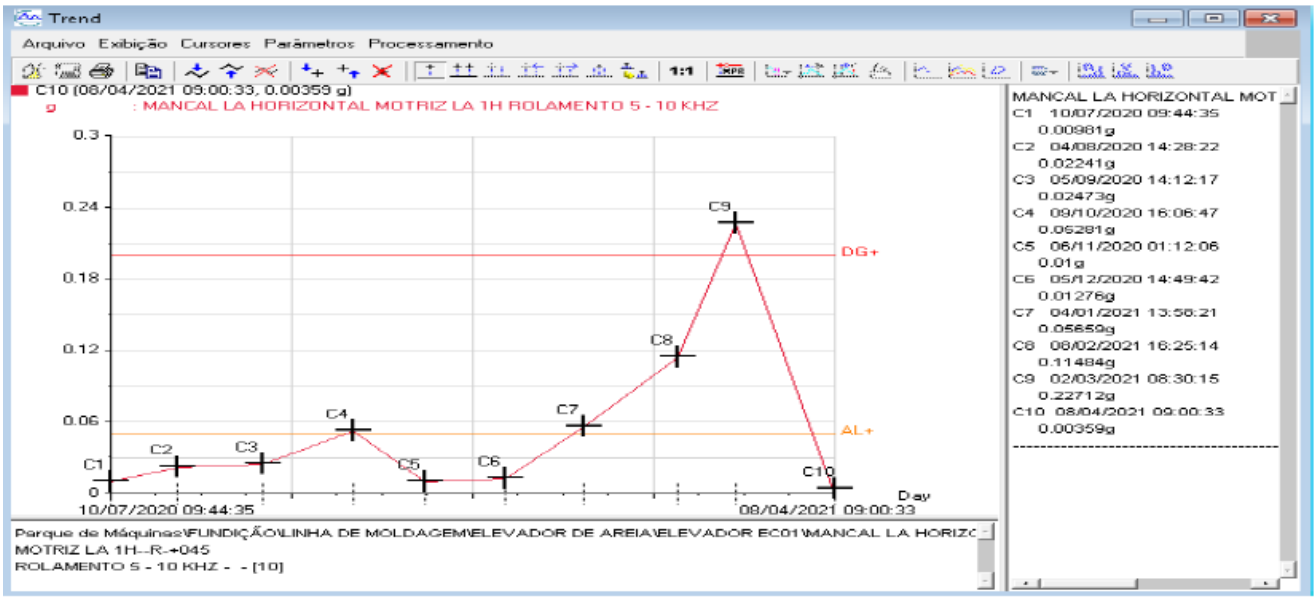
Este conjunto foi avaliado com as medições de vibração entre julho de 2020 a abril de 2021, durante o acompanhamento vibracional na medição do mês de outubro de 2020 foi observado um leve aumento das amplitudes de velocidade e aceleração no mancal LA (lado acionamento), a Figura 4 e 5 mostram os gráficos de tendência.

Figura 4 – Gráfico de tendência mancal lado acionado, velocidade.



Fonte: *NEST ANALYST*, 2021.

Figura 5 – Gráfico de tendência mancal lado acionado, aceleração.



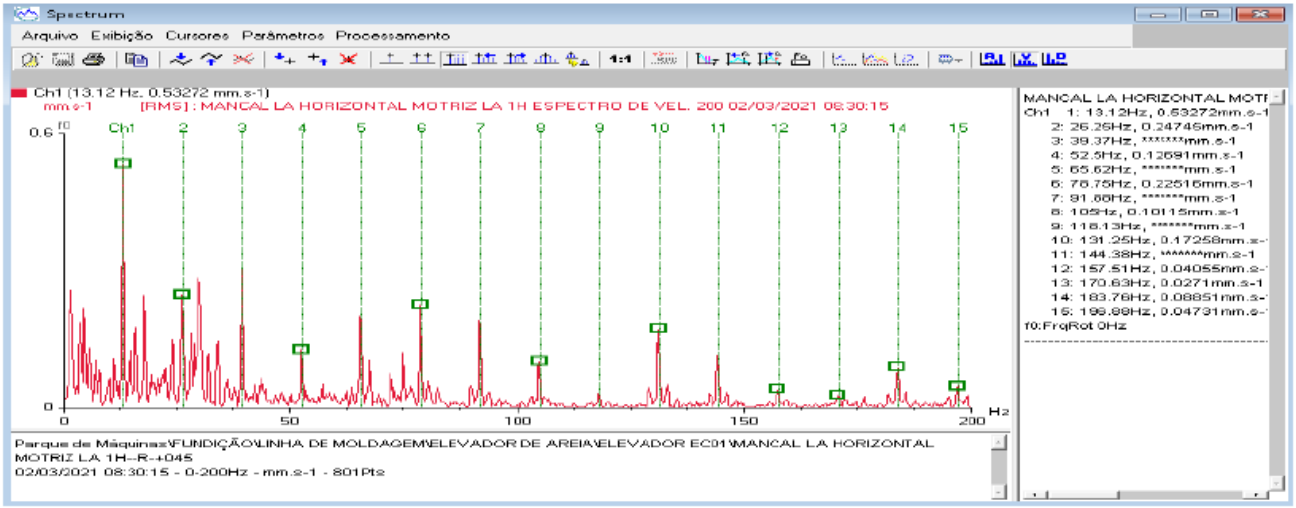
Fonte: *NEST ANALYST,* 2021.

Análise do ponto identificado com C4, nesta ocasião foi solicitada, pelo analista, a relubrificação do mancal e também uma limpeza devido ao acúmulo de areia no local. Depois de realizada a intervenção as amplitudes tiveram uma queda já na medição do mês seguinte. No mês de maio de 2021, identificado como C9, foi verificado aumento significativo das amplitudes que, conforme recomendação, foi realizada a intervenção para troca do rolamento, na medição no ponto C10 mostra o comportamento após a manutenção com as amplitudes normalizadas, as análises seguintes de espectro e sinal do tempo irão se basear na medição do ponto C9, aonde a falha foi identificada com severidade alta.

4.2 ANÁLISES DO ESPECTRO DE VELOCIDADE E SINAL DO TEMPO.

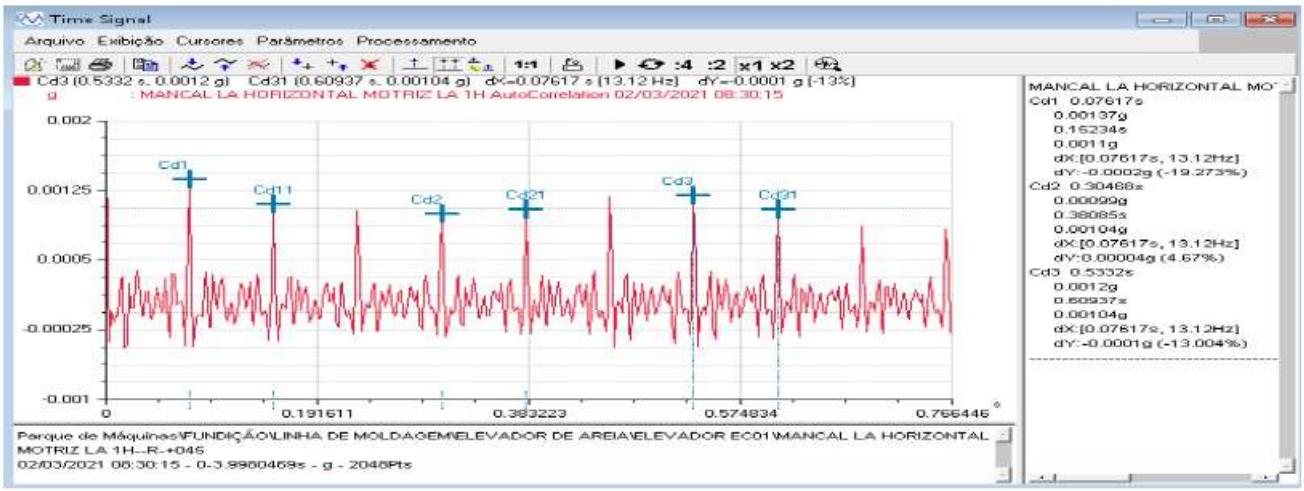
A análise das frequências foi fundamental para obter uma boa resposta do comportamento vibracional do equipamento, conforme Figura 6 e 7.

Figura 6 – Espectro de velocidade FFT.



Fonte: *NEST ANALYST,* 2021.

Figura 7 – Sinal do tempo.



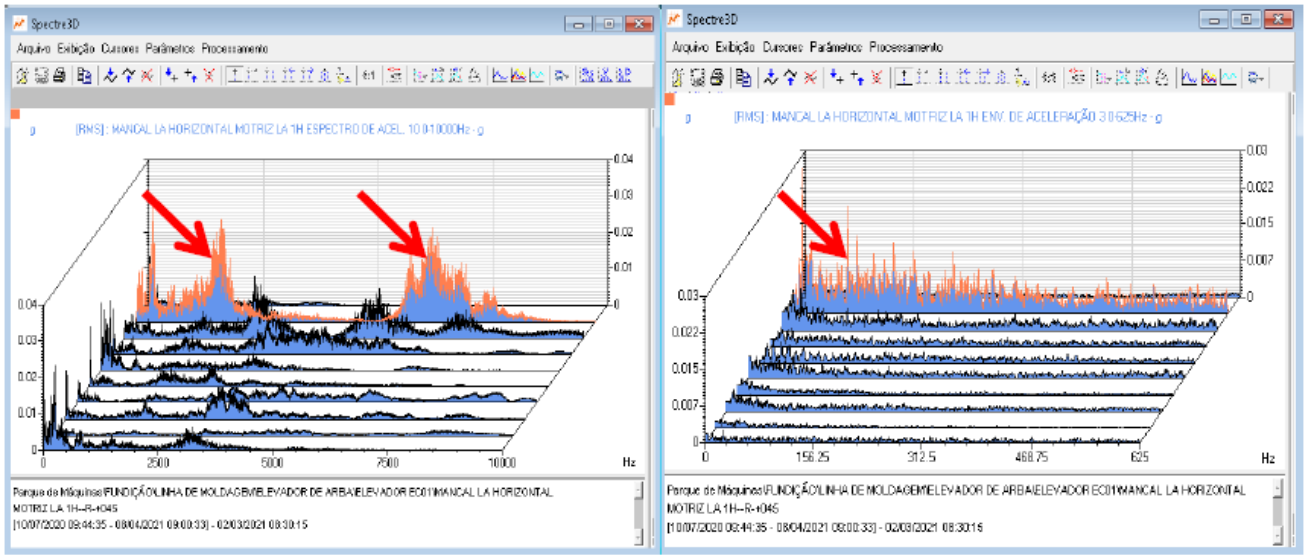
Fonte: *NEST ANALYST,* 2021.

Analisando a frequência de rotação do sistema (13,12Hz) está em evidência no espectro de velocidade acompanhado por picos múltiplos eno sinal do tempo, esse batimento harmônico se confirma, caracterizando um pontencial de folgas mecânicas. As frequências de falhas do rolamento não estão evidentes neste espectro, assim considera-se que o rolamento não apresenta desgastes avançados, mais sim uma folga excessiva, pode ser no alojamento do mancal, na bucha de fixação no eixo ou folgas internas no rolamento gerado por deformação.

4.3 ANÁLISES DO ESPECTRO EM CASCATA

Avaliando o espectro e envelope de aceleração em cascata, mostrado na Figura 8. Este espectro em 3D tem a função de sobrepor às medições de conforme seu histórico de monitoramentos, uma boa análise do comportamento das modulações, impactos e energias auxiliam no diagnóstico da falha apontada.

Figura 8 – Espectro aceleração (a) e envelope de aceleração (b) em cascata 3D.



(a) (b)

Fonte: *NEST ANALYST,* 2021.

Na análise do problema apontado em ABRIL de 2021 foi verifcado no espectro de aceleração (a) um aumento das energias nas bandas de 0 a 10khz, esse sinal tem características de falha de rolamento, no envelope de aceleração em cascata (b) o aumento das amplitudes das frequências aleatórias destacada em vermelhoindicam que os elementos rolantes do rolamento estão gerando maiores atritos nas pistas interna e externa, assim devido que os esforços internos no mancal estão com maior intensidade, justifica-se a necessidade de intervenção no componente.

4.4 AVALIAÇÕES TÉCNICA DO ROLAMENTO

Realizada a intervenção no equipamento pela equipe manutentores o rolamento diagnosticado com falha foi substituído, e foi realizada uma avaliação técnica do rolamento conforme Figura 9.

Figura 9 – Registro do rolamento com falha, bucha (a) e anel interno (b).

(a) (b)

Fonte: O autor, 2021.

Na avaliação técnica do rolamento após a intervenção foi verificando que a bucha de fixação no eixo folgou usinando a rosca de aperto no anel interno do rolamento, assim a falha no rolamento foi confirmada, as possíveis causas dessa falha são erros na montagem e/ou no ajuste da folga interna do rolamento, deficiência do filme de lubrificante ocasionado por contaminação.

4.5 DESPESAS FINANCEIRAS COM A ANÁLISE DE VIBRAÇÃO

As despesas com a empresa responsável por aplicar a técnica de análise de vibração está demonstrado no Quadro 2, estão sendo considerados valor fixo por diária de medição em campo, análise e eleboração do laudo técnico.

Quadro 2 – Custos da manutenção preditiva

Custo do trabalho preditivo	
Análise de vibração diária	R$ 1500,00
Total de diárias	10
Custo total	R$ 15000,00

Fonte: O autor, 2021.

Neste custo já estão considerados a mão de obra técnica, despesas para realizar o atendimento, como refeição e transporte.

4.5 RETORNOS FINANCEIROS

Com a aplicação da técnica de análise de vibração foi possível diagnosticar uma anormalidade antes que a quebra acontecesse, evitando assim uma parada inesperada pela falha do rolamento. Realizando uma análise comparativa em relação ao retorno financeiro com dois cenários; no primeiro caso se ocorresse uma parada corretiva não programada e, no segundo com a manutençãoi corretiva programada realizada no dia em que a produção está parada, aonde o custo da linha é igual à zero, no caso no domingo. O Quadro 3 mostra este comparativo.

Quadro 3 – Custos e retorno financeiro.

Retorno financeiro			
Parada não programada		Parada programada	
Tempo de parada	5 horas	Tempo de parada	3 horas
Quantidade de pessoas	4 pessoas	Quantidade de pessoas	2 pessoas
Custo por funcionário	R$ 50,00 p /hora	Custo por funcionário	R$ 50,00 p /hora
Custo kit rolamento	R$ 3.000,00	Custo kit rolamento	R$ 3.000,00
Custo da linha parada	R$ 60.000,00 p/ hora	Custo da linha parada	R$ 0,00
Total	R$ 343.000,00	Total	R$ 3.300,00

Fonte: O autor, 2021.

Este impacto financeiro foi apresentado para os gestores da manutenção e produção, que em comum acordo aprovaram a realização da técnica preditiva, assim novos pontos de monitoramentos de equipamentos similares foram criados pelo setor de planejamento.

5. CONCLUSÃO

Pode-se constatar que a o objetivo geral do estudo foi atingido, com a aplicação da técnica preditiva de análise de vibração foi possível reduzir os eventos de quebra desses rolamentos de elevadores de areia com um custo acessível, fazendo com que a manutenção consiga ter o real conhecimento das condições operacionais de componente vistos como críticos para as linhas produtivas, dessa forma com os diagnósticos preditivos alinhados com o setor de planejamento de manutenção pode-ser chegar ao resultado esperado. O diagnósitico antecipado de falha do rolamento somente foi possível obter com utilização correta das ferramentas disponiveis pelo *software* de vibração e pelos critérios extraídos da norma ISO10816.

O impacto financeiro na indústria de fundição com a aplicação da técnica preditiva foi satisfatória e atendeu as expectativas dos gestores de manutenção e produção, assim fica como desafio para

estudos futuros a abrangência do monitoramento de vibração dos conjuntos de acionamentos como motores e redutores.

REFERÊNCIAS

ACORSI, A. Análise termográfica: complemento da análise de vibração.[Acesso em: 15mai. 2021]. Disponível em: https://pt.linkedin.com/pulse/an%C3%A1lise-termogr%C3%A1fica-complemento-da-de-vibra%C3%A7%C3%A3o-ale%C3%A7andro-acorsi

ALMEIDA, P. S. Manutenção mecânica industrial: Princípios Técnicos e Operações. São Paulo, Érica, 2015.

CARVALHO, D. Desenvolvimento de um sistema de baixo custo para detecção precoce de desgaste em rolamentos de motores de indução trifásicos usando análise de vibrações.Tese (Pós-graduação – Engenharia de Produção), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

CAVALCANTE, L. M.Bancada didática para testes e estudos das vibrações em máquinas rotativas acopladas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

CYRINO, L. Análise de vibração - método de Preditiva. Manutenção em foco:[Acesso em: 14 mai. 2021].Disponível em: https://www.manutencaoemfoco.com.br/analise-de-vibracao/

GREGÓRIO, G. F. P., SILVEIRA, A. M. Manutenção industrial. Porto Alegre, SAGAH, 2018.

GREGÓRIO, G. F. P., SANTOS, D. F., PRATA, A. B.Engenharia demanutenção. Porto Alegre, SAGAH, 2018.

INMAN, D. J. Vibrações mecânicas. 4 ed., Rio de Janeiro, Elsevier, 2018.

International Organization for Standardization.ISO 10816:Mechanical vibration — Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts — Part 3, 2009.

JMS. Equipamentos industriais. [Acesso em: 16 mai. 21]. Disponível em: https://www.jmsequipamentos.com.br/elevador-caneca/

KELLY, S. G. Vibrações mecânicas: Teoria e aplicações.São Paulo, Cengage, 2017.

MAIS, J.; BRADY, S. Introduction guide to vibration monitoring: measurements, analysis, and terminology.EUA: SKF Reliability Systems, may. 2002. 30p.

MARQUES, A. C., BRITO, J. N. Importância da manutenção preditiva para diminuir o custo em manutenção e aumentar a vida útil dos equipamentos. BrazilianJournalofDevelopment,Vol. 1, 8913, 1 – 11, 2019.

NEPOMUCENO, L. X. Técnicas de manutenção preditiva. Vol. 1, São Paulo, Blucher 1989.

NORTON, R. L. Projeto de máquinas: uma abordagem integrada. 4. ed. São Paulo: BOOKMAN, 2013.

RAO, S.S. VibraçõesMecânicas.4 ed., Americana, Pearson Prentice Hall,2008.

ROCHA, D.L. Análise de Vibrações em equipamentos rotativos de uma Indústria Alimentícia. Monografia (Superior de Tecnologia de Manutenção Industrial), Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campos do Goytacazes, 2014.

SKF SERVICE. Tecnologia de vibrações. 2004.

SKF RELIABILITY SYSTEMS.Vibration diagnostic guide. EUA: SKF Reliability Systems, 2000. 28p.

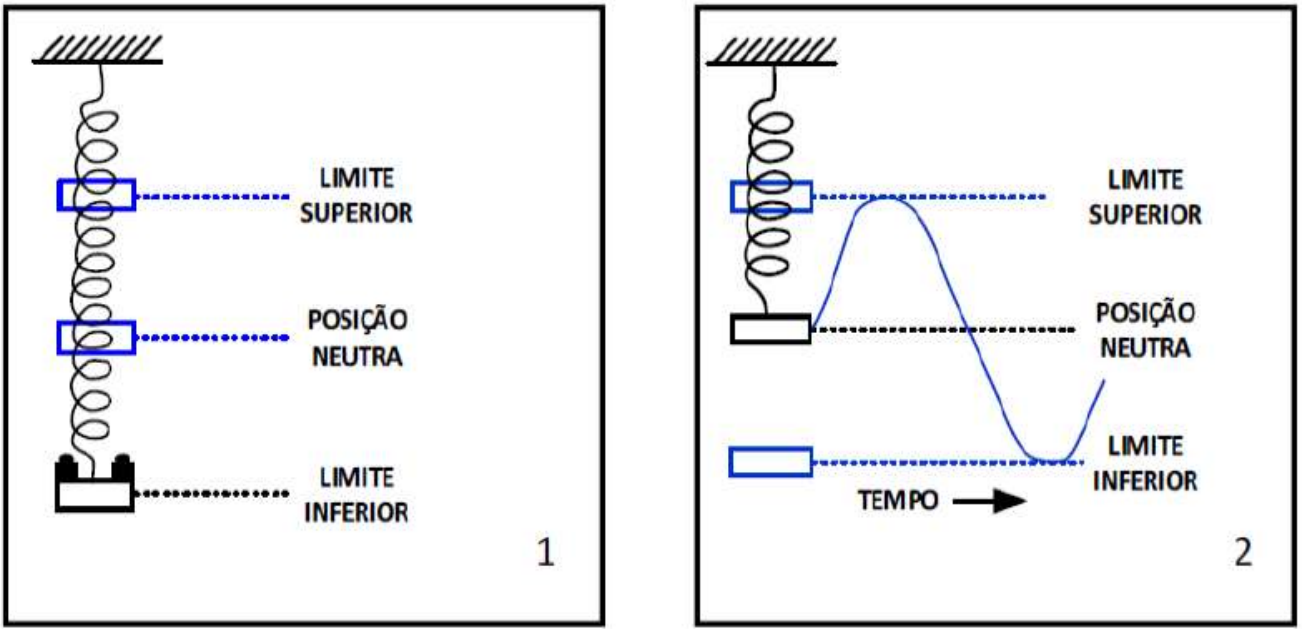
SOUSA, C. G. Análise dinâmico mecânica de um elevador de canecas centrífugo. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

SPAMER, F. R. Técnicas Preditivas de Manutenção de Máquinas Rotativas. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Elétrica), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

TOLEDO, P. H. P. Gestão de manutenção com ênfase em manutenção preditiva: A análise de vibração aplicada em meios navais da marinha do Brasil. Artigo científico (Curso de aperfeiçoamento de máquinas), Centro de Instrução Almirante Wandenkolk, Rio de Janeiro, 2019.

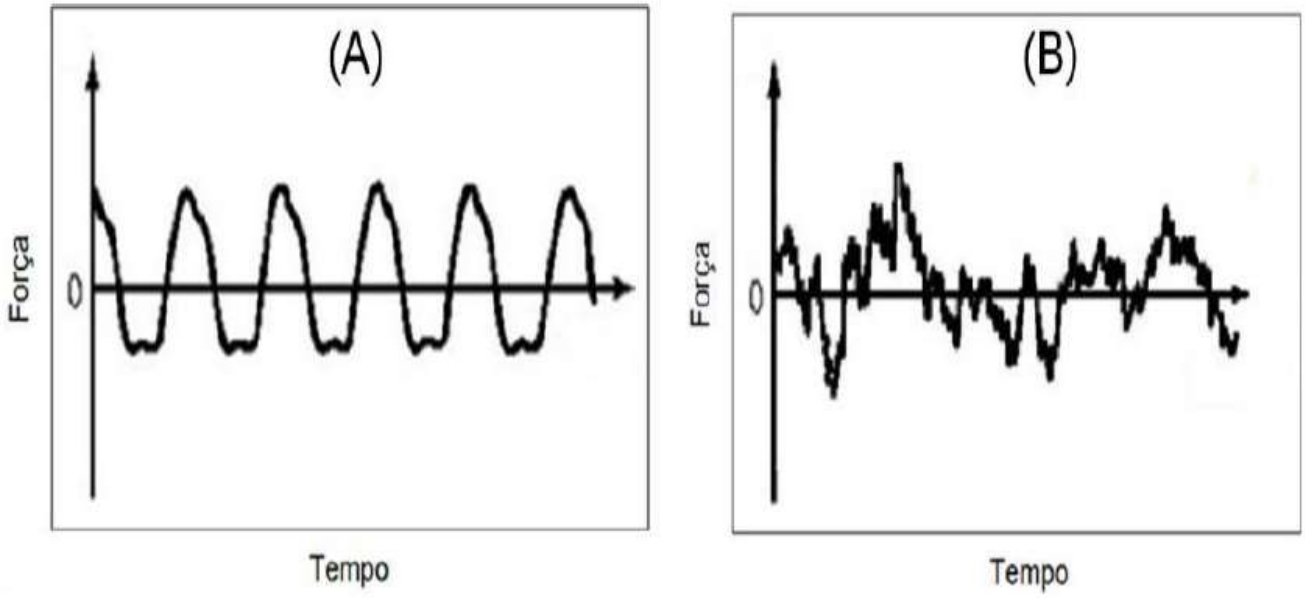
ANEXOS

Anexo A – Exemplo de vibração mecânica.



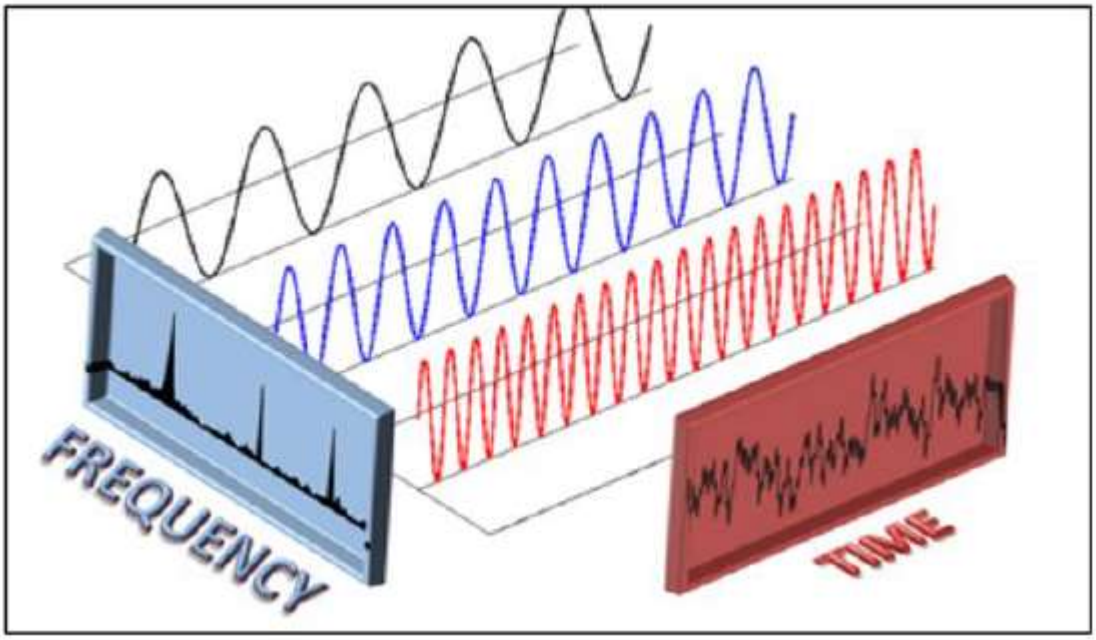
Fonte: Cavalcante, 2017.

Anexo B – Excitação determinística ou periódica e excitação aleatória.



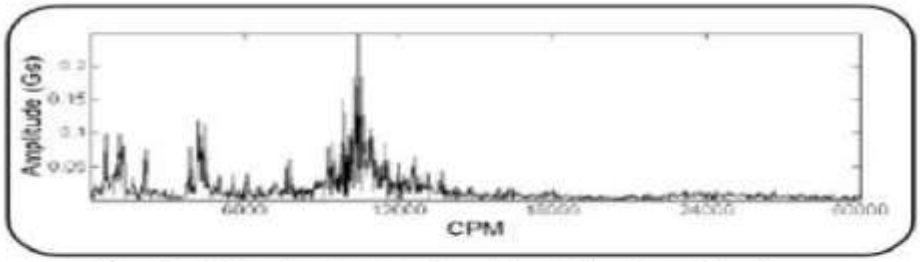
Fonte: Rao, 2008.

Anexo C – Gráfico de domínio do tempo convertido para frequência a partir da FFT.

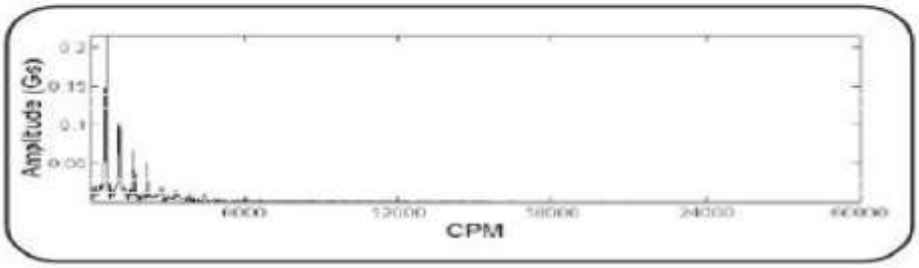


Fonte: Web, 2018.

Anexo D – Sinal filtrado com a técnica de envelope de aceleração.



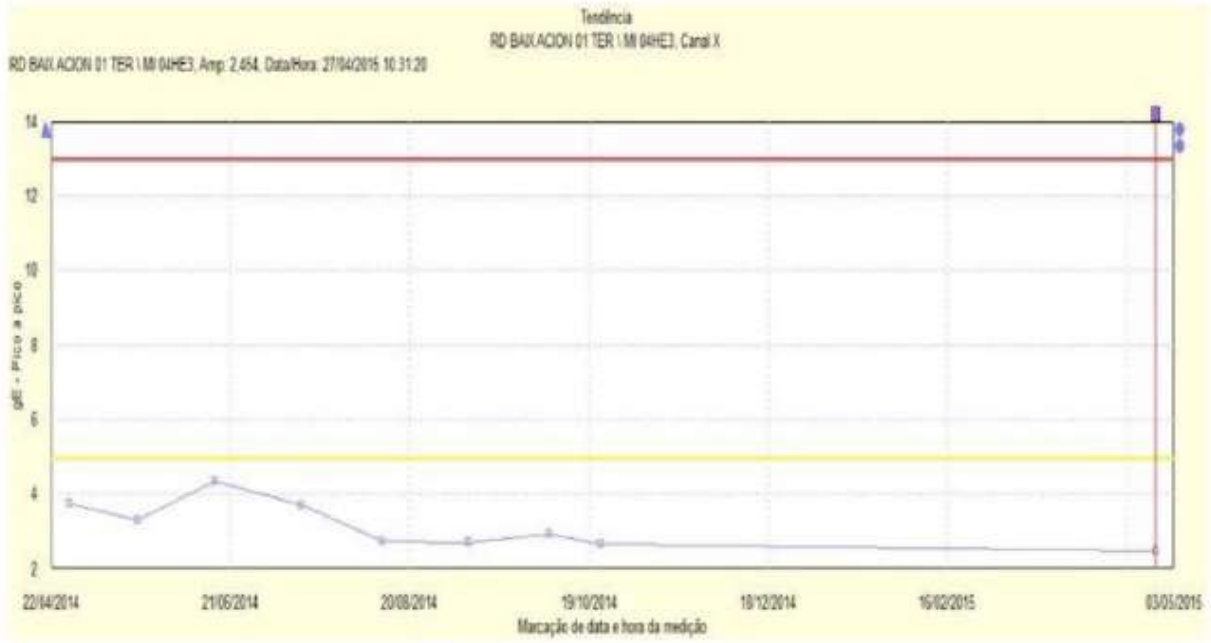
A Spalled Bearing's Acceleration Vibration Spectrum.



The Same Bearing's Enveloped Acceleration Spectrum.

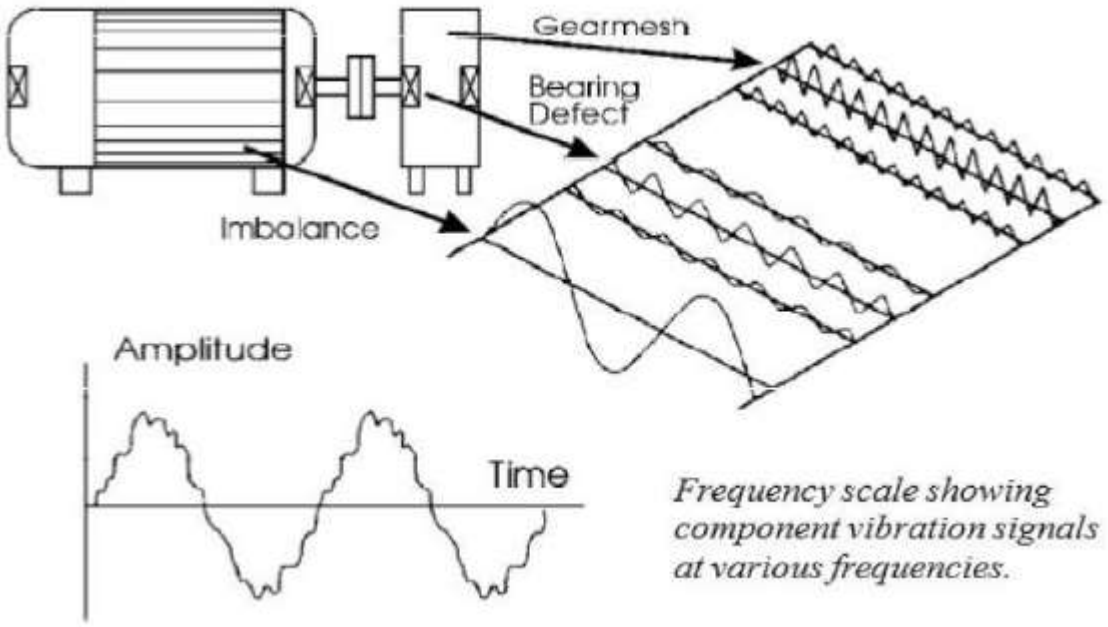
Fonte: SKF Reliability Systems, 2000.

Anexo E – Gráfico de tendência, parâmetro de envelope de aceleração.



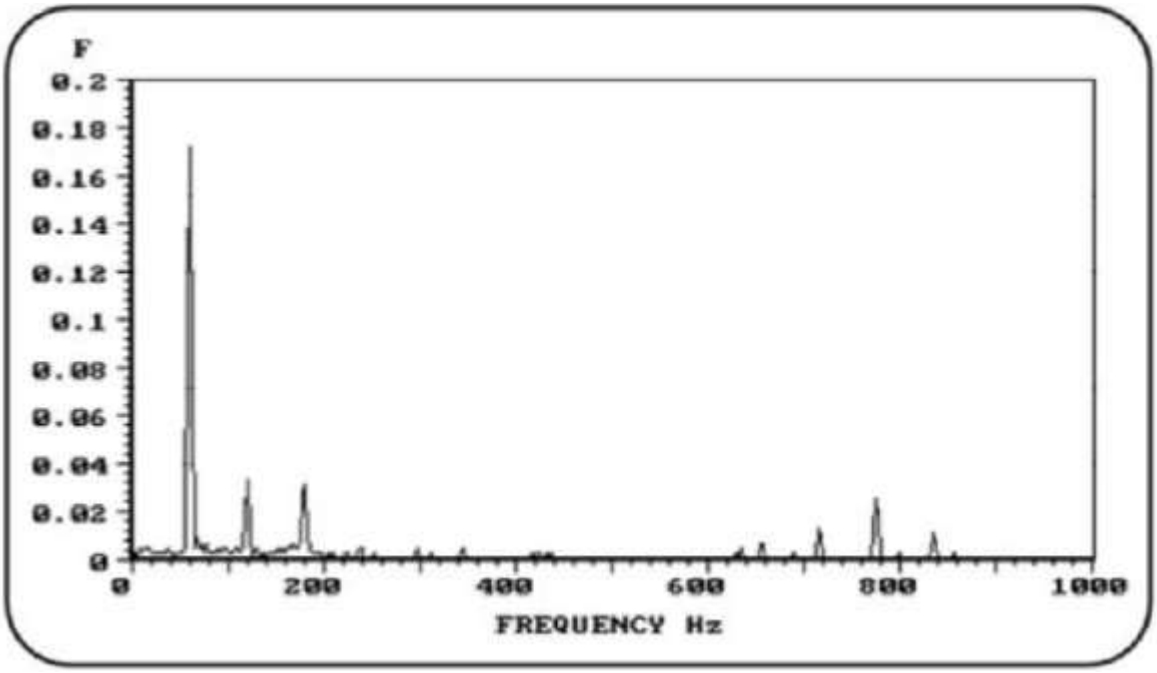
Fonte: Acorsi, 2016.

Anexo F – Sinais de onda típicos de vibrações em máquinas ocorrem em várias frequências.



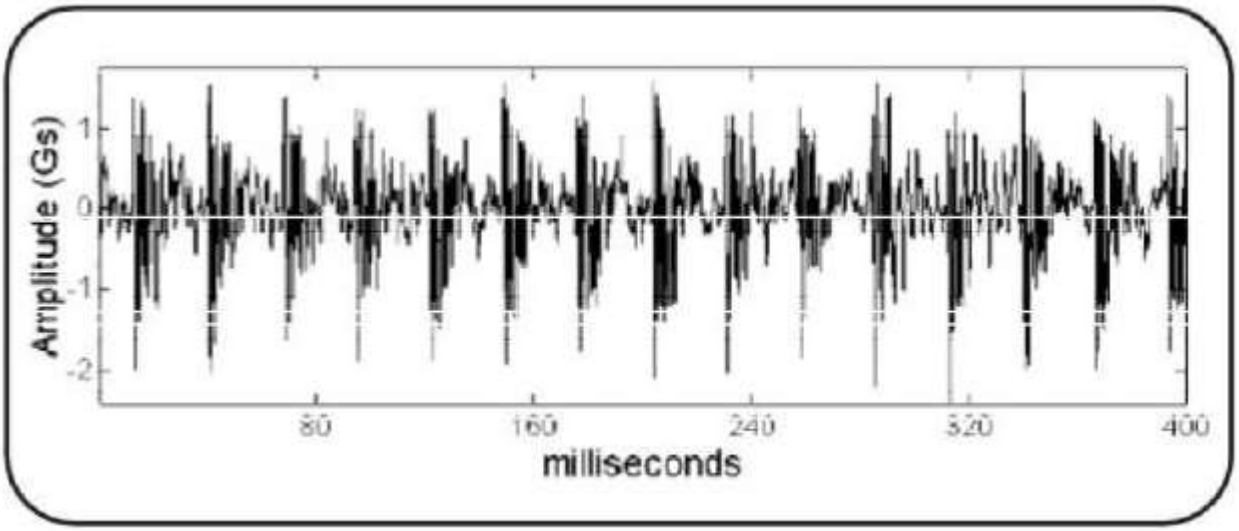
Fonte: SKF Reliability Systems, 2000.

Anexo G – Gráfico espectral FFT, sinal como componente de frequências.



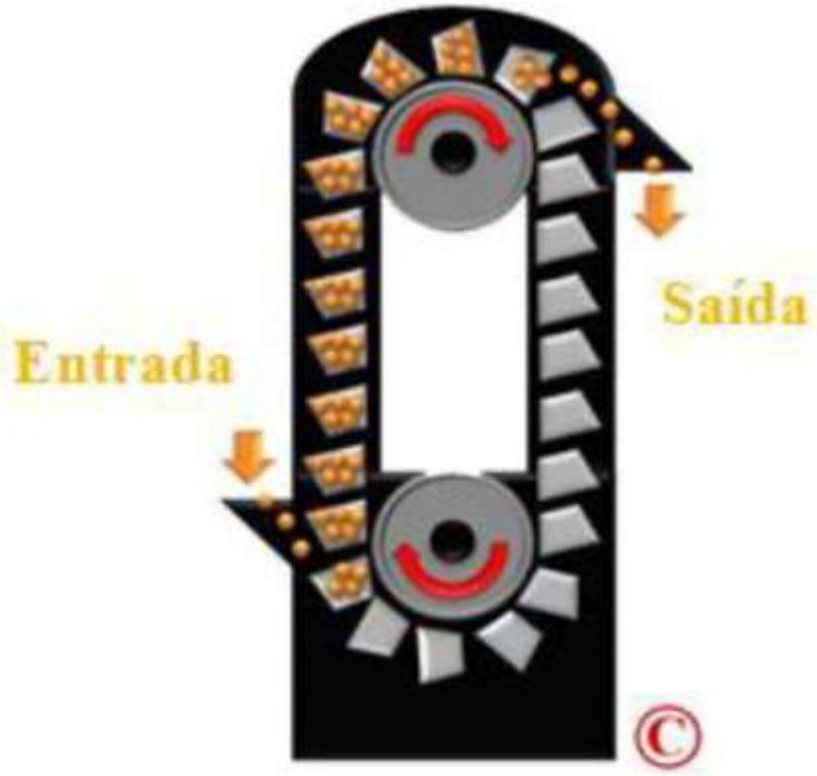
Fonte: SKF Reliability Systems, 2000.

Anexo H – Sinal em forma de onda.



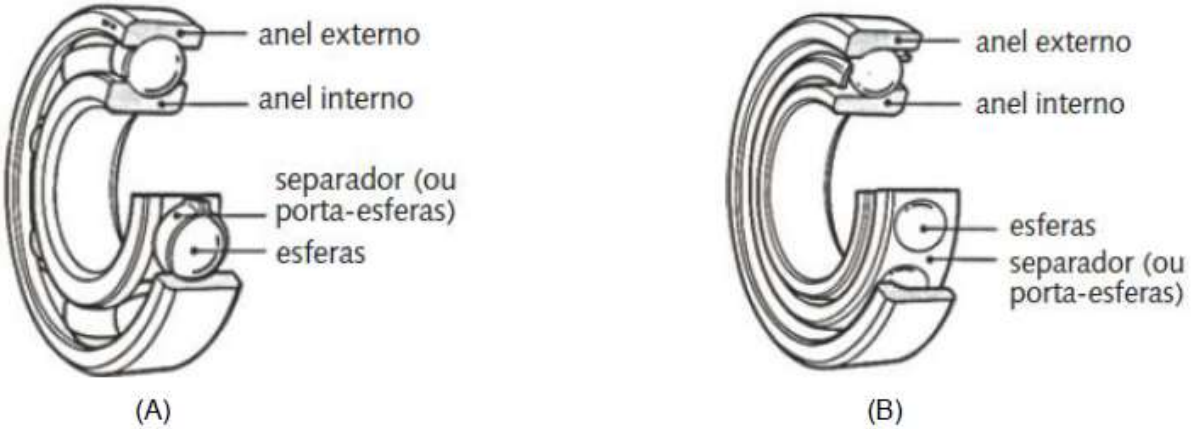
Fonte: *SKF Reliability Systems*, 2000.

Anexo I – Esquema representativo de um elevador de canecas.



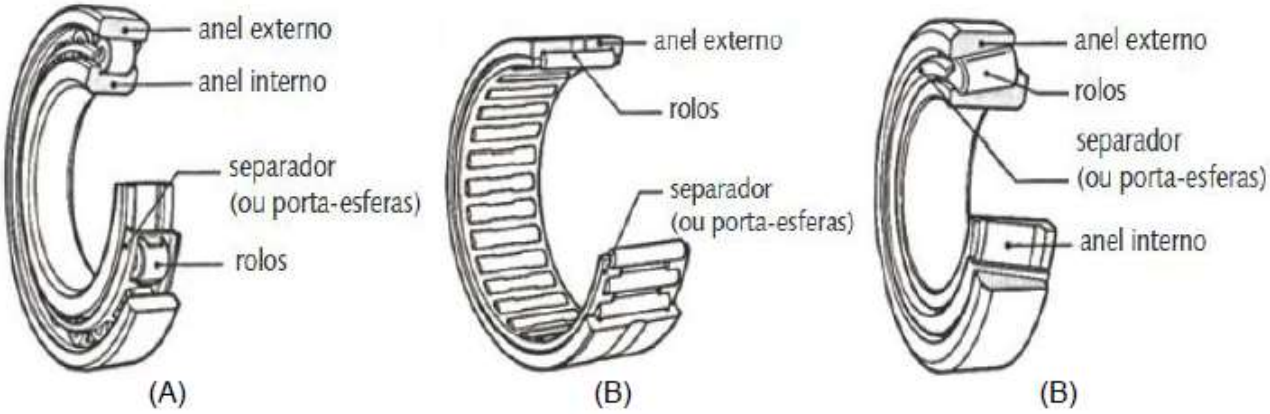
Fonte: JMS, 2021.

Anexo J – Mancais de esferas.



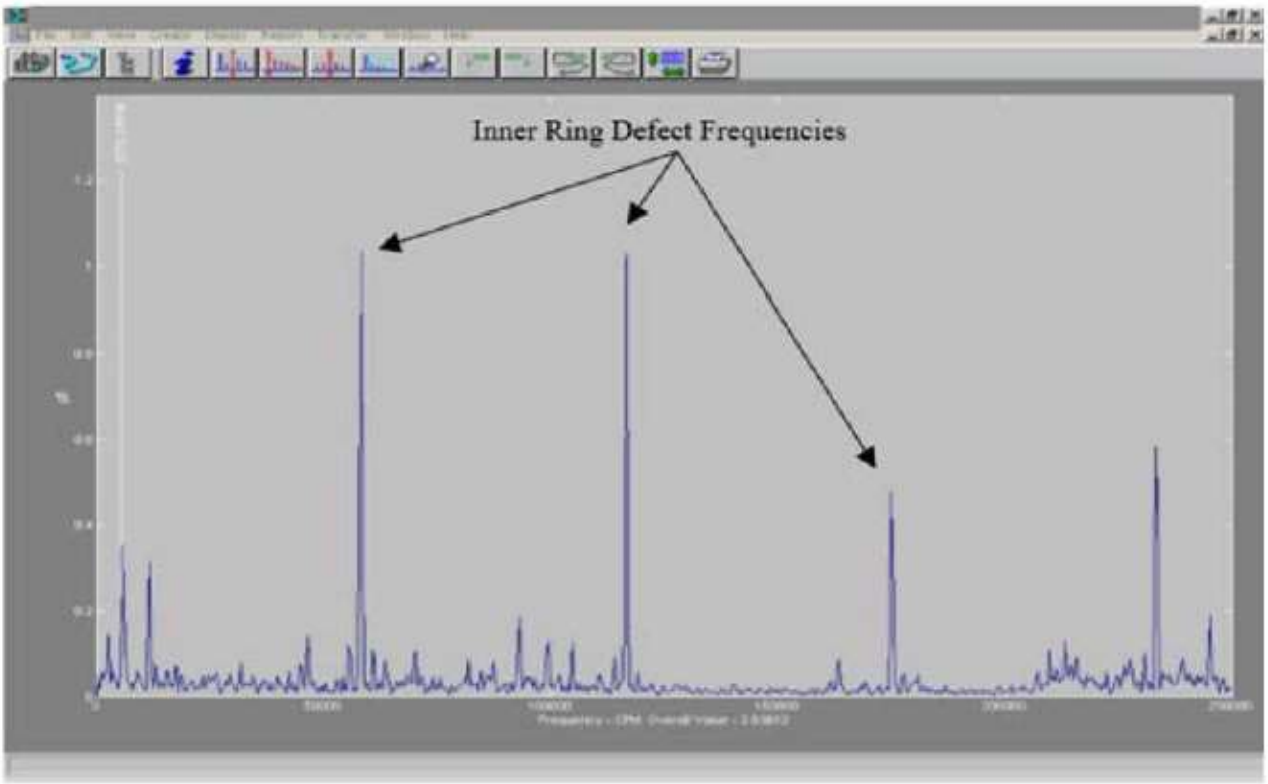
Fonte: Norton, 2013.

Anexo K – Mancais de rolos.



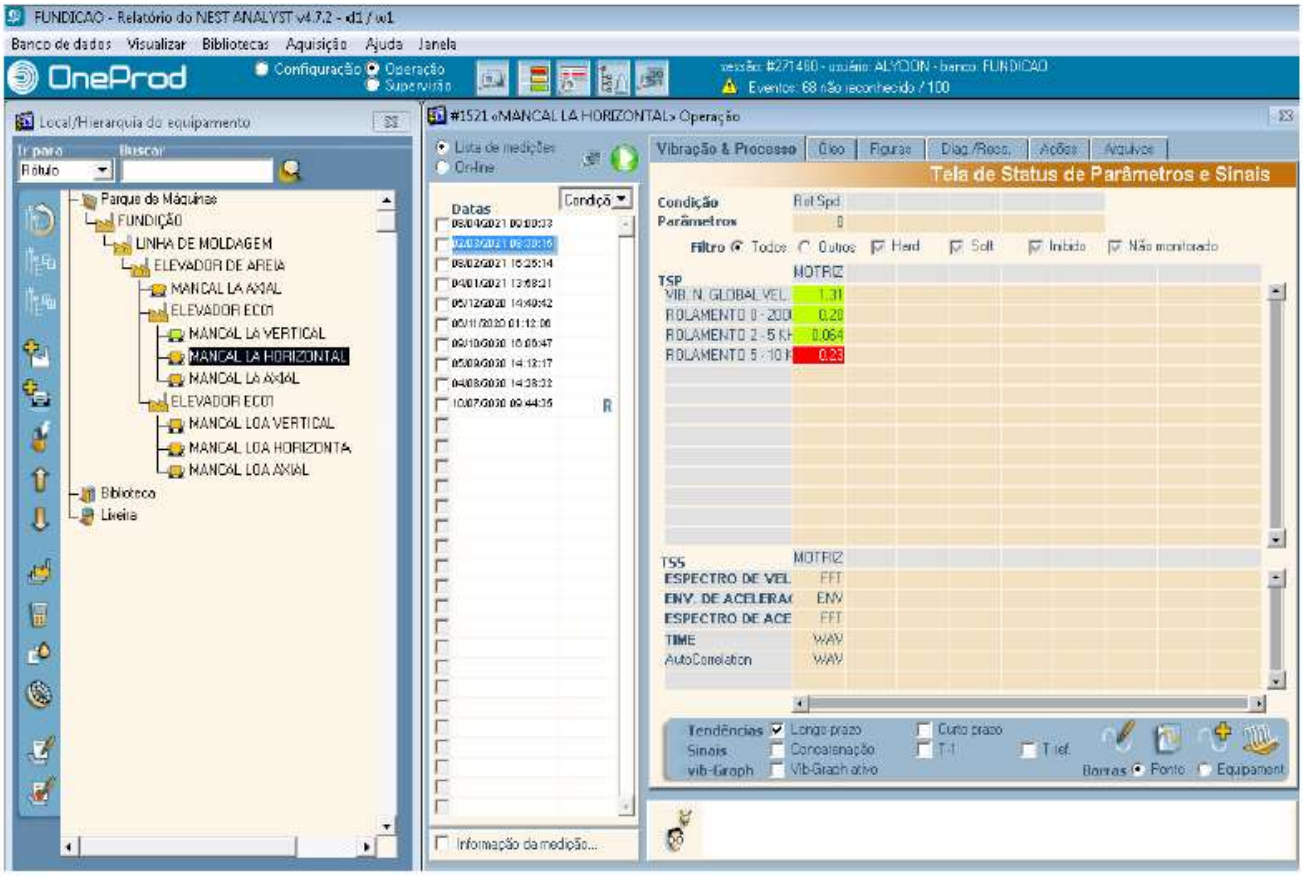
Fonte: Norton, 2013.

Anexo L – Gráfico espectral de rolamento em 3° estágio de falha em seu anel interno



Fonte: MAIS, 2002.

Anexo G – Layout do software NEST ANALYST



Fonte: NEST ANALYST, 2021.

univille

UNIVERSIDADE DA REGIÃO DE JOINVILLE – UNIVILLE
Coordenação do Curso de Engenharia Mecânica

TERMO DE APROVAÇÃO

O(a) Acadêmico(a) Alycion Marinho Weisheimer, regularmente matriculado no 5° ano do Curso de Engenharia Mecânica da UNIVILLE, apresentou e defendeu seu Trabalho de Conclusão de Curso intitulado Análise De Vibração Aplicada Em Mancais De Elevador De Areia Com Auxilio De Software Dedicado, obtendo da Banca Examinadora a nota final de 8,7 (**OITO PONTO SETE**) tendo sido considerado aprovado.

Joinville, 18 de setembro de 2021.

Prof. Claiton Emilio do Amaral
Orientador Geral

Prof. Renato Cristofolini
Orientador(a) Específico(a)

Banca Examinadora:

Prof. Emerson José Corazza
Presidente

Prof. Altair Carlos da Cruz
Membro

Capítulo 6

10.37423/211104983

ANÁLISE ESTRUTURAL DE UMA VIGA DE MATERIAL COMPÓSITO UTILIZADA NA SUINOCULTURA ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E CÁLCULOS ANALÍTICOS

Luiz Antonio de Souza — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Ademir José Demétrio — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Claiton Emilio do Amaral — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Emerson José Corazza — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Fábio Krug Rocha — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Flávio de Borba Prá — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Gilson João dos Santos — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Paulo Roberto Queiroz — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Renato Cristofolini — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Rosalvo Medeiros — *Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE*

Resumo: Na suinocultura, é comum classificar os animais em etapas de criação. Nas fases iniciais dos leitões e na gestação das matrizes suínas, esses animais são alojados sobre fossos onde se escoam os dejetos, e para a sustentação de todo o conjunto, são utilizadas vigas fabricadas de material compósito com o intuito de agregar desempenho mecânico e longa vida útil ao produto. Portanto, o objetivo deste artigo foi analisar as tensões de flexão e deflexão máxima atuantes em um modelo específico de uma viga estrutural fabricada em material compósito, através da metodologia por pesquisas experimentais, com auxílio do *sofware Ansys* e cálculos analíticos, utilizando as propriedades do material, as informações referente à capacidade de carga garantida pelo fornecedor, os recursos de simulação do *software,* a verificação por cálculos analíticos e o fator de segurança utilizado para a fabricação do produto para oferecer ao mercado um produto confiável e dimensionado corretamente através de normas de engenharia. Os resultados obtidos constataram que as informações repassadas pelo fornecedor X possuem validade, uma vez que as tensões resultantes se enquadraram no fator de segurança aceitável e seguro para o tipo de aplicação deste produto.

Palavras-chave: Esforços mecânicos, Viga, Compósito, Simulação computacional.

1. INTRODUÇÃO

Atualmente o agronegócio vem desenvolvendo novas tecnologias para otimizar sua produção na suinocultura, visando o bem estar animal para obter melhores resultados. Diversos estudos vêm sendo desenvolvidos para a criar produtos que tragam cada vez mais qualidade para dentro das granjas e que facilite o manejo. Nas fases de gestação dos leitões e nos seus primeiros dias de vida, o cuidado é redobrado. Com essa necessidade, foi desenvolvido especialmente para essas etapas de criação, um equipamento estrutural para os pisos das granjas sem a presença do aço, cuja oxidação pode levar contaminantes para o ambiente granjeiro. Esse equipamento é responsável por fazer a sustenção de todo o conjunto onde os animais estão alojados, bem como deve sustentar também todos os equipamentos auxiliares no dia a dia da produção dos animais, além de suportar os seres humanos envolvidos no manejo. Portanto, é submetido a diversas atuações mecânicas provocadas pelas movimentações nas baias onde os animais estão alojados.

Na grande maioria das granjas brasileiras, o piso fica suspenso sobre um fosso de dejetos que mede em média 1,50 metros de profundidade. Para fazer a sustenção desses pisos e dos equipamentos, vigas bi-apoiadas são utilizadas em conjunto, medindo em média 2,40 metros cada, fabricadas em material compósito ou ferroso. Apesar de ainda serem utilizadas as vigas fabricadas em material ferroso, com a alta valorização da carne brasileira, grandes empresas exportadoras já exigem que os animais não estejam em contato direto ou próximo à equipamentos que oxidem. Com isso, os compósitos estão cada vez mais presentes nesse setor por aliarem resistência mecânica, baixo peso e longa vida útil se tratando de oxidação.

Com objetivo de conhecer o comportamento mecânico dessa viga fabricada em material compósito e oferecer aos suinocultores um produto corretamente dimensionado, foi feita a análise das tensões de flexão e deflexão máxima atuantes em um modelo específico de viga vendida pelo fornecedor X, cujos dados repassados garantem uma capacidade máxima de carregamento no seu centro de 300 Kgf. Através de uma amostra deste produto, a peça foi modelada no *software Solidworks (CAD - computer aided design)* e exportada em um formato de arquivo neutro para o *software Ansys (CAE - computer aided engineering)* para a realização da simulação, avaliando as propriedades de tensões de flexões máximas e deflexão máxima. Para validação dessas informações foram utilizados cálculos analíticos. Na sequência foi verificado o fator de segurança, e com os resultados obtidos foi possível validar as informações repassadas para os clientes, uma vez que para este tipo específico de aplicação ainda não

existem normas de dimensionamento que possam garantir a correta fabricação e instalação desse tipo de equipamento para os suinocultores.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

O foco do trabalho é fazer uma análise estrutural de um modelo específico de viga, de material compósito fabricada pelo processo de pultrusão, utilizando o *software Ansys*.

2.1 COMPÓSITOS

Segundo Callister e Rethwisch (2016), os compósitos são materiais que possuem grande versatilidade por combinarem diversas propriedades mecânicas que não são alcançadas por qualquer liga metálica ou material polimérico convencional. Os materiais compósitos normalmente são combinações que resultam em ganhos como rigidez, resistência mecânica, desempenho térmico, maiores resistências a corrosão, melhoria na relação entre densidade e resistência estrutural, dureza e condutividade (ASKELAND; WRIGHT, 2019).

De acordo com Neto e Pardini (2016), um material compósito pode ser composto por duas fases: matriz e reforço. A matriz é onde o reforço é disperso. Dessa forma, se encontram no mercado diversas combinações de diversos tipos de materiais, tanto para a fase matriz como a fase dispersa. A interação entre essas duas fases permite dar a característica desejada a peça fabricada.

2.1.1 COMPÓSITOS COM MATRIZ POLIMÉRICA REFORÇADOS COM FIBRAS

Os compósitos também podem ser classificados com base na sua fase matriz. Entre eles a matriz metálica, cerâmica e polimérica. Para Groover (2014), os compósitos de matriz polimérica são os mais importantes, pois englobam grande parte dos materiais obtidos na indústria atual, como alguns compostos plásticos oriundos de processos de moldagem, algumas borrachas e os polímeros reforçados com fibras.

Os polímeros também são classificados conforme seu comportamento mecânico e térmico. Os termoplásticos, que basicamente são moldáveis quando aquecidos, e os termofíxos, que não possuem característica de moldabilidade com o aumento da temperatura depois de reticulados. Dentre as resinas mais utilizadas, destacam-se as resinas termofíxas epóxi e poliéster (VIEIRA, 2008).

Compósitos reforçados com fibras são característicos por apresentar alta resistência e rigidez se comparado ao seu peso. De acordo com Nagahama (2003), as características mecânicas dos

compósitos reforçados com fibras dependem das propriedades, do comprimento, da orientação e da concentração das fibras no compósito.

Para o mensurar a concentração de fibras, será utilizado o método da regra de mistura, observada na equação 1, onde ρc é a massa específica do compósito; ρ_m e ρ_f correspondem a massa específica da fase matriz e da fase fibra; e f_m e f_f representam de forma decimal da porcentagem volumétrica da fase matriz e fibra. Dessa forma, quanto maior a fração volumétria relativa às fibras, maior a rigidez do compósito (ASKELAND; WRIGHT, 2019).

$$\rho_c = f_m \rho_m + f_f \rho_f \qquad \text{Eq. 1}$$

A regra da mistura também será utilizada para mensurar os módulos de Young e elasticidade, onde será feita a partir da média ponderada das propriedades individuais da fase matriz e do reforço (BENTUR; MINDESS, 1990).

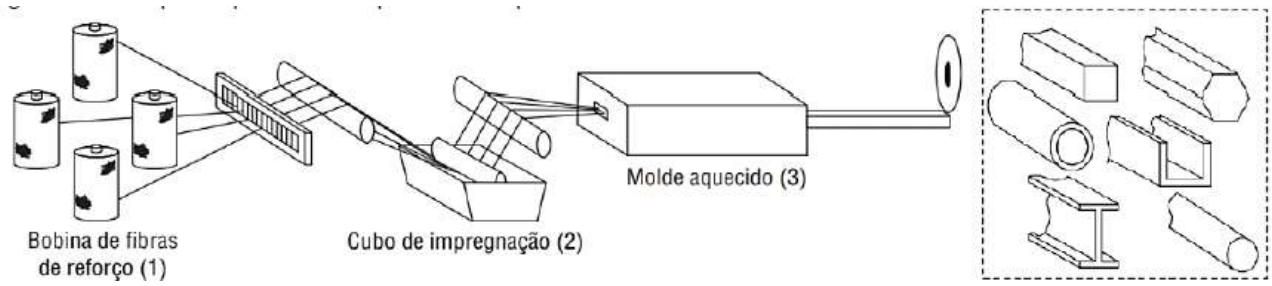
O emprego da fibra de vidro como reforço é o mais utilizado em compósitos. Segundo Callister e Rethwisch (2016), o vidro é popular como reforço por ter facilidade de estiramento no seu estado fundido, possui ampla variedade de técnicas de fabricação, na forma de fibra possui boa resistência e aliado com uma matriz polimérica pode obter grandes números de resistência mecânica e inércia química. As desvantagens se dão ao relativo baixo módulo de elasticidade, autoabrasividade e baixa resistência à fadiga (NETO; PARDINI, 2016).

2.2 PULTRUSÃO

É um método de processamento semelhante à extrusão, mas não tão popular. A pultrusão permite a obtenção de diversos perfis, tubos, barras, nas mais variadas geometrias, com grandes índices de produção devido à facilidade de automação do processo. O processo também permite a obtenção de seções ocas com o emprego de mandris centrais ou utilizando núcleos ocos (CALLISTER; RETHWISCH, 2016). De acordo com Neto e Pardini (2016), a pultrusão não permite a fabricação de componentes que tenham variação na sua seção transversal, tendo de ser totalmente regular e prismático.

Segundo Vieira (2008), o processo de pultrusão pode ser explicado suscintamente como sendo o puxamento de fibras contínuas, banhadas por um tipo de resina termorrígida, através de um molde específico aquecido. A figura 1 demonstra o processo de pultrusão.

Figura 1 - Exemplo esquemático do processo de pultrusão.



Fonte: Adaptado, Neto e Pardini (2016)

O sistema de fibras usadas na pultrusão consiste na utilização de *rovings*, que basicamente são rolos de fios de fibras disposto de maneira longitudinal, e é a parte mais importante por dar as características do perfil. Aliado a isso, são utilizadas mantas e véus de fibra para aumento da rigidez e da resistência transversal do perfil, além de serem responsáveis pela qualidade de acabamento e auxiliar na adesão da fase fibra com a matriz (VIEIRA, 2008).

2.3 CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

Qualquer descontinuidade ou alteração da seção existente em um elemento estrutural, acarreta na redistribuição de tensões exercidas sobre a peça. Essa redistribuição do campo de tensões pode ser resultado de furos, entalhes, rasgos de chaveta, ranhuras, redução de área e cantos vivos. Grande parte das falhas nos materiais se dão próximas a esses concentradores de tensões (NORTON, 2013).

Apesar da grande necessidade de se conhecer as concentrações de tensões, para Budinas e Nisbett (2016), as metodologias experimentais e por elemento finitos ainda impede que se descubra a tensão máxima verdadeira em análises de formas geométricas, se tornando difícil alcançar soluções exatas para esse tipo de problema.

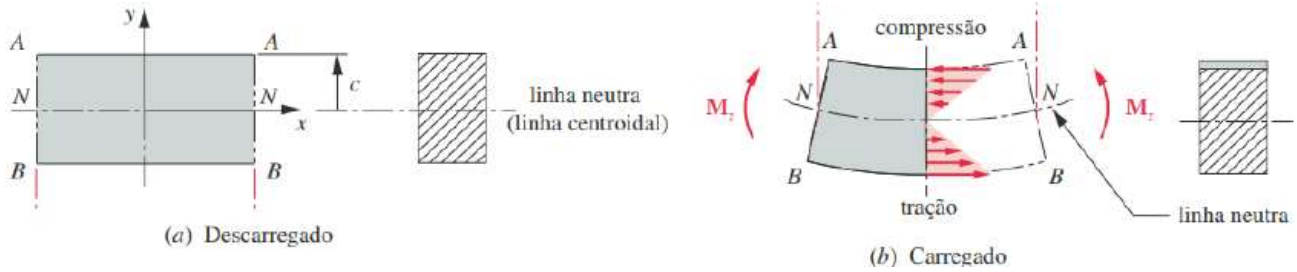
2.4 TEORIA DA TENSÃO NORMAL, FLEXÃO E DEFLEXÃO EM VIGAS

De acordo com Beer *et al.* (2013), tensão normal (σ) será definida como força por unidade de área ($\sigma = FA)/$, onde a área é a seção transversal no ponto de interesse. Um componente que é apoiado e que recebe esforços transversais ao seu comprimento pode ser caracterizado como viga. Essas peças recebem geralmente uma combinação de tensões normal e cisalhante (NORTON, 2013).

A flexão pode ser caracterizada como um esforço físico que ocasiona uma deformação perpendicular ao eixo do corpo e paralela a força atuante. Essa força comprime regiões do corpo devido a compressão e outra região do corpo é alongada devido a tração (BEER; *et al.* 2013). Para Norton (2013)

a tensão normal máxima de flexão se dá nas fibras externas e será calculada pela expressão ($\sigma máx = M.cI$)/, em que *M* é o momento fletor máximo, *c* é a distância da linha neutra até a fibra externa e *I* é o momento de inércia da seção, conforme a figura 2.

Figura 2 – Segmento de uma viga reta sob flexão pura.



Fonte: Adaptado, Norton, 2013

Segundo Budinas e Nisbett (2016), questões relacionadas a deflexão (δ) de vigas são as mais recorrentes e frequentes no que diz respeito a carregamentos em projetos mecânicos. Além disso, qualquer flexão em uma viga irá gerar uma deflexão, e essa flexão pode gerar ou não uma deformação na peça. A dupla integração da equação 2 será usada para determinação de pequenas deflexões em vigas, onde *M* é o momento aplicado, formulado conforme a especificação da viga e seus esforços, *E* é o módulo de elasticidade do material, e *I* o momento de inércia da seção. (NORTON, 2013)..

$$\frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2} \qquad \text{Eq. 2}$$

Para vigas com carga concentrada no centro e bi-apoiadas, a deflexão (δ) poderá ser representada pela equação 3.

$$\delta = \frac{-PL^3}{48EI} \qquad \text{Eq. 3}$$

Nesta equação P corresponde a carga aplicada, L é o comprimento total da viga, E é o módulo de elasticidade do material I é o momento de inércia da seção (BEER, *et al,* 2013).

2.5 FATOR DE SEGURANÇA

Segundo Beer *et al.* (2013), o fator de segurança é uma grandeza adimencional, resultante da razão de duas propriedades de mesma unidade. Para uma condição de tensão atuante, a mesma é

comparada a tensão de resistência, o que resulta em um coeficiente. A escolha do fator de segurança é uma tarefa de grande importância nos projetos e leva diversos pontos em questão, como normas, testes executados ou não em determinados materiais, aplicações específicas e uma série de peculiaridades (NORTON, 2013).

2.6 SOFTWARE SOLIDWORKS

Segundo Quevedo (2018, *apud* VERMA; WEBER, 2017), a empresa que desenvolveu o *software Solidworks* em 1993 é a *SolidWorks Corporation,* que em 1997 foi adiquirida pela *Dassault Systèmes S.A.* O programa é utilizado em cerca de 75% das universidades de engenharia pelo mundo inteiro e a estimativa em 2017 era de que mais de 2 milhões de projetistas utilizavam o *software.*

O *Solidworks* é um programa de CAD *(Computer Aided Design),* que permite a modelagem de peças em três dimensões, construção de modelos de máquinas e avaliação de seu funcionamento, e simular também possíveis falhas, tudo isso através da manipulação de três ambientes de trabalho: o *part* onde é feita a modelagem; o *drawing* onde é feita a representação em duas dimensões; e a *assembly*, onde é feita a montagem da peça ou máquina (WEINFURTER, 2003 *apud* SOUZA, *et al*, 2001).

2.7 *ANSYS - SOFTWARE* DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

O *software Ansys* é uma das grandes ferramentas computacionais de engenharia que permite empresas, universidades e grandes centros de pesquisas otimizarem os processos de solução e desenvolvimentos de produtos, através de análise estrutural, fluidodinâmica, eletromagnética e multifásica em forma de simulação computacional (ESSS, 2021).

O *software Ansys* trabalha com o conceito de elementos finitos. Para operar o programa de maneira efetiva com cálculos estruturais, é necessário o conhecimento das propriedades dos materiais como módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, densidade de massa, entre outros. Conhecendo também os carregamentos atuantes na forma de forças, pressões e cargas, juntamente com as fixações dos elementos, é possível determinar as regiões com mais solicitações e mapear seu comportamento (FILHO, 2013).

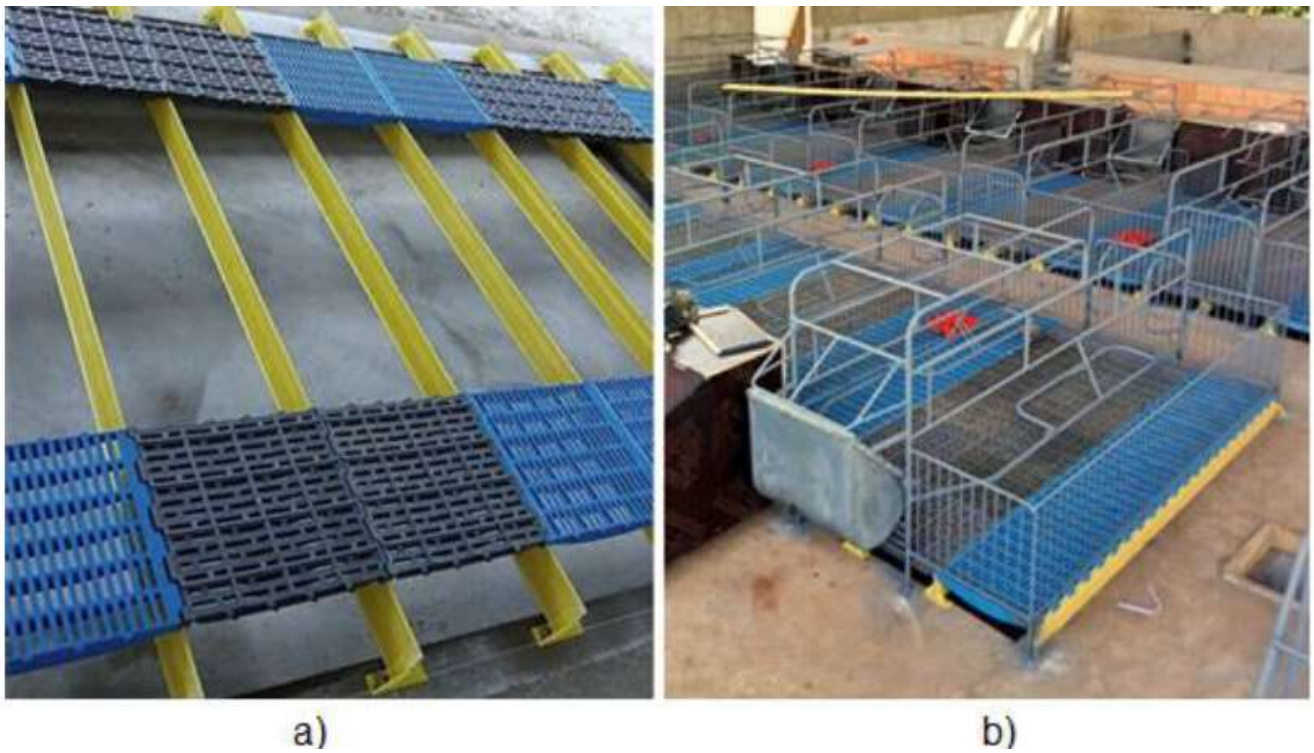
Segundo Costa (2010), gerar uma malha dentro do *software Ansys* é uma forma de agrupar subdomínios, simplificando estes em elementos finitos, gerando uma ligação entre diversos pontos denominados de nós. Quanto mais refinada essa divisão de elementos, mais acuracidade se obtém no resultado final da análise.

2.8 APLICAÇÕES ESPECÍFICAS DA VIGA NA SUINOCUTLURA

A introdução de materiais com massa reduzida e não ferrosos vem tomando grandes proporções na indústria agrícola, sendo implementados em diversos segmentos do agronégocio. Em especial se destacam os compósitos e plásticos, que possuem características importantes no aumento da eficiência mecânica e redução da massa dos conjuntos e máquinas. Além disso, a aplicação desses materiais impactam no melhoramento dos *designes* de produto, podem trazer vantagens quanto ao custo de fabricação, vantagens logísticas considerando a diminuição da massa dos produtos, bem como trazer benefícios ambientais devido a longa duração (SCHELESKI, 2015 *apud* ALVES, et al, 2009).

Na figura 3 é possível observar a utilização de uma viga de geometria específica utilizada na suinocultura.

Figura 3 – Aplicação da viga na suinocultura: a) Montagem e instalação b) Conjunto finalizado.



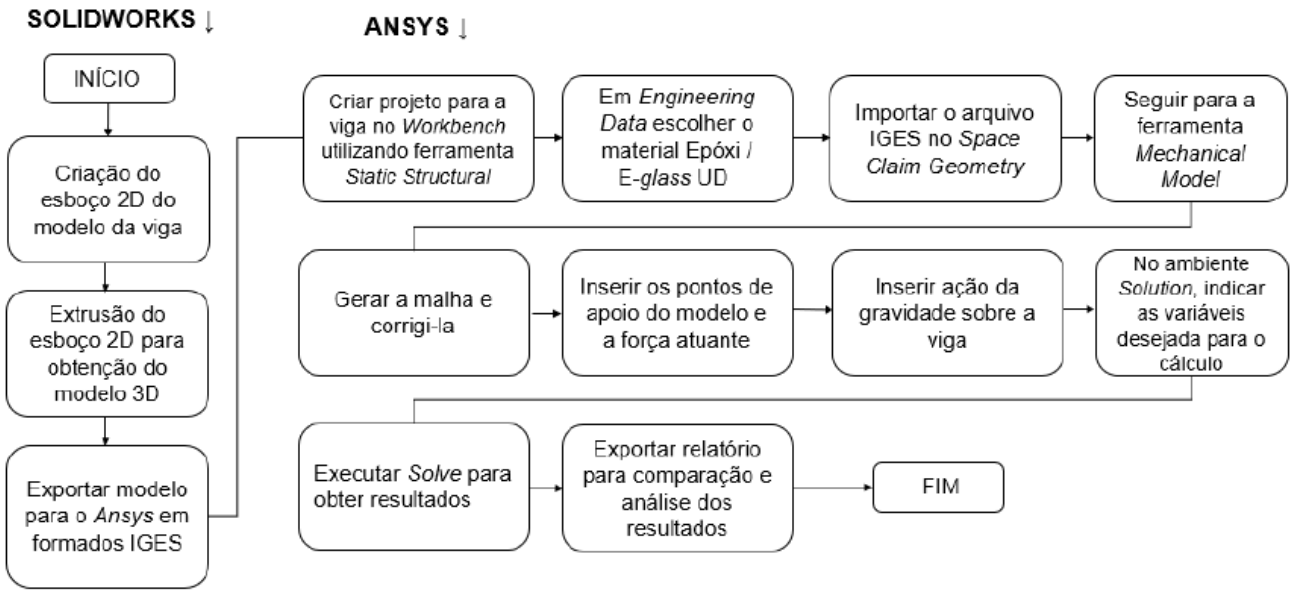
Fonte: NTC, 2021.

A primeira situação (Figura 3a) mostra o conjunto sendo montado para aplicação em uma gestação individual para matrizes suínas. Na segunda situação (Figura 3b) é representado o conjunto já montado, com os equipamentos sobrepostos, faltando somente o alojamento dos animais.

3. METODOLOGIA

O desenvolvimento do artigo se baseou em uma metodologia de pesquisa do tipo experimental, onde se iniciou através das atividades expostas no fluxograma da figura 4, utilizando a análise computacional via *software Ansys* para obtenção de resultados acerca das tensões de flexão e deflexão máxima atuantes em uma viga de geometria específica fabricada em material compósito e utilizando o método analítico de cálculo para verificação dos resultados obtidos na análise computacional.

Figura 4 – Fluxograma para desenvolvimento da análise computacional



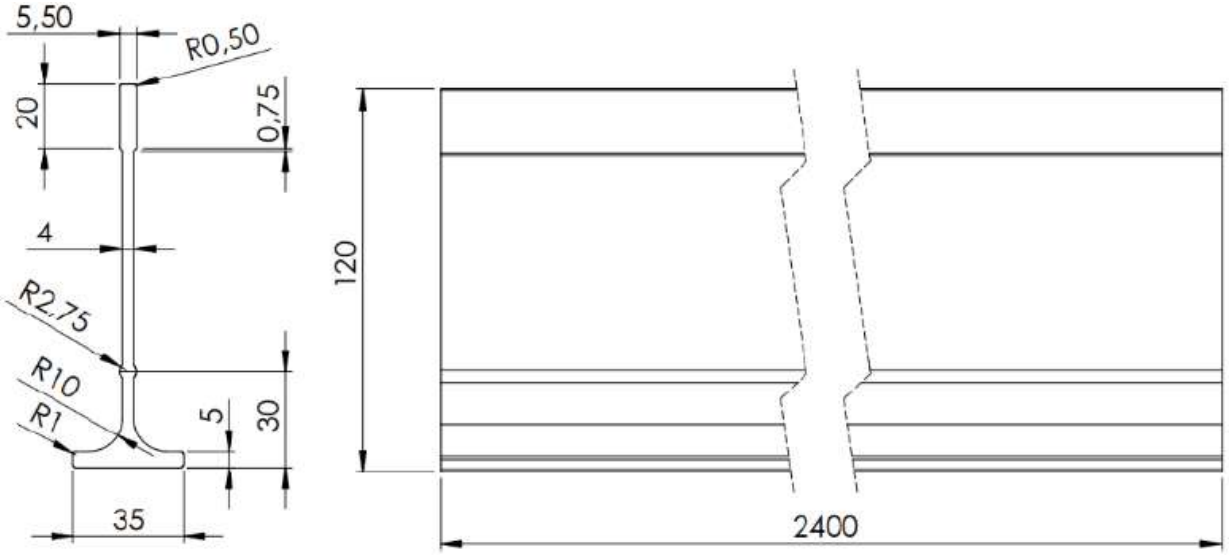
Fonte: Autor, 2021

3.1 DESENHO TÉCNICO E MODELAGEM DA VIGA

A viga foi desenhada e modelada com o auxílio do *software Solidworks Premium* 2016 SP 0.0, cujos requisitos de funcionamento requerem um *hardware* com processador de velocidade igual ou superior a 3,3 GHz, 16 GB ou mais de memória RAM. Também se recomenda o uso de unidade de disco do tipo SSD. Nas simulações foi utilizado um computador com sistema *Windows 10 PRO*, com processador de 2,9 GHz e memória RAM de 8 GB, com uma unidade de disco SSD com 240 GB.

Foi utilizado o modelo de amostra do fornecedor X, o qual corresponde ao perfil estudado e também ao item indicado para a suinocultura, para retiradas de medidas e elaboração do desenho técnico no ambiente *drawing* do *Solidworks*, gerando o modelo 2D, e com a ferramenta de extrusão, foi obtido o modelo 3D da viga. Na figura 5 estão apresentadas as medidas do modelo.

Figura 5 – Desenho com vista frontal e lateral da viga do fornecedor X, com dimensões dadas em milímetros [mm].



Fonte: Autor, 2021

Após a finalização da modelagem, o arquivo foi gerado no formato IGES, o qual atende os padrões neutros requisitados pelo *software Ansys* para importação do modelo geométrico analisado.

3.2 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Dentro do *software Ansys*, utilizando a plataforma *Workbench*, foi criado um projeto a partir da ferramenta *Static Structural* com a geometria da viga, simulando um caso extremo com a carga máxima recomandada pelo fornecedor X de 300 Kgf (2940N). Após essa etapa foi definido as propriedades do material no ambiente *Engineering Data*. Nessa etapa foi aplicado o material *Epoxy E-Glass UD,* cuja recomendação partiu também do fornecedor X, onde salientou que seria a melhor composição dentro do *Ansys* para a simulação com fins educacionais. Após a etapa de seleção do material, no espaço *Space Claim Geometry* é importado o arquivo neutro em formato IGES gerado no *software Solidworks*.

Na sequência se utiliza o ambiente *Mechanical Model*, onde inicialmente foi feita a criação da malha, que foi gerada de maneira automática pelo *software Ansys* mas foi necessário realizar correções e ajustes para obtenção de uma malha mais uniforme e distribuida nos pontos mais críticos. Para realizar os ajustes na malha, utilizou-se a ferramenta *Sizing*, definindo o tamanho dos elementos da viga, através da opção *Element Size,* em 9 mm. Com essas dimensões se obteve 88.348 nós e 14.685 elementos. A limitação do *software* disponível para fins educacionais é 128.000 nós.

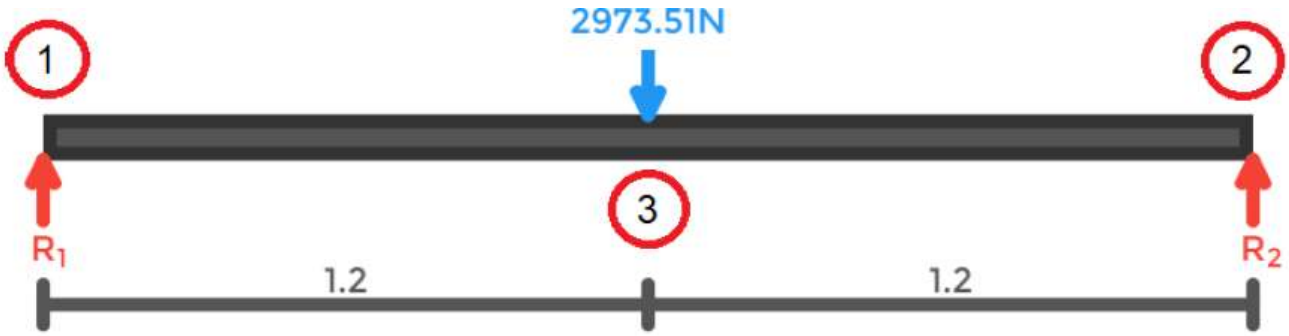
No ambiente *Static Structural,* foram definidas as forças atuantes, bem como os apoios principais da viga. Já no ambiente *Solution,* foram definidas as propriedades desejadas para a realização do cálculo. Para a execução da simulação se utilizou a função *Solve.* Com isso foi possível obter os resultados das propriedades indicadas e extrair o relatório gerado pelo *software.*

3.3 CÁLCULO ANALÍTICO

O cálculo analítico se faz necessário para validação e verificação de possíveis divergências que as simulações do *software* na versão acadêmica venham a acarretar nos resultados reais.

A figura 6 apresenta um esboço da viga analisada com os apoios, forças e reações atuantes.

Figura 6 – Esquema da viga bi-apoiada sob situação de carregamento mais crítica – distância em metros.



Fonte: Autor, 2021

Através dos dados estipulados pelo fornecedor X, foi utilizada a carga máxima no ponto 3, que corresponde ao centro da viga, no valor de 300 Kgf (2940 N) mais o valor da massa da viga 3,42 Kgf (33,51 N) para simular a pior situação em que o componente deve ser utilizado. Nos pontos 1 e 2 estão representadas as duas reações, R1 e R2, que são iguais, no valor de 1486,75 N.

3.3.1 PROPRIEDADE ELÁSTICA DO COMPÓSITO

Conforme os dados estipulados pelo Forncedor X, a composição do compósito que forma a viga se dá por aproximadamente 50% fibra de vidro tipo E-*glass* e 50% resina Epóxi, material este que também se encontra na biblioteca de materiais do *software Ansys*. Como citado no tópico 2, Bentur e Mindess (1990) afirma que o módulo de elasticidade pode ser encontrado pela regra da mistura. Segundo Askeland e Wright (2019), a regra da mistura para atuações longitudinais à direção das fibras, como é o caso das tensões estudadas, é descrita pela a equação 4.

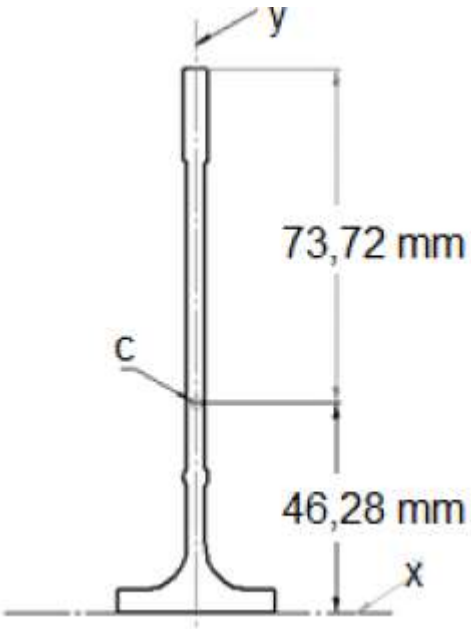
$$E_{cl} = EmVm + EfVf \qquad \text{Eq. 4}$$

O módulo de elasticidade longitudinal do compósito (Ecl) é igual a soma das múltiplicações dos módulos elásticos das fases matriz e reforço pela porcentagem decimal do volume de cada fase. Sendo assim, nesta equação, Em corresponde ao módulo de elasticidade da fase matriz, Ef é o módulo de elasticidade da fase fibra e Vm e Vf correspondem ao percentual do volume da fase matriz e fibra, respectivamente.

3.3.2 MOMENTO DE INÉRCIA E CENTRO DE MASSA

Para o cálculo analítico da viga analisada, tanto o momento de inércia (*Ix*) como o centróide ($\overline{y}$) foram extraidos do *software Solidworks*, com auxílio da ferramenta propriedades da seção disponível na aba avaliar. A figura 7 representa estes dados extraídos para o cálculo analítico.

Figura 7 – Geometria da viga utilizada no cálculo analítico.



Fonte: Autor, 2021

No desenho da viga, a origem adotada está na linha X. Dessa forma, o centróide calculado pelo *software* gerou o valor de 46,28 mm, no ponto C, com origem em X. Na tabela 1 estão apresentadas as propriedades da viga do fornecedor X conforme orientação sobre utilização do material disponível na biblioteca do *software Ansys* Epoxy E-*Glass* UD.

Tabela 1 – Propriedades da viga do fornecedor X.

Propriedade	Ix (mm^4)	$\bar{y}$ (mm) compressão	$\bar{y}$ (mm) tração	Densidade (kg/mm^3)	Volume total (mm^3)	Massa (kg)
Valor	1.154.801,63	73,72	46,28	2.10^{-6}	$1,71.10^6$	3,42

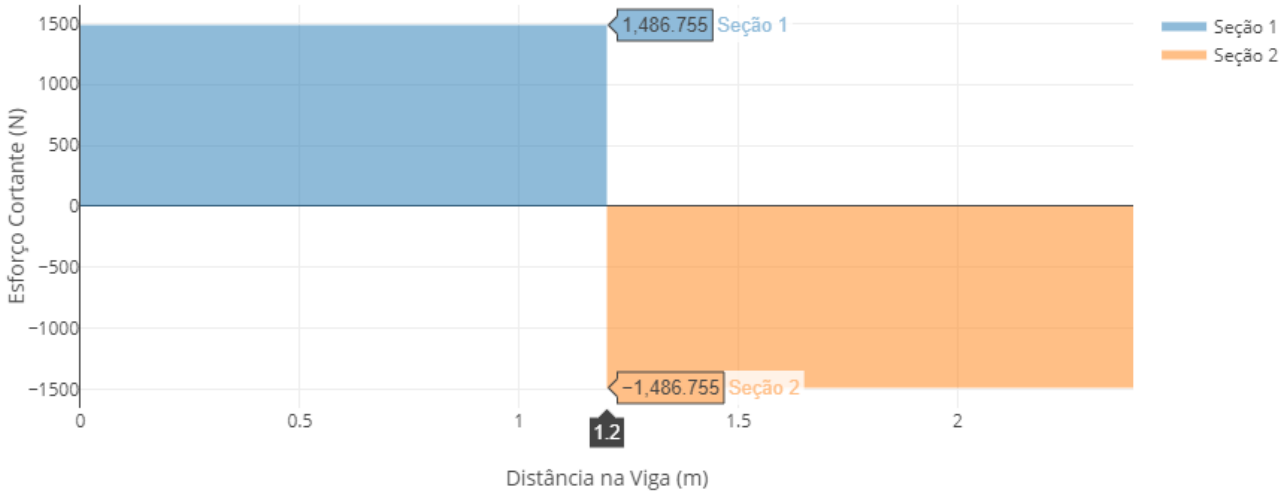
Fonte: Autor, 2021

O valor do momento de inércia (*Ix*) obtido foi de 1.154.801,63 $mm4$, que será utilizado nos cálculos das tensões de flexão e na deflexão. Já o centróide ($\bar{y}$) para para a tensão de flexão por compressão corresponde ao valor de 73,72 mm, pois a força compressiva se aplica na face superior da viga, contrária ao eixo X representado na figura 7. O centróide ($\bar{y}$) para para a tensão de flexão por tração corresponde ao valor de 46,28 mm, representando a parte inferior da viga cujas fibras são tracionadas com a aplicação da força.

3.3.3 ESFORÇO CORTANTE E MOMENTO FLETOR

Para calcular o esforço cortante e o momento fletor máximo foi utilizada a situação mais crítica destacada no item 3.3. No gráfico 1 é observado o esforço cortante.

Gráfico 1 – Diagrama de força cortante.



Fonte: Autor, 2021

É possível observar que o esforço cortante se mantém constante até o centro da viga, onde é aplicada a força de 2973,51 N, o que resulta em um esforço cortante máximo de 1486,75 N na medida de 1,20 metros do início da viga.

Já no gráfico 2 é observado o momento fletor máximo para a situação crítica destacada no item 3.3.

Gráfico 2 – Diagrama de momento fletor.

Fonte: Autor, 2021

Verifica-se que o momento é zero nas extremidades da viga e o pico acontece no centro onde se aplica a força. O valor resultante na medida de 1,20 metros do início da viga é de 1784,10 Nm.

3.3.4 Tensão de flexão

Nesta situação, através da expressão ($\sigma_{máx}$=$M.cI$)/ apresentada no tópico 2.4, calculou-se a tensão máxima de flexão por compressão e também por tração. A definição do momento fletor máximo foi feita de acordo com o resultado exposto no gráfico 1, a distância da linha neutra (*c*) tanto na compressão como na tração é mostrada na figura 7 e o momento de inércia (*Ix*) apresentado no tópico 3.3.2, na tabela 1.

3.3.5 Deflexão máxima

Para uma viga bi-apoiada com carregamento concentrado no centro, foi utilizada a equação 3, apresentada no tópico 2.4, repedida na sequência.

$$\delta = \frac{-PL^3}{48EI} \qquad \text{Eq. 3}$$

Nessa equação, P corresponde a carga crítica ditada pelo fornecedor X mais o peso da viga, posto de maneira concentrada por segurança, L é o comprimento total da viga, E é o módulo de elasticidade descrito no tópico 3.3.1 e I é o momento de inércia encontrado no tópico 3.3.2.

3.4 COMPARAÇÃO E AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

A comparação dos resultados visou observar as variações entre o cálculo analítico e a simulação computacional, visto a complexidade que a geometria e o materiais compósito podem gerar em situações analíticas.

3.5 CÁLCULO DO FATOR DE SEGURANÇA ADOTADO PELO FORNECEDOR X

Com o resultado obtido das tensões de flexão máxima no caso mais extremo e usando como referência as propriedades do material disponíveis na biblioteca do *software Ansys* apresentadas na tabela 2 conforme orientação do fornecedor X como sendo o mais adequado para estudos acadêmicos, foi verificado o fator de segurança para a viga estudada. Desta forma, o valor foi obtido através da expresão (fs= $\sigma_{rup}\sigma_{máx}$/), onde fs corresponde ao fator de segurança; σ_{rup} tensão de ruptura do material; e $\sigma máx$ tensão de flexão máxima calculada com a equação 3 do tópico 3.3.5.

Tabela 2 – Propriedades do material Epoxy E-*Glass* UD.

Propr.	*Tração X (MPa)*	*Tração Y (MPa)*	*Tração Z (MPa)*	*Compr. X (MPa)*	*Compr. Y (MPa)*	*Compr. Z (MPa)*	*Cisalh. XY (MPa)*	*Cisalh. YZ (MPa)*	*Cisalh. XZ (MPa)*
Limite à ruptura	1100	35	35	-675	-120	-120	80	46,154	80

Fonte: Adaptado, biblioteca *software Ansys*, 2021

Conforme Norton (2013), para projetos sem amparo de uma norma regulamentar, o fator de segurança pode ser obtido pela tabela 1-3 do anexo B. Para este caso foi definido o valor de 3 para o fator F2 presente na tabela, enquadrando a viga em um ambiente moderadamente desafiador.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com base na metodologia apresentada, foi possível chegar nos resultados apresentados nos tópicos a seguir.

4.1 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

No *software Ansys,* através da plataforma *Workbench,* foram realizados os testes de flexão e deflexão máxima da viga para o caso mais crítico citado no tópico 3.3, mostrado na figura 7. Já na figura 8 é possível observar os valores das tensões de flexão máxima obtidos.

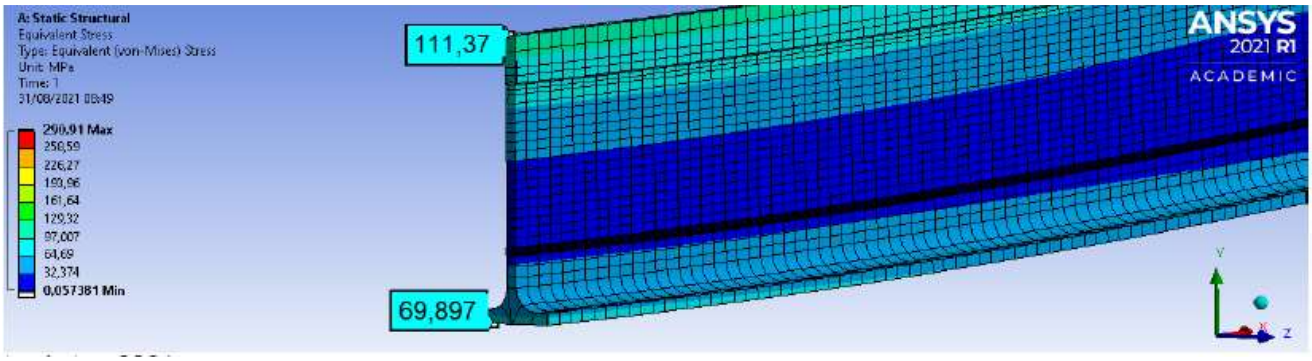
Figura 8 – Simulação da tensão máxima de flexão via *software Ansys* da viga do fornecedor X.

Fonte: Autor, 2021

No teste de flexão por compressão o valor obtido foi de 111,37 MPa, enquanto que o valor para tensão de flexão por tração, o valor foi de 69,89 MPa. Esses valores foram encontrados no centro da viga, onde se aplicou a força de 2940 N, e também considerado o peso da viga de 33,51 N através da inserção da força da gravidade na simulação. As regiões extremas da viga foram bi-apoiadas. Nesse caso foi identificado que na região central da viga está ocorrendo o pico de tensão de flexão.

Na figura 9 é possível visualizar com mais foco a região das tensões de flexão, através do corte da seção.

Figura 9 – Tensão de flexão - corte de seção vista isométrica

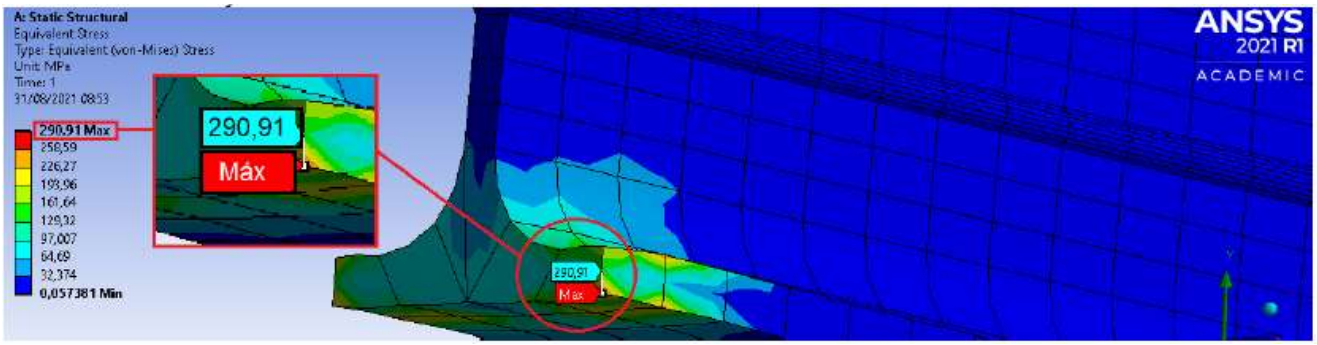


Fonte: Autor, 2021

Observa-se que a tensão por compressão no ponto superior é maior que no ponto inferior, devido ao reforço de área existente na extremidade exposta a tração.

Também se observou a concentração de tensões na região dos apoios. Na figura 10 é possivel visualizar o fenômeno.

Figura 10 – Concentração de tensão.

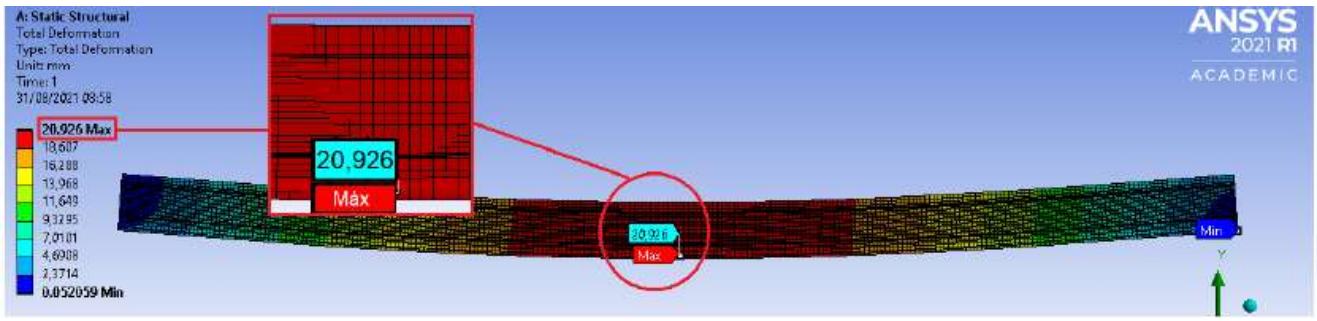


Fonte: Autor, 2021

Nos casos de malhas não tão finas, essas concentrações de tensões podem não representar de forma fiel o verdadeiro comportamento da tensão. Outro fator que pode determinar essas concentrações são os acabamentos da geometria, como cantos vivos e raios. Para a geração da malha através do *software* na versão acadêmica, esses acabamentos foram retirados a fim de se obter uma malha mais fina, sem intervenções de raios que poderiam deixar a malha obsoleta. Dessa forma, o resultado obtido com essa malha ainda pode não representar de forma precisa a concentração ocorrida nesse local da viga, mas mostra que nesta região é necessária a aplicação de um raio para acabamento e alívio dessa tensão.

Outra propriedade obtida é a deflexão total, cujo valor máximo obtido foi de 20,92 mm, demonstrado na figura 11, onde acontece no centro da viga a 1,20 metros da extremidade.

Figura 11 – Simulação da deflexão máxima via *software Ansys* da viga do fornecedor X.



Fonte: Autor, 2021

Observou-se que a flexa máxima obtida está representada pela cor vermelha, em uma escala aumentada para aferição visual, na direção Y no sentido da força aplicada. Essa deformação corresponde à 0,8% do comprimento total da viga que é de 2,40 metros.

4.2 CÁLCULOS ANALÍTICOS

Os cálculo analíticos realizados foram:

4.2.1 TENSÃO DE FLEXÃO

Para o cálculo da tensão de flexão por compressão foi seguida a expressão demonstrada na seção 3.3.4, sendo o momento fletor máximo ocorrido em $L/2$, demonstrado no gráfico 1 da seção 3.3.3 no valor de 1.784,10 Nm. Já a distancia para a linha neutra (c) utilizada é de 73,72 mm, cujo valor é alcançado subtraindo o valor de 46,28 mm da altura total da viga de 120 mm conforme mostrado na tabela 1, pois a tensão compressiva atua na face superior da viga. Para o momento de inércia (Ix) foi utilizado o valor de 1.154.801,63 $mm4$ apresentado no tópico 3.3.2. O resultado encontrato para a tensão de flexão por compressão é de 113,89 MPa.

Para a tensão de flexão por tração, a mesma equação foi adotada. O que se difere é a distância da linha neutra utilizada. Nesse caso, o valor que corresponde a distância da aplicação da tração é exatamente o valor do centróide calculado, no valor de 46,28 mm. Aplicando os valores na expressão é obtido o resultado de 71,50 MPa.

4.2.2 MÓDULO DE ELASTICIDADE DO COMPÓSITO

O módulo de elasticidade (E) é encontrado com auxílio da equação 4, apresentada no tópico 3.3.1 e repetida abaixo, e o valor resultante é de 37,45 GPa.

$$E_{cl} = EmVm + EfVf \qquad \text{Eq. 4}$$

Para realização do cálculo foram extraídos os dados do anexo A, cuja autoria é de Callister e Rethwisch (2016). Nessa equação, Em corresponde ao módulo de elasticidade da fase matriz, cujo valor é 2,4 GPa; Ef é o módulo de elasticidade da fase fibra, de valor 72,5 GPa; e Vm e Vf correspondem ao percentrual do volume da fase matriz e fibra, respectivamente. Neste caso, 0,5 para cada uma.

4.2.3 DEFLEXÃO MÁXIMA

Conforme mostrado na seção 3.3.5, para as equação 3 foi adotado como carga crítica (P) o valor de 2973,51 N , que corresponde a soma da carga crítica de 300 kgf (2940 N) sugerido pelo fornecedor X mais a massa da viga de 3,42 Kgf (33,51 N). O valor de comprimento total (L) da viga de 2,40 metros, o módulo de elasticidade (E) demonstrado no tópico 4.2.2 no valor de 37,45 GPa e o momento de

inércia (I) encontrado no tópico 3.3.2 no valor de 1.154.801,63 $mm4$, com isso a deflexão máxima (δ) resultante foi de 19,80 mm.

4.3 COMPARATIVO ENTRE A SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E CÁLCULO ANALÍTICO

Na tabela 3 estão representados os dados com o intuito de comparar os resultados obtidos em ambos os métodos estudados

Tabela 3 – Comparativo de resultados entre simulação computacional e cálculo analítico.

Resultados	Simulação computacional	Cálculo analítico	% de diferença entre resultados
Tensão de Flexão por compressão (MPa)	111,37	113,89	2,27 %
Tensão de Flexão por tração (MPa)	69,89	71,50	2,29 %
Deflexão (mm)	20,92	19,80	5,65 %

Fonte: Autor, 2021

Na simulação computacional, a malha gerada pode interferir minimamente nos detalhes, uma vez que que quanto mais refinada a malha, mais preciso será o resultado. Neste caso a geração da malha ficou limitada ao padrão do *software.* Mesmo com isso, as duas formas de análise são precisas e garantem a veracidade dos resultados encontrados. Com a simulação computacional, a margem para erro é reduzida, uma vez que o material compósito estudado tem comportamento ortotrópico.

4.4 FATOR DE SEGURANÇA CALCULADO

Através da expressão apresentada no tópico 3.5, é possível obter os valores dos fatores de segurança adotados pelo fornecedor X. Para o cálculo do fator de segurança na situação de compressão, o valor para tensão de ruptura adotado na direção X foi de 675 MPa, conforme a tabela 2 do item 3.5. Dessa forma, utilizando o valor calculado no tópico 4.2.1 para a tensão de flexão por compressão, o resultado para o fator de segurança adotado foi de 5,92. Já para a situação de tração, utilizou-se como tensão de ruptura na direção X valor de 1100 MPa conforme a tabela 2 do item 3.5 e com o valor da tensão de flexão por tração, o fator de segurança encontrado foi de 15,38. Com esses resultados, baseando no tópico 3.5, conclui-se que a viga está corretamente dimensionada, uma vez que para região onde ocorre a tração ela apresenta um fator de segurança 5,12 vezes maior do que o indicado, e na situação compressiva onde a geometria da peça é mais frágil, o fator de segurança está 1,97 vez maior que o indicado.

5. CONCLUSÃO

Observa-se que o objetivo principal de realizar a análise estrutural da viga de material compósito obtida pelo processo de pultrusão utilizando a modelagem em *software Solidworks*, a simulação em *software Ansys* e o método analítico para verificação dos resultados obtidos na simulação computacional foi alcançado.

Os resultados obtidos em ambos os métodos de análise apresentam diferenças pequenas, que podem ser decorrentes da limitação na geração da malha na simulação pelo *software Ansys* na versão estudantil. Apesar desta diferença, os valores gerados pela simulação computacional nos valores de tensão não ultrapassaram a casa de 2% de divergência em relação aos cálculos analíticos, e na deflexão máxima não ultrapassou a casa de 5%. Isso comprova a extrema importância da utilização dos métodos analíticos para verificação dos cálculos computacionais e validação dos dados de entrada para os *softwares*.

Já o fator de segurança encontrado demostrou que a viga está corretamente dimensionada, obecendo o fator mínimo de segurança de 3 selecionado para as condições de operação em que ela se encontrava, havendo ainda um superdimensionamento em relação à flexão devido a tração.

Os resultados obtidos através do *software Ansys* trazem vantagens significativas em análises de geometrias complexas no que diz respeito à tempo de execução, possui uma grande flexibilidade para criação de diversos cenários e fatores que impactam no funcionamento de determinado item ou conjunto, além de possuir compatibilidade com *software Solidworks*, que permite a importação de modelos complexos já desenhados e modelados em outro *software.*

Para futuros estudos, ficam sugestões para a realização de uma análise mais complexa nas micropropriedades do material compósito, comparação entre geometrias diferentes de viga aplicando possíveis reduções de medidas para melhorar a relação de custo e benefício sem que seja afetado os fatores de segurança e realizar ensaios destrutivos para validação experimental das análises computacionais e cálculos analíticos.

REFERÊNCIAS

ALVES, C. et al. Sustainable design procedure: the role of composite materials to combine mechanical and environmental features for agricultural machines. Materials and Design 30, p 4060-4068, dezembro, 2009.

ASKELAND, D.R.; WRIGHT, W.J. Ciência e engenharia dos materiais. 4 ed. São Paulo. Cengage Learning Brasil, 2019.

BEER, F. P. et al. Estática e mecânica dos materiais. Porto Alegre. AMGH, 2013.

BENTUR, A.; MINDESS, S. Fibre Reinforced Cementitious Composites. 2 ed. Nova York. CRC Press, 1990.

BUDYNAS, R.; NISBETT, J. K. Elementos de máquinas de Shigley. 10 ed. Porto Alegre, AMGH, 2016.

CALLISTER, W. D., RETHWISCH. D. G. Ciência e Engenharia de Materiais - Uma Introdução. 9 ed. Rio de Janeiro, LTC, 2016.

COSTA, C. T. F. Introdução ao elementos numéricos. 1 ed. Ceará. Universidade Federal do Ceará, 2010.

ESSS. Software Ansys. Acesso em: 24 maio 2021. Disponível em: https://www.esss.co/ansys/.

FILHO. A. A. Elementos Finitos – A base da tecnologia CAE. 6 ed. São Paulo, Érica, 2013. Acesso em: 24 maio 2021. Disponível em: https://www.docsity.com/pt/apostila-metodos-numericos-formatada-vf/4810222/.

GROOVER, M. P. Introdução aos processos de fabricação. 1 ed. Rio de Janeiro, LTC, 2014.

NAGAHAMA, Koji de Jesus. Análise de Estabilidade Local em Pefis de Seção Aberta em Aço e em Resina Reforçada com Fibra de Vidro. Orientador: Eduardo Batista. 2003. 160 p. Tese – (Doutourado em ciências em engeharia civil) - programas de pós-graduação de engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

NETO, F. L., PARDINI, L. C. Compósitos estruturais – Ciência e tecnologia. 2 ed. São Paulo, Blucher, 2016.

NORTON, R. L. Projeto de Máquinas, uma abordagem integrada. 4 ed. Rio Grande do Sul, Bookman, 2013.

NTC. Pisos, vigas e equipamentos para granja de suínos. Catálogo digital. Acesso em: 28 jun. 2021. Disponível em: https://ntcagro.com.br/wp-content/uploads/2021/04/catalogo-digital-NTC-Agro-2020-Geral.pdf

QUEVEDO, Thiago Lopes. Estudo teórico-experimental de um dissipador de calor para uso em fontes led rgb por meio de análise de materiais, geometrias e simulações computacionais. Orientador: Samuel Leite de Oliveira. 2018. 117 p. Dissertação – (Mestrado em ciência dos materiais) – programa de pós-graduação em ciências dos materiais, Universidade Federal de Matro Grosso do Sul. Campo Grande, 2018.

SCHELESKI, Samuel. Seleção de Materiais no Projeto de Máquinas e Implementos Agrícolas. Orientador: Guimarães, Vagner Alves. 2015. 200 p. Dissertação – (Mestrado em Engenharia) - programa de pós-graduação em projeto e processos de fabricação, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2014.

SOUZA, A. C. et al. SolidWorks – guia prático para modelagem sólida. Florianópolis, Visual Books, 2001.

VERMA, G.; WEBER. M. Solidworks 2017 Back Book. 4 ed. New York, Cadcamcae, 2017.

VIEIRA, Janine Domingos. Estudo do comportamento estrutural de perfis pultrudados sob efeito de alta temperatura. Orientador: Eduardo Batista. 2008. 170 p. Tese – (Doutourado em ciências em engeharia civil) - programas de pós-graduação de engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

WEINFURTER, Delcio Vill. Customização para acrescentar atributos em sólidos do SolidWorks. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Ciência da Computação). Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2003.

ANEXO

Anexo A – Dados para cálculo do módulo de elasticidade e massa específica do compósito.

Tabela 16.6 Dados para o Módulo de Elasticidade, Massa Específica e Custo de Fibras de Vidro, Várias Fibras de Carbono e a Resina Epóxi

Material	*Módulo de Elasticidade (GPa)*	*Massa Específica (g/cm³)*	*Custo (US$/kg)*
Fibras de vidro	72,5	2,58	1,70
Fibras de carbono (módulo padrão)	230	1,80	45,00
Fibras de carbono (módulo intermediário)	285	1,80	90,00
Fibras de carbono (módulo alto)	400	1,80	150,00
Resina epóxi	2,4	1,14	3,50

Fonte: Callister e Rethwisch, 2013

Anexo B – Fator de segurança para materiais dúcteis.

Tabela 1-3 Fatores utilizados para determinar um coeficiente de segurança para materiais dúcteis

Informações	Qualidade das informações	Fator
		F1
Dados das propriedades dos materiais disponíveis a partir de testes	O material realmente utilizado foi testado	1,3
	Dados representativos de testes do material estão disponíveis	2
	Dados razoavelmente representativos de testes do material estão disponíveis	3
	Dados insuficientemente representativos de testes do material estão disponíveis	5+
		F2
Condições ambientais nos quais será utilizado	São idênticas às condições dos testes de materiais	1,3
	Essencialmente igual ao ambiente de um laboratório comum	2
	Ambiente moderadamente desafiador	3
	Ambiente extremamente desafiador	5+
		F3
Modelos analíticos para forças e tensões	Os modelos foram testados em experimentos	1,3
	Os modelos representam precisamente o sistema	2
	Os modelos representam aproximadamente o sistema	3
	Os modelos são aproximações grosseiras	5+

Fonte: Norton, 2013