О СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ СЕТЕЙ ИНЖЕНЕРНЫХ КОММУНИКАЦИЙ

DOI: 10.36724/2072-8735-2020-14-9-17-23

Токтошов Гулжигит Ысакович,
Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН,
г. Новосибирск, Россия, tgi_tok@rambler.ru

Работа поддержана Программой фундаментальных
исследований ИВМиМГ СО РАН №0315-2016-0006
и проектом РФФИ № 18-07-00460

Юргенсон Анастасия Николаевна,
Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН,
г. Новосибирск, Россия, nasty@rav.sccc.ru

Manuscript received 02 June 2020;
Revised 14 July 2020;
Accepted 03 September 2020

Мигов Денис Александрович,
Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН,
г. Новосибирск, Россия, mdinka@rav.sccc.ru

Ключевые слова: инженерные коммуникации, граф,
гиперсеть, NP-трудность, метаэвристика

Рассматриваются задачи оптимизации сетей инженерных коммуникаций по различным критериям, таким как суммарные строительные затраты, надежность и совместимость проектируемых типов коммуникаций. Предложен новый подход к моделированию сетей инженерных коммуникаций на основе модели гиперсетей, который, в отличие от существующих моделей оптимизации, позволяет учитывать вложенность одной структуры в другую и взаимозависимости показателей элементов этих структур. Такой подход делает поставленные в данной работе задачи более универсальными, и позволяет учитывать взаимодействие проектируемых типов сетей друг с другом. Кроме того, путем комбинирования задач, приведенных в настоящей работе, можно получить различные их вариации. Тогда могут получиться многокритериальные задачи: построение сетей минимальной стоимости с учетом ограничения на надежность; построение сетей минимальной стоимости с учетом их совместимости и ограничение на надежность и другие. Подобные вариации задач могут являться NP-трудными, для решения которых не существует полиномиального точного алгоритма. В частности, показано, что задача в самой простой гиперсетевой постановке является NP-трудной. Рассмотрена возможность применения точных и приближенных методов решения данных методов и оценки точности этих методов.

Информация об авторах:

Токтошов Гулжигит Ысакович, к.т.н., научный сотрудник лаборатории системного моделирования и оптимизации Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск, Россия

Юргенсон Анастасия Николаевна, к.ф.-м.н., научный сотрудник лаборатории системного моделирования и оптимизации Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск, Россия

Мигов Денис Александрович, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник лаборатории системного моделирования и оптимизации Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск, Россия

Для цитирования:

Токтошов Г.Ы., Юргенсон А.Н., Мигов Д.А. О сложности задач оптимизации сетей инженерных коммуникаций // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Том 14. №9. С. 17-23.

For citation:

Toktoshov G.Y., Yurgenson A.N., Migov D.A. (2020) Complexity analysis of optimization problems of utilitycommunications networks. T-Comm, vol. 14, no.9, pp. 17-23. (in Russian)

Введение

Задачи, связанные с проектированием и эксплуатацией сетей инженерных коммуникаций, возникают в различной области человеческой деятельности – коммунально-бытовое обслуживание населения, теплоснабжения, информатизация, транспорт и т.п. Современные сети инженерных коммуникаций можно отнести к транспортной системе, осуществляющей транспортировку из одного пункта в другой целевой продукции в виде информации, энергии или продукта, и представляющей собой пространственно-распределённые многоуровневые иерархические структуры [1]. Такие системы связывают потребителей с поставщиком некоторой целевой продукции [2, 3].

С ростом масштабов современных сетей инженерных коммуникаций их характеристики (стоимостные, надёжность и т.п.) становятся зависимым от их структуры, т.е. пространственного расположения. Таким образом, задачи, связанные со структурной оптимизацией сетей инженерных коммуникаций, решаются по нескольким критериям, учитывающим различные цели и ограничения – минимальность стоимость строительных работ, совместимость проектируемых типов сетей, надёжность их функционирования, и другие. Другими словами, при проектировании сетей инженерных коммуникаций решаются задачи многокритериальной оптимизации. Отметим, что для решения подобных задач применяются точные (комбинаторные) и приближенные методы, которые отличаются способами формирования всевозможных решений и выбора структуры, соответствующей условиям поставленной задачи. В качестве метода формирования всевозможных решений для выбора оптимальной структуры можно привести избыточные схемы [4,5], альтернативные деревья и графы [6-8], тензоры и морфологические таблицы [9,10] генетические алгоритмы [11, 12]. Все эти методы отличаются большой вычислительной сложностью, требующие особого внимания для изучения. Поэтому анализ сложности задач оптимизации сетей инженерных коммуникаций и методов их решения является актуальной задачей.

1. Математическая модель

В качестве математической модели для описания структуры транспортных и инженерных систем используют дискретные модели различного назначения: вложенные графы [13], многоуровневые комплексные сети [14], гиперсети [15], а также другие сетевые модели. В нашей работе в качестве альтернативы вышеотмеченных структурных моделей, была предложено использовать модель гиперсети, которая определяется следующим образом [15].

Определение: Гиперсеть $HN = (X, V, R; W)$ – это иерархический математический объект, состоящий из:

– на нижнем уровне:

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – множество вершин;

$PN = (X, V)$ – граф для структуры всевозможных маршрутов, т.н. граф первичной сети, где $V = (v_1, v_2, \dots, v_g)$ – ветви графа PN ;

– на верхнем уровне:

$SN = (Y \subseteq X, R)$ – граф для структуры проектируемой сети, т.н. граф вторичной сети, где $R = (r_1, r_2, \dots, r_m)$ – ребра графа SN , реализуемые по соответствующим маршрутам в графе PN ; $F: R \rightarrow 2^V$ – отображение, определяющее взаимно однозначное соответствие между ребрами $r \in R$ графа вторичной сети SN и маршрутами из ветвей $v \in V$ в графе первичной сети PN .

Предполагается, что PN и SN неориентированные.

Для ветвей $v \in V$ и ребер $r \in R$ введем следующие обозначения:

$c(v)$ – стоимость ветви $v \in V$ графа первичной сети PN ;

$c(r)$ – стоимость ребра $r \in R$ графа вторичной сети SN .

На следующем рис. 1 граф первичной сети PN представлен в виде решетки, а граф вторичной сети SN – в виде маршрута, вложенного в PN по маршрутам $\{ (1, 4, 5), (1, 4, 7), (7, 8, 9) \}$.

Рис. 1. Пример гиперсети

Отметим, что при решении некоторых прикладных задач возникает необходимость учитывать возможность совмещенной прокладки сетей различного назначения в одной трассе. При этом, совместимыми считаются сети нейтральные по механическим и электромагнитным воздействиям друг друга сети. В противном случае они прокладываются по независимым маршрутам в графе PN . Чтобы учесть возможность совмещенной прокладки сетей различного назначения удобно использовать модели структурированной гиперсети [15].

2. Постановка задачи оптимизации сетей

В этом разделе будут приведены различные постановки задач оптимизации сетей в терминах теории гиперсетей, т.к. в реальности проектируемые типы сетей имеют иерархическую структуру, моделируемую гиперсетью.

Задача 1. Пусть известны предполагаемые структуры графов $PN = (X, V)$ и $SN = (Y \subseteq X, R)$. Тогда задача поиска гиперсети HN минимальной стоимости заключается в поиске такого отображения при котором следующая целевая функция принимает минимальное значение:

$$Q(HN) = \left(\sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min \quad (1)$$

Постановка задачи оптимизации сетей в виде (1) является наиболее распространенной в области построения двухуровневой гиперсети и имеет множество приложений для описа-

ния и структурной оптимизации сетей различного назначения, например, для прокладки нефтепроводов [16].

Задача 2. Пусть теперь при вложении вторичной сети $SN = (Y \subseteq X, R)$ в первичную сеть $PN = (X, V)$ допускается разместить $|Y_{additional}| = k$ дополнительных точек, в виде точек Штейнера (подстанции, разветвители и т.п.). Тогда задача вставиться следующим образом: необходимо найти отображение $F: SN \rightarrow PN$ путем свободного размещения произвольного числа $|Y_{additional}| = k$ дополнительных точек Штейнера на плоскости, соответственно в графе первичной сети PN , при котором стоимость гиперсети HN была минимальна [17], т.е.

$$Q(HN) = \left(\sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min \quad (2)$$

Задача 3. Пусть известны предполагаемые структуры графов $PN = (X, V)$ и $SN = (Y \subseteq X, R)$. Пусть $p(v)$ – вероятность существования ветви $v \in V$ первичной сети, соответственно для ребра $r \in R$: $p(r) = \prod_{v \in F(r)} p(v)$.

Требуется найти отображение SN в PN при котором целевая функция принимает минимальное значение:

$$Q(HN) = \left(\sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v) + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min \quad (3)$$

при ограничениях

$$P(HN) = \min_r p(r) \geq P_0$$

где $0 < P_0 \leq 1$ – заданный порог надёжности.

Задача 4. Пусть $\{r_1, r_2, \dots, r_h\} \in R$ проектируемые типы сетей и $CT \subseteq R \times R$ бинарное отношение определяемое правилом: если $(r_1, r_2) \in CT$, то эти типы сетей совместимы, в противном случае нет. Пусть $MinCT(r_1, r_2, \dots, r_h)$ – минимальное число непересекающихся типов сетей, на которое можно разделить множество $\{r_1, r_2, \dots, r_h\} \in R$. Такое разделение осуществляется с учетом совместимости проектируемых типов сетей (например, по механическим и электромагнитным воздействиям).

Теперь, пусть известны графы $PN = (X, V)$ и $SN = (Y \subseteq X, R)$. Требуется найти отображение SN в PN при котором следующая целевая функция принимает минимальное значение:

$$Q(HN) = \left(\sum_{v \in I', \forall r \in R} a(v) \cdot MinCT(v) + \sum_{r \in R} b(r) \right) \rightarrow \min \quad (4)$$

при условии, что если различные типы сетей $\{r_1, r_2, \dots, r_h\}$ можно разбить на совместимые типы сетей такие что $r_1', r_2', \dots \in CT, r_1'', r_2'', \dots \in CT, \dots$, то каждая группа совместимых

типов сетей должны быть выложены по независимым ветвям первичной сети.

3. Анализ сложности поставленных задач

Для того чтобы решать поставленные задачи нужно оценить их сложность, т.е. возможность разрешимости этих задач за полиномиальное время. Одним из подходов оценки сложности задач является метод «сужения» представленный в [18]. Согласно методу «сужения» для начала нужно показать NP-трудность *Задачи 1*. Если удастся показать, что *Задача 1* является NP-трудной, то *Задача 2 – Задача 4* также являются NP-трудными, т.к. они включают в себя более простую *Задачу 1*. Чтобы доказать NP-трудность *Задачи 1*, нужно показать, что она включает в себя в качестве частного случая известную NP-трудную задачу [19].

Итак, докажем следующие два утверждения.

Утверждение 1: Пусть стоимость ветвей первичной сети $a(v) = 0, \forall v \in V$, тогда *Задача 1* является полиномиально разрешимой.

Доказательство:

Предположим, что стоимость ветвей первичной сети PN пренебрежимо мала, по сравнению со стоимостью ребер вторичной сети SN , т.е. $a(v) = 0, \forall v \in V$. Тогда стоимость гиперсети $Q(HN)$ зависит только от второй слагаемой в выражении (1), т.е. $Q(HN) = \sum_{r \in R} b(r)$. В этом случае

для укладки ребра $r \in R$ вторичной сети SN подойдет любой маршрут в графе первичной сети PN . Тогда для построения гиперсети минимальной стоимости можно воспользоваться классическим методом поиска в ширину. Таким образом, *Задача 1*, в случае $a(v) = 0, \forall v \in V$, является полиномиально разрешимой.

Отметим, что в свою очередь стоимость ребра $b(r)$ зависит от суммы длин ветвей $v \in V, v \in V$ графа первичной сети PN , через которые, проходит эта ребра $r \in R$. Другими словами, $b(r) = C \cdot \sum_{v \in F(r)} l(v)$, где C – некоторая постоянная,

$l(v)$ – длина ветви. Тогда *Задачу 1* можно решить как задачу поиска кратчайших путей на графе первичной сети PN . Для решения подобной задачи можно воспользоваться, например, алгоритмом Флойда. Тем самым, и в этом случае *Задача 1* является полиномиально разрешимой.

Утверждение 2: Пусть стоимость ребер вторичной сети $b(r) = 0, \forall r \in R$, тогда *Задача 1* является NP-трудной.

Доказательство:

Пусть теперь, стоимость ребер вторичной сети SN пренебрежимо мала по сравнению со стоимостью ветвей первичной сети PN , т.е. $b(r) = 0, \forall r \in R$. Тогда стоимость гиперсети $Q(HN)$ зависит только от первой слагаемой в выражении (1), т.е. $Q(HN) = \sum_{v \in F(r), \forall r \in R} a(v)$.

Пусть $|V| = 1$, тогда *Задача 1* сводится к поиску минимального пути по стоимости ветвей $a(v)$, $v \in V$ между заданной пары вершин на графе первичной сети PN . Для решения этой задачи можно воспользоваться алгоритмом Дейкстры. Таким образом, и в этом случае *Задача 1* является полиномиально разрешимой.

Если $|V| \geq 2$, то возможны следующие случаи:

1) Предположим, что граф вторичной сети SN является связным. Покажем, что решение *Задачи 1* ищется в виде дерева Штейнера на графе первичной сети PN . Известно, что задача построения дерева Штейнера на заданном графе является NP-трудной [18].

Предположим обратное, что вложение SN в PN не есть дерево в графе первичной сети PN , т.е. либо в графе первичной сети PN , либо в графе вторичной сети SN есть циклы и дерево имеющие минимальную стоимость.

1.1) Пусть граф вторичной сети SN имеет структуру дерева.

а) Пусть маршруты m_1 и m_2 графа PN образуют цикл (рис. 2а), где B — точка пересечения этих маршрутов. Введем следующие обозначения: m_1 и m_2 — части маршрутов до точки B соответственно, а $|m_1|$ и $|m_2|$ — их стоимости.

Если стоимость m_1 больше чем стоимость m_2 , т.е. $|m_1| > |m_2|$, то маршрут m_1 можно реализовать вдоль m_2 . В этом случае стоимость гиперсети уменьшится на величину $|m_1|$, что приведёт к противоречию — дерево в графе первичной сети PN имеет наименьшую оценку.

б) Пусть теперь в графе PN существуют три маршрута m_1, m_2, m_3 , образующие цикл (рис. 2б), где: E — точка пересечения этих маршрутов, m_1, m_2, m_3 — части маршрутов до точки B соответственно, $|m_1|, |m_2|, |m_3|$ — стоимости этих частей маршрутов.

Если стоимость m_1 не меньше чем суммарной стоимости m_2, m_3 , т.е. $|m_1| \geq |m_2| + |m_3|$, то m_1 можно реализовать вдоль m_2 и m_3 (рис. 2в). Тогда стоимость гиперсети уменьшится на величину $|m_1|$, что приведет к противоречию — дерево в графе первичной сети PN имеет наименьшую оценку.

Если стоимость m_1 меньше чем суммарной стоимости m_2, m_3 , а стоимость m_2 меньше стоимости m_3 , т.е. $|m_1| < |m_2| + |m_3|$ и $|m_2| < |m_3|$, то m_3 можно реализовать вдоль m_2 и m_1 (рис. 2с). Тогда стоимость гиперсети уменьшится на величину $|m_3|$, что приводит к противоречию — дерево в графе первичной сети PN имеет наименьшую оценку.

с) Если в графе первичной сети PN цикл образуют 4 или больше чем 4 маршрута, то случай аналогичен предыдущему. В этом случае самый дорогой маршрут перереализуется по остальным маршрутам, который приведет, во-первых, к уменьшению стоимости гиперсети на величину стоимости самого дорогого маршрута, во-вторых, к противоречию, что дерево в графе первичной сети PN имеет наименьшую оценку.

Таким образом, если структура графа вторичной сети SN — дерево, то маршруты на графе первичной сети PN также образуют дерево. Тем самым гиперсеть минимальной стоимости образует деревом на графе первичной сети PN .

Рис. 2. Примеры маршрутов в графе первичной сети PN

1.2) Пусть теперь структура графа вторичной сети c не является деревом. Покажем, что и в этом случае гиперсеть минимальной стоимости образует дерево на графе первичной сети PN .

Предположим обратное, т.е. пусть на графе первичной сети PN содержатся циклы. Пусть теперь в графе PN существуют три маршрута m_1, m_2, m_3 , которые образуют цикл (рис. 3). Выберем среди маршрутов m_1, m_2, m_3 маршрут наибольшей стоимости (например, m_1) и реализуем его вдоль маршрутов m_2 и m_3 (рис. 3). Тогда стоимость гиперсети уменьшится на величину $|m_1|$, что приводит к противоречию — дерево в графе первичной сети PN имеет наименьшую оценку.

Рис. 3. Пример маршрутов в графе первичной сети PN

Итак, мы показали, что гиперсеть минимальной стоимости образует дерево на графе первичной сети PN . Таким образом, *Задача 1* сводится к задаче поиска дерева минимальной стоимости на графе первичной сети PN , для реализации ребер $r \in R$ вторичной сети PN . Это и есть задача поиска дерева Штейнера на графе, являющаяся NP-трудной. Таким образом, *Задача 1* является NP-трудной, т.к. она свелась к задаче поиска дерева Штейнера.

2) Пусть теперь граф PN является не связным (рис. 4а), т.е. решением задачи является лес.

Введем фиктивную вершину v' (рис. 4б) и соединим ее фиктивными ребрами и ветвями нулевой стоимости с компонентами связности графа вторичной сети. Отметим, что каждая компонента связности соединится одним и только одним ребром.

Тогда граф вторичной сети SN полученный путем введения дополнительной вершины v' , и фиктивных ребер и ветвей является связным. Очевидно, что построенное на этом графе дерево Штейнера будет являться решением исходной задачи.

Рис. 4. Пример: а) несвязный граф SN ; б) связный граф SN

4. Алгоритмы решения NP-трудных задач

Как отмечено выше, для решения задач структурной оптимизации сетей используются различные точные и приближенные методы оптимизации. Точные методы позволяют найти гарантированное оптимальное решение, однако в виду сложности задач оптимизации они в большинстве случаев применяются для оптимизации сетей с незначительным количеством узлов и линий. Они обладают большей универсальностью, однако высокая вычислительная сложность, связанной с перебором всевозможных решений является главным недостатком их использования. Однако появление высокопроизводительных вычислительных систем с многоядерными процессорами и ускорителями снимает остроту этой проблемы и позволяет применять алгоритмы полного перебора для решения задач структурной оптимизации.

Второй класс алгоритмов для решения NP-трудных задач – приближенные и эвристические методы оптимизации. Приближенные методы оптимизации основываются на различных метаэвристиках и позволяют найти решений близкие к оптимальному за приемлемое время. К метаэвристикам принято относить методы имитации отжига, поиск с запретами, генетические алгоритмы и эволюционные методы, поиск с чередующимися окрестностями, муравьиные колонии, вероятностные жадные алгоритмы и другие [20].

Если стоимость ребер мала по сравнению со стоимостью ветвей, то можно воспользоваться известными алгоритмами для решения задачи Штейнера на графах [21]. В частности, в качестве приближенного решения можно взять минимальное остовное дерево. В [22] показано, что стоимость такого остовного дерева не превосходит двух стоимостей оптимального дерева Штейнера. На рис. 5 представлен пример.

Пусть нужно вложить k ребер $(A_1, B_1), \dots, (A_k, B_k)$ в первичную сеть. Стоимость коротких ветвей x , а длинных y ($y \leq 2x$). Для поиска минимального остовного дерева можно использовать алгоритм Краскала, который является одной из вариаций «жадного» алгоритма. Стоимость найденного (рис. 5а.) решения $Q = k(y + 2x)$. Стоимость минимального дерева Штейнера (рис. 5б) будет $Q_{opt} = y + 2kx$. Если $y = 2x$, то $Q/Q_{opt} \rightarrow 2$ при $k \rightarrow \infty$.

Рис. 5. Пример дерева Штейнера

Если стоимость ребер не ноль, то поиск дерева Штейнера на первичной сети не всегда дает оптимальное решение.

На рис. 6 приведен пример, где нужно вложить ребер $(A_1, B_1), \dots, (A_k, B_k)$ в первичную сеть k (k – нечетное число). Пусть стоимость коротких ветвей x , длинных y , стоимость участка ребра по любой из ветвей равна ε . Будем считать, что $y \geq 2x + 2(k-1)\varepsilon$.

Для поиска вложения вторичной сети в первичную будем использовать жадный алгоритм [23].

Пусть стоимость ребра r зависит от числа ветвей, по которым оно будет реализовано. Обозначим эту стоимость как $e(v)$.

«Жадный» алгоритм

Шаг 0. Каждой ветви v первичного графа PN припишем вес $c(v) = a(v) + e(v)$.

Шаг 1. Найти в графе PN все кратчайшие пути между выделенными парами вершин (согласно вторичному графу SN). Например, можно использовать алгоритм Флойда.

Шаг 2. Среди найденных путей (для которых еще не найдена укладка) найдем наименьший и реализуем его укладку на первичной сети, для этого вес его ветвей $c(v) = e(v)$ (т.е. обнуляем стоимость ветвей первичной сети по которым прошло это ребро). Если для всех ребер найдена укладка, то Конец, иначе на Шаг 1.

Если $\varepsilon = 0$, то оптимальные решения на рис. 6а и 6б одинаковы и их стоимость $Q = y + 2x(k-1)$.

Если $\varepsilon > 0$, то оптимальное решение представлено на рис. 6а, его стоимость $Q_{opt} = y + 2x(k-1) + \varepsilon((k+1)^2/2 - 1)$. «Жадный» алгоритм найдет решение на рис. 6б, его стоимость $Q = y + 2x(k-1) + \varepsilon k^2$. Если $y = 2x + (k-1)\varepsilon$, то $Q/Q_{opt} \rightarrow 2$ при $k \rightarrow \infty$.

Если $y \leq 2(x + \varepsilon)$, то оптимальное решение представлено на рис. 6с, его стоимость $Q_{opt} = k(y + \varepsilon)$.

Рис. 6. Пример построения сетей при разной стоимости ребер и ветвей k ($k = 5$)

Отметим, что для решения *Задачи 1*, ранее были предложены некоторые приближенные алгоритмы, основанные на методах теории графов и гиперсетей [1, 17, 19, 23]. В дальнейшем планируется провести сравнительный анализ между точными и приближенными методами решения этих задач.

Заключение

В настоящей работе представлены различные постановка задач оптимизации сетей в терминах теории гиперсетей, что позволяет учесть иерархичность проектируемых типов сетей. Понятно, что задача оптимизации сетей в общем случае может быть многокритериальной. Установлена NP-трудность *Задачи 1* путем ее сведения к известной NP-трудной задаче Штейнера на графах. Так как *Задача 2* – *Задача 4* включают в себя более простую *Задачу 1*, они также являются NP-трудными, для которых, видимо, не существует полиномиальный точный алгоритм. В связи с этим в перспективе планируется развивать теорию использования различных метаэвристик. Также возможно применение полного перебора к решению поставленных задач для установления эффективности приближенных методов их решения.

Литература

1. Gulzhigit Y. Toktoshov, Anastasia N. Yurgenson and Migov, D.A. On a Problem of the Utility // OPTA-SCL 2018, (Springer), 8-14 July. 2018, vol. 2098, pp. 385-395.
2. Носков С.И., Рязанцев А.И. Двухкритериальная транспортная задача // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Том 13. №2. С. 59-63.
3. Федотов В.Н., Алексиков С.В. Исследование производительности технологического автотранспорта при перевозке светлых нефтепродуктов в городских условиях // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Том 13. №2. С. 64-68.
4. Стенников В.А., Чemezov А.А. Применение алгоритма перебора деревьев и метода имитации отжига для схемно-структурной оптимизации тепловых сетей // Программные продукты и системы. 2018, №2 (31). С. 387-395.
5. Наумов И.В., Ямицкова И.В. Математическое обоснование выбора оптимизационной модели трассировки электрической сети // Евразийский Союз Ученых (ЕСУ) №7 (16). 2015. С. 123-127.
6. Степанов В.П. Оптимизация маршрутов на дорожной сети // Наука и образование, №5, 2012. С. 1-12.
7. Акимов С.В. Модель морфологического множества уровня идентификации // Труды учебных заведений связи. СПб.: СПбГУТ, 2005. № 172. С. 120-135.
8. Анкудинов Г.И. Синтез структуры сложных объектов. Логико-комбинаторный подход. Ленинград: Изд-во Ленинградского университета, 1986. 260 с.
9. Кутергин А.В. Тензорная методология для поиска оптимальной структуры системы // Электронное научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление» том 8 № 2 (15), 2012. С. 74-106.
10. Одрин В.М. Метод морфологического анализа технических систем. М.: ВНИИПИ, 1989. 312 с.
11. Han, L. Z., Zhang J.Q., Yang Y. Optimal placement of sensors for monitoring systems on suspension bridges using genetic algorithms // Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 530, pp. 320-331.
12. Wang K., Zhao H., Ding Y., Li T., Hou L., Sun F. Optimization of air pollutant monitoring stations with constraints using genetic algorithm // Journal of High Speed Networks. 2015. Vol. 21(2), pp. 141-153.
13. Poulovassilis, A., Levene, M. A Nested-Graph Model for the Representation and Manipulation of Complex Objects. J. ACM Trans. Inf. Syst., vol.12, 1994, pp. 35-68.
14. Kurant, M., Thiran, P. Layered Complex Networks // J. Phys. Rev. Lett., vol.96, 2006, pp. 1-4.
15. Попков В.К. О моделировании городских транспортных систем гиперсетями // Автоматика и телемеханика. 2011. Т. 72. № 6. С. 179-189.
16. Жумагулов Б.Т., Калимолдаев М.Н., Попков В.К., Токтошов Г.Ы. Гиперсетевая модель и методы оптимизации проектных решений для прокладки нефтепроводов в сложных условиях // T-Comm: Телекоммуникация и транспорт. 2013. №2. С. 36-40.
17. Монахов О.Г., Монахова Э.А., Токтошов Г.Ы. Алгоритм дифференциальной эволюции в задачах оптимизации маршрутов прокладки инженерных сетей // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 09. С. 135-144.
18. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982. 416 с.
19. Юргенсон А.Н., Мигов Д.А. О сложности задачи поиска гиперсети минимальной стоимости // Труды XV международной азиатской школы-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем», Новосибирск. 2019. С. 85-89.
20. Talbi El-G. Metaheuristics. From design to implementation. New Jersey: Wiley, 2009. 593 p.
21. Гордеев Э. Н., Тарасцов О. Г. Задача Штейнера. Обзор // Дискрет. матем., 1993. Т. 5, выпуск 2. С. 3-28.
22. Кононов А.В., Кононова П.А. Приближенные алгоритмы для NP-трудных задач. Учебно-методическое пособие. Новосибир. гос. ун-т. Новосибирск: РИЦ НГУ, 2014. 117 с.
23. Попков В.К., Токтошов Г.Ы., Юргенсон А.Н. Об одном подходе к оптимизации инфраструктуры инженерных сетей // Вестник СибГУТИ. 2012. № 3. С. 11-28.

COMPLEXITY ANALYSIS OF OPTIMIZATION PROBLEMS OF UTILITY COMMUNICATIONS NETWORKS

Gulzhigit Y. Toktoshov, Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk, Russia,
tgi_tok@rambler.ru

Anastasiya N. Yurgenson, Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk, Russia,
nastya@rav.sccc.ru

Denis A. Migov, Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk, Russia,
mdinka@rav.sccc.ru

Abstract

The problems of optimizing engineering communications networks according to various criteria, such as, minimum total construction costs, reliability, and compatibility are considered. A new technique for modeling utility networks based on the hypernet model, which allows one to take into account the nesting of one structure in another and the interdependence of indicators of the elements of these structures, is proposed. This approach makes the considered in these paper optimizations problems universal, and allows to take into account the interaction of the designed types of networks with each other. In addition, by combining the problems presented in this paper, various variations of optimization problems can be obtained. In this case, multicriterial tasks are stated, such as design networks of minimum cost, taking into account their reliability; design networks of minimum cost, taking into account their compatibility and reliability, and others. Note that all these problems are NP-hard, for the solution of which do not exist polynomial exacts algorithms. In particular, it was shown that the optimization problem in the simplest hypernet formulation is NP-hard. The possibility of applying accurate and approximate methods for solving them, and assessing the accuracy of these methods, were examined.

Keywords: utility communications, graph, hypernet, NP- hard, metaheuristics.

References

1. Toktoshov G.Y., Yurgenson A.N. and Migov D.A. (2018). On a Problem of the Utility Network Design. *OPTA-SCL 2018*, (Springer), 8-14 July. 2018. Vol. 2098. P. 385-395.
2. Noskov S.I., Ryazantsev A.I. (2019). Two-criteria transport problem. *T-Comm*, vol. 13, no.2, pp. 59-63. (in Russian)
3. Fedotov V.N., Aleksikov S.V. (2019). Research of productive technological motor transport during transportation of light oil products in urban conditions. *T-Comm*, vol. 13, no.2, pp. 64-68. (in Russian)
4. Stennikov V.A., Chemezov A.A. (2018). Application of trees search algorithm and Simulated annealing method for system- structural optimization of the heating networks. *Software products and systems*. №2 (31). P. 387-395. (in Russian)
5. Naumov I.V., Yamschikova I.V. (2015). Mathematical justification of the optimization model choice for the electrical network trace. *Eurasian Union of Scientist*. No.7 (16). P. 123-127. (in Russian)
6. Stepanov V.P. (2012). Routes optimization on the road network. *Science and education*. No. 5. P. 1-12. (in Russian)
7. Akimov S.V. (2005). Model of morphological set of identification level. *Proceedings of educational institutions of communication*. St. Petersburg, 2005. No. 172. P. 120-135. (in Russian)
8. Ankudinov G.I. (1986). Synthesis of the structure of complex objects. Logic-combinatorial approach. Leningrad: Publishing House of the Leningrad University. 260 p. (in Russian)
9. Kutergin A.V. (2012). Tensor methodology for finding the system's optimal structure. *Electronic scientific publication "Sustainable innovative development: design and management"*. No.2(15). Vol. 8. P. 74-106. (in Russian)
10. Odrin V.M. (1989). Method of morphological analysis of technical systems. Moscow: VNII-PI. 312 p. (in Russian)
11. Han L.Z., Zhang J.Q., Yang Y. (2014). Optimal placement of sensors for monitoring systems on suspension bridges using genetic algorithms. *Applied Mechanics and Materials*. Vol. 530. P. 320-331.
12. Wang K., Zhao H., Ding Y., Li T., Hou L., Sun F. (2015). Optimization of air pollutant monitoring stations with constraints using genetic algorithm. *Journal of High Speed Networks*. Vol. 21(2). P. 141-153.
13. Poulouvasilis A., Levene M. (1994). A Nested-Graph Model for the Representation and Manipulation of Complex Objects. *J. ACM Trans. Inf. Syst.* Vol.12., P. 35-68.
14. Kurant M., Thiran P. (2006). Layered Complex Networks. *J. Phys. Rev. Lett.* Vol. 96. P.1-4.
15. Popkov V.K. (2011). On Modeling City Traffic Systems with Hypernetworks. *Automation and Remote Control*, 2011, 72(6). P. 179-189. (in Russian)
16. Zhumagulov B.T., Kalimoldaev M.N., Popkov V.K. and Toktoshov G.Y. (2013). Hypernet model and methods for optimizing design solutions for laying oil pipelines in difficult conditions. *T-Comm*. No.2. P. 36-40 (in Russian)
17. Monakhov O.G., Monakhov E.A. and Toktoshov G.Y. (2015). The differential evolution algorithm in the utility networks routes optimization problems. *Science and education. Electronic magazine*. No.09. P. 135-144 (in Russian)
18. Gary M., Johnson D. (1982). Computing machines and hard problems. Moscow. 416 p. (in Russian)
19. Yurgenson A.N., Migov D.A. (2019). On the complexity of the task of finding a minimum cost hypernet. *Proceedings of the XV International Asian school-seminar "Optimization Problems of Complex Systems"*, Novosibirsk. 2019. P. 85-89 (in Russian)
20. Talbi El-G. Metaheuristics. From design to implementation. New Jersey: Wiley, 2009. p. 593.
21. Gordeev E.N., Tarastsov O.G. (1993). Steiner problem. Overview. *Disc. Mat.* Vol. 5, issue 2. P. 3-28. (in Russian)
22. Kononov A.V., Kononova P.A. (2014). Approximate algorithms for NP-hard problems. Novosibirsk. 117 p. (in Russian)
23. Popkov V.K., Toktoshov G.Y., Yurgenson A.N. (2012). One approach to the optimization engineering networks infrastructures. *Bulletin of the SibSUTIS*. No. 3. P. 11-28. (in Russian)

Information about authors:

Gulzhigit Y. Toktoshov, Cand. Sc., Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

Anastasiya N. Yurgenson, Cand. Sc., Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

Denis A. Migov, Cand. Sc., Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk, Russia