УДК 699.84

DOI 10.37153/2687-0045-2021-14-79-93

**ВЛИЯНИЕ СПОСОБА УЧЕТА ДЕМПФИРОВАНИЯ НА ОПТИМИЗАЦИЮ
ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОГО ГАСИТЕЛЯ КОЛЕБАНИЙ**

Нестерова О.П., к.т.н., доцент, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (СПбГАСУ).

Уздин А.М., д.т.н., проф., Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I (ПГУПС).

Федорова М.Ю., к. ф.-м. н., доцент, Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ).

Лин Хонг, PhD, доцент, Китайский нефтяной университет (Хуадун).

Аннотация: Целью исследований является оценка влияния способа учета демпфирования на эффективность и подбор оптимальных параметров динамических гасителей колебаний при сейсмических воздействиях. Особое внимание уделено работе динамических гасителей колебаний большой массы. Рассматриваются установившиеся гармонические колебания демпфированной системы с динамическим гасителем. Расчетная модель представлена двумя массами, соединенными пружинами. Оптимальные параметры гасителя определяются путем минимизации пиковых смещений на амплитудно-частотной характеристике рассматриваемой системы. Рассмотрено три способа учета демпфирования: гистерезисное в сооружении и гасителе, эквивалентное вязкое в сооружении и пружине гасителя, а также гистерезисное в сооружении и пружине гасителя и дополнительное вязкое в пружине гасителя. Установлено, что при массе гасителя менее 10% от массы защищаемого сооружения способ учета потерь энергии в сооружении и пружине гасителя не существен. При гасящей массе более 50% от веса сооружения способ учета демпфирования приобретает принципиальное значение. Отмечено, что для сильно демпфированных систем эффективность динамического гасителя колебаний заметно снижается. По-видимому, имеющаяся в литературе неоднозначность и противоречивость рекомендаций по подбору демпфирования в динамическом гасителе связана с существенным влиянием способа учета демпфирования в системе. Рекомендуется учитывать демпфирование в пружине гасителя и в сооружении отдельно. В сооружении демпфирование не превышает обычно 15% от критического и способ его учета не важен, а в пружине гасителя используются специальные демпферы и их учет должен соответствовать фактической диаграмме нагружения демпфера.

Ключевые слова: динамический гаситель колебаний, сейсмозащита, учет затухания

**INFLUENCE OF THE METHOD OF DAMPING ACCOUNTING ON OPTIMIZATION
OF THE MASS DAMPERS PARAMETERS**

Nesterova O.P., Ph.D., Associate Prof., Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (SPbGASU).

Uzdin A.M., Dr.Sc, Prof., Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University (PGUPS).

Fedorova M.Yu., Ph.D., Associate Prof., St Petersburg University (SPbU).

Lin Hong, PhD, Associate Prof. China University of Petroleum (Huadong).

Annotation: The aim of the research is to assess the influence of the method accounting damping on the mass damper efficiency and selecting their optimal parameters for seismic impact. Particular attention is paid to the behavior of mass dampers of large mass. The steady-state harmonic oscillations of a damped system with a mass damper are considered. The design model is represented by two masses connected by springs. The mass damper optimal parameters are determined by minimizing the peak displacements on the amplitude-frequency characteristic. Three methods of damping accounting are considered: hysteresis in the structure and damper spring, equivalent viscous in the structure and in the damper spring, as well as hysteresis in the structure and in the damper spring and additional viscous in the damper spring. It has been established that when the mass of the damper is less than 10% of the mass of the protected structure, the method of accounting for energy losses in the structure and in the mass damper spring is not essential. With a damping mass of more than 50% of the structure weight, the method of damping accounting becomes fundamental important. It is noted that for highly damped systems, the efficiency of mass damper is noticeably reduced. Apparently, the ambiguity and inconsistency of recommendations on the damping selection for mass dampers available in the literature is associated with a significant influence of the way system damping is taken into account. It is recommended to consider the damping in the damper spring and in the structure separately. In a structure, damping does not usually exceed 15% of the critical one and the way it is taken into account is not important, but special dampers are used in the damper spring and their consideration must correspond to the actual damper loading diagram.

Keywords: dynamic vibration damper, seismic protection, allowance for attenuation

Введение

Хорошо известно, что эффективными средствами сейсмозащиты являются сейсмоизоляция и динамическое гашение колебаний. Однако применение динамических гасителей колебаний (ДГК) для гашения сейсмических колебаний имеет ряд специфических особенностей, учет которых до настоящего времени вызывает вопросы. Простейшая схема ДГК показана на рисунке 1.

Рис.1. Схема для подбора параметров ДГК

С формальной точки зрения задача подбора параметров ДГК при сейсмическом воздействии отличается от классической задачи наличием нагрузки на обе массы: P_1 – на массу сооружения M и P_2 – на массу ДГК m . При этом амплитуда колебаний основной массы недемпфированной системы при гармоническом возмущении с частотой ω записывается в виде:

$$S_1 = \frac{P_1(c_T - m\omega^2) + P_2 c_T}{\Delta}, \quad (1)$$

где

$$\Delta = [-M\omega^2 + (c_0 + c_\Gamma)](c_\Gamma - m\omega^2) - c_\Gamma^2$$

C_Γ – жесткость пружины гасителя;

C_0 – жесткость сооружения.

Если в классическом случае ($P_2=0$) ДГК настраивают на частоту возмущения из условия $c_\Gamma - m\omega^2=0$ или $f = \frac{k_\Gamma}{\omega} = 1$, где $k_\Gamma = \sqrt{\frac{C_\Gamma}{m}}$, то для сейсмического воздействия для обращения в 0 амплитуды S_1 получаем настройку:

$$k_\Gamma = \omega \cdot \frac{P_1}{P_1 + P_2} \quad (2)$$

Если учесть, что при сейсмическом воздействии $P_1=M\omega^2$ и $P_2=m\omega^2$, то получим:

$$f = \frac{1}{1+\nu}, \quad (3)$$

где $\nu = \frac{m}{M}$ – относительная масса ДГК.

Хорошо известно, что при реализации ДГК возникают проблема точности настройки и проблема обеспечения прочности связи ДГК с сооружением [1, 2]. Для решения этих проблем в ряде работ предлагается использование ДГК большой массы [3 – 5], когда в качестве гасящей массы используется часть самого сооружения. Примерами таких решений являются здания с гибким верхним этажом [6], мосты, в которых пролетные строения выступают в качестве ДГК опор [3, 5] и т.п. В этих случаях величина ν может даже превышать единицу, достигая величины 2 – 3. С ростом относительной массы ДГК возникает необходимость резкого увеличения демпфирования гасителя. Система гашения может быть выполнена с применением различных демпфирующих устройств. Затухание в элементах ДГК обычно в два – три раза больше, чем в сооружении, но это затухание, как правило, вязкое и частотно зависимое. Реже используется демпфер сухого трения. Что касается сооружения, то в нем затухание гистерезисное. Его учет в настоящее время не однозначен и требует дальнейших исследований.

Состояние вопроса

При проектировании ДГК, как правило, используются известные рекомендации по подбору их настройки и демпфирования [2, 7], не учитывающие рассеяния энергии в сооружении. Во многих случаях потери и в сооружении, и грунте относительно невелики, затухание составляет 3 – 4% от критического (коэффициент неупругого сопротивления $\gamma=0.06 - 0.08$). По этой причине в настоящее время, кроме работ авторов [8, 9], число исследований по учету демпфирования в сооружении при настройке ДГК ограничено [10 – 13]. Между тем имеется широкий класс объектов, для которых сейсмозащита с использованием ДГК может быть эффективной, но которые характеризуются большим демпфированием, в два и более раз превосходящим затухание в материале и затухание в грунте при поворотных колебаниях фундаментов. К числу этих объектов относятся грунтовые сооружения, а также жесткие, относительно невысокие сооружения на сильно сжимаемых основаниях. Как известно [4], для них величина γ может достигать 0.5 и более. Как показано в [8, 14], демпфирование в защищаемом сооружении существенно сказывается на настройках гасителя, особенно для ДГК большой массы. Однако в литературе нет единого мнения об оптимальной настройке и демпфирования ДГК. На рисунке 1 приведены АЧХ системы с ДГК при различных настройках его параметров. Как видно из рисунка, использование ДГК во всех случаях настройки снижает смещения

сооружения, но эффект снижения существенно различается. Это связано как с моделью воздействия, так и с методами учета демпфирования в системе с ДГК. В классических работах [2, 7] демпфирование в сооружении не учитывалось. В [11] не рассматривалось резонансное воздействие, которое является наиболее опасным для сооружения. В этом исследовании в случайной постановке снижался средний уровень смещений или ускорений. Более сложная модель воздействия использована для подбора параметров ДГК в [13], где рассмотрена модель воздействия Таджими – Канари в виде белого шума, пропущенного через осциллятор с заданной частотой p . При этом рассматривались нерезонансные колебания системы, и настройка принималась в зависимости от отношения собственной частоты сооружения ω к частоте p . По-видимому, авторы считали относительную массу ДГК $\nu \ll 1$, и при $\nu=2$ формулы для настройки дают отрицательные значения жесткости.

Следует также отметить, что авторы не анализировали модель внутреннего трения в материале сооружения, задавая внутреннее трение частотно-зависимым вязким затуханием, как это сделано в классическом изложении С.П. Тимошенко [7]. Это также ограничивает применимость приведенных в литературе рекомендаций. Когда затухание в системе мало ($\gamma < 0.3$), модель затухания не столь важна. Этот факт хорошо описан в литературе [9]. Однако даже в слабо демпфированных сооружениях демпфирование в пружине ДГК весьма существенно, и способ учета демпфирования становится важным [8, 9].

Неоднозначность известных рекомендаций по настройке ДГК для демпфированных систем вызывает вопросы использования ДГК, прежде всего, сильно демпфированных ДГК большой массы, которые представляются наиболее эффективными для гашения сейсмических колебаний.

Целью настоящей статьи является качественная оценка влияния различных способов учета внутреннего трения в материале сооружения на расчетную эффективность и подбор параметров ДГК. При этом авторы исходили из минимизации пиков АЧХ при гармоническом возбуждении.

Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики системы с ДГК по данным [11]:

1 – настроенным по рекомендациям Den Hartog; 2 – настроенным по рекомендациям Warburton; 3 – настроенным по рекомендациям Rudinger; 4 – настроенным по рекомендациям Sadek; 5 – настроенным по рекомендациям авторов статьи; 6 – незащищенной системы

Моделирование демпфирования в сооружении и ДГК

В классических работах [2, 7] в сооружении и ДГК рассматривается вязкое затухание, пропорциональное скорости, которое характеризуется коэффициентом вязкого сопротивления b . При этом сила сопротивления Q имеет вид:

$$Q = -b\dot{u}, \quad (4)$$

где u – абсолютное смещение точки системы, в которой закреплен демпфер, для сил внешнего сопротивления и взаимное смещение масс для сил внутреннего сопротивления. По структуре матрица демпфирования для внешнего сопротивления похожа на матрицу инерции системы, а для внутреннего сопротивления – на матрицу жесткости. Потери энергии в элементах ДГК вызывают силы сопротивления, которые могут иметь сложную природу и в общем виде описываются формулой:

$$Q = -C|\dot{u}|^\alpha \text{sign}(\dot{u}) \quad (5)$$

С достаточно высокой точностью силу сопротивления вида (2) можно представить как суперпозицию сухого и вязкого трения [14]:

$$Q = -F\text{sign}(\dot{u}) - b\dot{u} \quad (6)$$

В инженерных расчетах силу сопротивления (2) часто заменяют вязким сопротивлением. Соответствующие формулы приведены, например, в [14]. Такая сила сопротивления пропорциональна взаимной (относительной) скорости узлов системы, между которыми расположен демпфирующий элемент.

К числу демпферов вязкого сопротивления, используемых в системах ДГК, можно с той или иной степенью приближения отнести гидравлические демпферы [16], в частности демпферы, в которых в качестве рабочей жидкости используется свинец [17].

Рассмотренные выше силы сопротивления являются частотно зависимыми. Сила сопротивления оказывается пропорциональной частоте при гармонических колебаниях системы. Внутренне трение в материале является частотно независимым и, строго говоря, не может описываться соотношениями (1, 2). Этому вопросу посвящено большое количество публикаций в период с 1960 по 1990-е гг. [18 – 22 и др.]. Для описания внутреннего трения в материале широко применяются гипотезы, называемые в российской литературе, гипотезами Сороки – Сорокина [18, 22], Рэлея, Фойхта – Резникова – Цейтлина [19, 20] и гипотеза о пропорциональности модального демпфирования энергии, соответствующей форме колебаний [9]. Анализ этих гипотез имеется в статье [9]. Ниже мы будем следовать упомянутой статье, исключив из рассмотрения лишь затухание по Рэлею, которое, по нашему мнению, удобно только при наличии в системе внутреннего и внешнего трения.

Задание демпфирования в форме Сороки – Сорокина

Согласно первой гипотезе, предложенной и развитой в работах канадского специалиста В. Сороки [22] и российского специалиста Е.С. Сорокина [18], сила сопротивления одномассового осциллятора пропорциональна жесткости системы и описывается соотношением:

$$Q = -b_c \ddot{u} \quad (7)$$

Здесь $\tilde{y}$ определяется следующим образом. Если $y = \sum_i \sum_i C_i \cos \omega_i t + S_i \sin \omega_i t$, то:

$$\tilde{y} = \sum_i \sum_i -C_i \sin \omega_i t + S_i \cos \omega_i t$$

Коэффициент b_c , определяющий силу сопротивления (7), выражают через коэффициент жесткости r :

$$b_c = \gamma r \quad (8)$$

Представление (8) обобщается на матрицы демпфирования элементов. Если система состоит из N элементов, то матрица жесткости представлена в виде:

$$R = \sum_{i=1}^N R_i \quad (9)$$

Тогда:

$$B_c = \sum_{i=1}^N \gamma_i R_i \quad (10)$$

Уравнение колебаний при этом имеет стандартный вид:

$$M\ddot{Y} + B_c\dot{Y} + RY = 0 \quad (11)$$

Задание демпфирования в форме Фойхта – Резникова – Цейтлина

Гипотеза Фойхта – Резникова – Цейтлина [19, 20] предполагает первоначальное построение матрицы демпфирования (8) с последующим переходом к матрице вязкого сопротивления B по формуле:

$$B = B_c X K^{-1} X^{-1}, \quad (12)$$

где X – матрица собственных векторов матрицы $M^{-1}R$, т.е. недемпфированной системы. Уравнение колебаний при этом имеет стандартный вид:

$$M\ddot{Y} + B\dot{Y} + RY = 0 \quad (13)$$

Отметим, что матрица B , полученная по формуле (12), не является симметричной, что равносильно наличию в системе гироскопических членов.

Как известно [4, 9, 23, 24 и др.], для системы с пропорциональным демпфированием, когда матрицы $M^{-1}R$, $M^{-1}B_c$ и $M^{-1}B$ имеют одну и ту же систему собственных векторов, уравнения (11) и (13) в главных координатах записываются эквивалентными уравнениями:

$$\ddot{\xi}_j + \gamma_j k_j^2 \dot{\xi}_j + k_j^2 \xi_j = 0 \quad (14)$$

$$\ddot{\xi}_j + \gamma_j k_j \dot{\xi}_j + k_j^2 \xi_j = 0 \quad (15)$$

В общем случае ни уравнение (11), ни уравнение (13) не раскладываются по формам колебаний недемпфированной системы. Их разложение по формам колебаний рассмотрено в ряде работ [24, 25].

Следует напомнить, что эквивалентность уравнений (14) и (15) подразумевает равенство амплитуд при резонансе, когда отношение p частоты возмущения ω к собственной частоте сооружения k равно 1. При этом предполагается, что вдали от резонанса затухание не влияет на колебания системы. При $\gamma < 0.3$ это предположение вполне оправдывается. На рисунке 3 приведено АЧХ систем с гистерезисным и вязким эквивалентным демпфированием при $\gamma = 0.1$

Однако при $\gamma < 0.3$ это предположение не справедливо. Совпадение характеристик наблюдается только при резонансе, т.е. $p=1$. С уходом от резонанса кривые расходятся, и демпфирование начинает заметно влиять на картину колебаний. На рисунке 4 приведены АЧХ системы при больших затуханиях, что наглядно подтверждает отмеченное обстоятельство. Из сказанного можно сделать еще один вывод. Если при разложении движения системы по формам колебаний существенны две или более форм колебаний, затухание можно настроить только на одну из форм, и по высшим формам колебаний расхождение решений будет существенным.

Рис. 3. АЧХ систем с гистерезисным (сплошная кривая 1) и эквивалентным вязким демпфированием (2) при малом демпфировании ($\gamma=0.1$)

Рис. 4. АЧХ систем с гистерезисным (1) и эквивалентным вязким демпфированием (2) при большом демпфировании: а – $\gamma=0.5$; б – $\gamma=1.2$

Уравнение движения системы с ДГК

Для дальнейшего анализа рассмотрим классическую модель с двумя степенями свободы сооружения с ДГК (рисунок 1).

Рассматриваемая система имеет матрицу инерции $M = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix}$ и матрицу жесткости $R = \begin{pmatrix} C_0 + C_{md} & -C_{md} \\ -C_{md} & C_{md} \end{pmatrix}$.

Здесь m – масса ДГК, M – масса сооружения, C_0 – жесткость сооружения, а C_{md} – жесткость пружины ДГК. Будем считать, что затухание в сооружении задается коэффициентом неупругого сопротивления γ_0 , а в пружине ДГК – γ_{md} . В принятых обозначениях матрица затухания по Сорокину имеет вид:

$$B_c = \begin{pmatrix} \gamma_0 C_0 + \gamma_{md} C_{md} & -\gamma_{md} C_{md} \\ -\gamma_{md} C_{md} & \gamma_{md} C_{md} \end{pmatrix} \quad (16)$$

Часто применяемая матрица вязкого демпфирования имеет следующую форму:

$$B_v = \begin{pmatrix} b_0 + b_{md} & -b_{md} \\ -b_{md} & b_{md} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где $b_0 = \gamma_0 \sqrt{C_0 M}$; $b_{md} = \gamma_{md} \sqrt{C_{md} m}$.

Матрицы вязкого демпфирования в форме Резникова – Цейтлина строятся по формуле (12). Если рассмотреть гармонические колебания, то в скалярной форме уравнения примут вид:

$$\begin{cases} M\ddot{q} + (C_0 + C_{md})q - C_{md}z + Q_1 = -MAg \sin \omega t, \\ m\ddot{z} - C_{md}q + C_{md}z + Q_2 = -mAg \sin \omega t \end{cases} \quad (18)$$

где силы сопротивления обозначены через Q .

Обозначим далее парциальные частоты сооружения и ДГК соответственно через $k = \sqrt{\frac{C_0}{M}}$ и $k_{md} = \sqrt{\frac{C_{md}}{m}}$. Кроме того, введем обозначения $\nu = \frac{m}{M}$; $f = \frac{k_{md}}{k}$.

Если далее ввести безразмерные координаты $\eta = \frac{q}{q_{ст}}$; $\zeta = \frac{z}{q_{ст}}$, где $q_{ст} = MAg/C_0$, то система уравнений примет вид:

$$\begin{cases} \ddot{\eta} + (1 + f^2\nu)\eta - f^2\nu\zeta + \frac{Q_1}{Mq_{ст}k^2} = -\sin \omega t \\ \ddot{\zeta} - f^2\nu\eta + f^2\nu\zeta + \frac{Q_2}{Mq_{ст}k^2} = -\nu \sin \omega t \end{cases} \quad (19)$$

Система в безразмерных координатах характеризуется матрицей инерции $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \nu \end{pmatrix}$ и матрицей жесткости $R = \begin{pmatrix} 1 + f^2\nu & -f^2\nu \\ -f^2\nu & f^2\nu \end{pmatrix}$.

При этом матрица демпфирования по Сорокину имеет вид:

$$B_c = \begin{pmatrix} \gamma_0 + f^2 \nu \gamma_{md} & -f^2 \nu \gamma_{md} \\ -f^2 \nu \gamma_{md} & f^2 \nu \gamma_{md} \end{pmatrix} \quad (20)$$

К аналогичному виду приводится матрица вязкого демпфирования:

$$B_v = \begin{pmatrix} \gamma_0 + f \nu \gamma_{md} & -f \nu \gamma_{md} \\ -f \nu \gamma_{md} & f \nu \gamma_{md} \end{pmatrix} \quad (21)$$

Решение уравнений (19) при гармоническом воздействии ищется в форме:

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = S \sin \omega t + C \cos \omega t \quad (22)$$

Система уравнений относительно неизвестных столбцов S и C имеет вид:

- для демпфирования по Сорокину:

$$\begin{cases} -MC\omega^2 - B_c C + RS = -MV \\ -MC\omega^2 + B_c S + RC = 0 \end{cases} \quad (23)$$

- для всех видов вязкого демпфирования:

$$\begin{cases} -MC\omega^2 - B_v C \omega + RS = -MV \\ -MC\omega^2 + B_v S \omega + RC = 0 \end{cases} \quad (24)$$

При учете демпфирования в форме Сорокина решение этих уравнений имеет вид:

- для затухания по Сорокину:

$$S = -[B_c(R - M\omega^2)^{-1}B_c + (R - M\omega^2)]^{-1}MV; C = (R - M\omega^2)^{-1}B_c V \quad (25)$$

- для вязкого затухания:

$$S = -[B_v(R - M\omega^2)^{-1}B_v\omega^2 + (R - M\omega^2)]^{-1}MV; C = (R - M\omega^2)^{-1}B_v V \omega \quad (26)$$

Обсуждение результатов

Для анализа результатов рассмотрено две системы с малым демпфированием в основной системе $\gamma_0=0.05$ (стальная конструкция на скальном основании) и с большим демпфированием $\gamma_0=0.35$. Это может быть сооружение из грунтовых материалов или жесткое сооружение на слабых грунтах [9].

Для расчетов принято два случая: первый – относительная масса $\nu=0.1$, второй – относительная масса $\nu=1$.

Результаты расчетов приведены на рисунках и в таблицах.

Как видно из таблицы 1 и рисунка 5, при малой массе ДГК (относительная масса $\nu=0.1$) способ учета демпфирования не влияет на настройку и эффективность ДГК.

Рис. 5. Амплитудно-частотные характеристики системы с ДГК малой массы:

а) при коэффициенте неупругого сопротивления в сооружении $\gamma_0=0.05$;

б) при коэффициенте неупругого сопротивления в сооружении $\gamma_0=0.35$;

1 – АЧХ незащищенной системы; 2 – АЧХ системы с ДГК при учете затухания по Е.С. Сорокину в сооружении и пружине ДГК; 3 – АЧХ системы с ДГК с учетом вязкого затухания, эквивалентного гистерезисному в сооружении и пружине ДГК; 4 – АЧХ системы с ДГК с учетом гистерезисного затухания в сооружении и пружине ДГК и дополнительного вязкого затухания в связи между гасителем и сооружением

Таблица 1

Оптимальные параметры и эффективность ДГК малой массы (относительная масса $\nu=0.1$) при различных моделях учета затухания

Коэффициент неупругого сопротивления в сооружении, η_0	Модель учета затухания	Оптимальная настройка ДГК, f	Оптимальный коэффициент неупругого сопротивления в связи с ДГК, η_{nd}	Эффективность ДГК, %
0.05	по Е.С. Сорокину в сооружении и пружине ДГК	0.875	0.405	79
	вязкое затухание, эквивалентное гистерезисному в сооружении и пружине ДГК	0.91	0.4	79
	гистерезисное затухание в сооружении и пружине ДГК и дополнительное вязкое затухание в связи между гасителем и сооружением	0.88	0.405	79
0.35	по Е.С. Сорокину в сооружении и пружине ДГК	0.79	0.53	29
	вязкое затухание, эквивалентное гистерезисному в сооружении и пружине ДГК	0.81	0.46	27
	гистерезисное затухание в сооружении и пружине ДГК и дополнительное вязкое затухание в связи между гасителем и сооружением	0.775	0.48	28

Из таблицы 2 и рисунка 6 видно, что при большой массе ДГК (относительная масса $\nu=1$) для трех различных моделей учета затухания результат подбора параметров ДГК получается различным – как по подбору оптимальных параметров, так и по снижению смещений защищаемого сооружения. Это связано с тем, что оптимальное затухание в пружине гасителя с ростом относительной массы становится значительным. Соответственно, необходимо выбирать модель учета затухания.

При сравнении данных таблиц 1 и 2 при малом затухании в сооружении увеличение массы ДГК приводит к увеличению эффективности (в среднем увеличивается на 6%), а в случае, когда в защищаемом объекте значительное затухание, увеличение массы ДГК в некоторых случаях незначительно влияет на его эффективность. А в случае учета затухания как вязкого, эквивалентного гистерезисному в сооружении и пружине ДГК, эффективность гасителя большой массы оказывается ниже, чем малой.

На рисунке 6 видно, что при учете затухания как вязкого, эквивалентного гистерезисному в сооружении и пружине ДГК, гаситель снижает амплитуду колебаний меньше, по сравнению с двумя оставшимися моделями.

Таблица 2

Оптимальные параметры и эффективность ДГК большой массы (относительная масса $\nu=1$) при различных моделях учета затухания

Коэффициент неупругого сопротивления в сооружении, %	Модель учета затухания	Оптимальная настройка ДГК, f	Оптимальный коэффициент неупругого сопротивления в связи с ДГК, γ_{nd}	Эффективность ДГК, %
0.05	по Е.С. Сорокину в сооружении и пружине ДГК	0.325	2.59	86
	вязкое затухание, эквивалентное гистерезисному в сооружении и пружине ДГК	0.525	1.165	84
	гистерезисное затухание в сооружении и пружине ДГК и дополнительное вязкое затухание в связи между гасителем и сооружением	0.33	1.22	86
0.35	по Е.С. Сорокину в сооружении и пружине ДГК	0.15	6.49	29
	вязкое затухание, эквивалентное гистерезисному в сооружении и пружине ДГК	0.345	1.37	20
	гистерезисное затухание в сооружении и пружине ДГК и дополнительное вязкое затухание в связи между гасителем и сооружением	0.08	3.485	30

Заключение

В статье было рассмотрено три модели учета затухания:

- затухание по Е.С. Сорокину в сооружении и пружине ДГК;
- вязкое затухание, эквивалентное гистерезисному в сооружении и пружине ДГК;
- гистерезисное затухание в сооружении и пружине ДГК и дополнительное вязкое затухание в связи между гасителем и сооружением.

Перечисленные модели учета затухания были рассмотрены для двух систем: с малым демпфированием в основной системе $\gamma_0=0.05$ (2.5% критического) и с большим демпфированием $\gamma_0=0.35$ (17.5% критического). Для каждой из систем задавался гаситель с относительной массой $\nu=0.1$ и гаситель большой массы с $\nu=1$. Для рассмотренных систем можно сделать следующие выводы:

Оптимизация параметров ДГК существенно зависит от относительной массы ДГК и γ затухания в защищаемом сооружении. При относительной массе гасителя $\nu>0.5$ оптимальное демпфирование в пружине ДГК существенно возрастает. Такую массу мы называем большой массой.

Для ДГК большой массы оптимальное демпфирование в пружине ДГК достаточно велико и превышает 50% от критического значения ($\gamma>1$). В связи с этим модель учета затухания влияет на результат оптимизации параметров гасителя и на его расчетную эффективность. При этом чем больше затухание в защищаемом сооружении, тем

значительнее различия в эффективности и оптимальных параметрах ДГК, т.е. тем аккуратнее следует подходить к моделированию демпфирования в элементах ДГК.

Для ДГК малой массы вид модели учета затухания не влияет на результат подбора параметров гасителя и его эффективность при малом затухании в защищаемом сооружении и влияет незначительно при большом затухании в защищаемом объекте.

Затухание в сооружении и пружине гасителя – гистерезисное. Данное затухание обычно не превышает 5 – 7% от критического и адекватно оценивается с помощью эквивалентного вязкого затухания. В то же время между ДГК и защищаемым сооружением должна устанавливаться дополнительная демпфирующая связь, которая может быть выполнена различным образом: в виде жидкостного демпфера, пластического демпфера, демпфера сухого трения и др. В связи с этим задача выбора подходящей модели учета демпфирования в системе сооружение – гаситель для ДГК большой массы приобретает принципиальное значение.

Рис. 6. Амплитудно-частотные характеристики системы с ДГК большой массы:

а) при коэффициенте неупругого сопротивления в сооружении $\gamma_0=0.05$;

б) при коэффициенте неупругого сопротивления в сооружении $\gamma_0=0.35$;

1 – АЧХ незащищенной системы; 2 – АЧХ системы с ДГК при учете затухания по Е.С. Сорокину в сооружении и пружине ДГК; 3 – АЧХ системы с ДГК с учетом вязкого затухания, эквивалентного гистерезисному в сооружении и пружине ДГК; 4 – АЧХ системы с ДГК с учетом гистерезисного затухания в сооружении и пружине ДГК и дополнительного вязкого затухания в связи между гасителем и сооружением

Работа выполнена при поддержке РФФИ по гранту ГФЕН-а 21-58-53012 и National Natural Science Foundation of China, No. 52111530036.

Список литературы

1. Савинов О.А. О применении динамического гасителя колебаний / О.А. Савинов // Труды научно-исслед. сектора л.о. треста глубинных работ. – Л.: Стройиздат Наркомстроя, 1940. – Вып. 1. – С. 30–35.
2. Коренев Б.Г. Динамические гасители колебаний / Б.Г. Коренев, Л.М. Резников. – М.: Наука, 1988. – 303 с.
3. Сахарова В.В. Использование пролетного строения для гашения сейсмических колебаний опор мостов / В.В. Сахарова, А.А. Симкин, А.А. Никитин, А.М. Уздин //

Экспресс-информация ВНИИИС. Сер. 14. Сейсмостойкое строительство. – 1982. – Вып. 4. – С. 14–18.

4. Уздин А.М. Сейсмостойкие конструкции транспортных зданий и сооружений: учебное пособие для студентов вузов железнодорожного транспорта / А.М. Уздин, С.В. Елизаров, Т.А. Белаш. – М.: ФГБОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2012. – 501 с.

5. Никитин А.А. Применение динамических гасителей колебаний для сейсмозащиты мостов / А.А. Никитин, А.М. Уздин // Экспресс-информация ВНИИИС. Сер. 14. Сейсмостойкое строительство. – 1986. – Вып. 9. – С. 20–24.

6. Цейтлин А.И. Сейсмические колебания многоэтажного здания с «гибким» верхним этажом. Снижение материалоемкости и трудоемкости сейсмостойкого строительства / А.И. Цейтлин, Л.И. Ким // Тезисы докладов Всесоюзного совещания. – М.: Стройиздат, 1982. – С. 85.

7. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко – М.: Наука, 1976. – С. 209–216.

8. Нестерова О.П. Особенности работы динамических гасителей колебаний при силовом и кинематическом возмущении демпфированных сооружений / О.П. Нестерова, А.М. Уздин // Известия российской Академии ракетных и артиллерийских наук. Москва. – 2016. – Вып. 2 (92). – С. 84–89.

9. Полоротова Н.А. Задание демпфирующих характеристик динамических систем и построение матрицы демпфирования / Н.А. Полоротова, О.П. Нестерова, А.М. Уздин // Строительная механика и расчет сооружений. – 2019. – № 6. – С. 40–49.

10. Gutierrez Soto Mariantonieta. Optimum tuning parameters of tuned mass dampers for vibration. Control of irregular highrise building structures / Mariantonieta Gutierrez Soto, Hojjat Adeli // Journal of civil engineering and management. – 2014. – Volume 20 (5). – P. 609–620.

11. Krenk S. Tuned mass absorbers on damped structures under random load / S. Krenk, J. Hogsberg // Probabilistic Engineering. Mechanics. – 2008. – 23 (4). – P. 408–415.

12. Sadek F. A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic application / F.S adek, B. Mohraz, A.W. Taylor, R.M. Chung // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. – 1997. – 26 (6). – P. 617–635.

13. Hoang N. Design of multiple tuned mass dampers by using a numerical optimizer / N. Hoang, P. Warnitchai // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. – 2005. – 34 (2). – P. 125–144.

14. Нестерова О.П. Эффективность динамических гасителей колебаний для массивных сооружений на нескальных основаниях / О.П. Нестерова, А.М. Уздин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2021. – № 1. – С. 20–25.

15. Durseneva N.V. Peculiarities of Calculating Bridges with Seismic Isolation Including Spherical Bearings and Hydraulic Dampers in Russia / N.V. Durseneva, A.V. Indeykin, I.O. Kuznetsova, A.M. Uzdin, M.Yu. Fedorova // Journal of Civil Engineering and Architecture. – 2015. – Volume 9, Number 4. – P. 401–409.

16. Skinner R.I. An introduction to seismic isolation / R.I. Skinner, W.H. Robinson, G.H. McVerry. – New Zealand. John Wiley & Sons, 1993. – 353 p.

17. Soydan C. Design of a Special Lead Extrusion Damper / C. Soydan, A. Gullu, O.E. Hepbostanc, E. Yuksel, E. Irtem // Conference: 15th World Conference on Earthquake Engineering At: Lisboa, Portugal. – 2012. – Volume: 15.

18. Сорокин Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем / Е.С. Сорокин – М.: Гос. изд. по строит., арх. и строит. материалам, 1960. – 129 с.

19. Цейтлин А.И. Об учете внутреннего трения в нормативных документах по динамическому расчету сооружений / А.И. Цейтлин // Строительная механика и расчет сооружений. – 1981. – № 4. – С. 33–38.

20. Резников А.М. Эквивалентная модель многомассовой системы с вязким и частотно-независимым внутренним трением / А.М. Резников // Строительная механика и расчет сооружений. – 1979. – № 4. – С. 44–48.

21. Пановко Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем / Я.Г. Пановко. – М.: Физматгиз, 1960. – 193 с.

22. Soroka W.W. Note on the relations between viscous and structural damping coefficients / W.W. Soroka // Journal of the Aeronautical Sciences. – 1949. – 16. – P. 409.

23. Igusta T. Modal decomposition method for stationary response of non-classically damped systems / T. Igusta, A. Kiureghian., C.A. Sackman // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. – 1984. – 12. – P. 121–136.

24. Vorobyova K.V. Taking account of damping in estimating structure earthquake stability / K.V. Vorobyova, O.P. Nesterova, A.M. Uzdin, N.V. Nikonova, M.Yu. Fedorova // Materials Physics and Mechanics. – 2016. – 26. – P. 57–60.

25. Нестерова О.П. Метод расчета сильно демпфированных систем с непропорциональным демпфированием / О.П. Нестерова, А.М. Уздин, М.Ю. Федорова // Инженерно-строительный журнал. – 2018. – № 5 (81). – С. 64–72.