МОЩНОСТЬ ОБРАБОТКИ ПОТОКОВ ЗАЯВОК И РАЗМЕРЫ ОЧЕРЕДЕЙ В СИСТЕМАХ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

DOI: 10.36724/2072-8735-2020-14-9-10-16

Лихтциндер Борис Яковлевич,
Поволжский государственный университет
телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия,
lixt@psuti.ru

Блатов Игорь Анатольевич,
Поволжский государственный университет
телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия,
blatow@mail.ru

Manuscript received 08 June 2020;
Accepted 03 September 2020

Ключевые слова: системы массового обслуживания, заявки, корреляция, мощность, очереди, интервальный анализ, трафик, телекоммуникации.

Случайный процесс поступления заявок в СМО характеризуется законом распределения, устанавливающим связь между значениями случайной величины и вероятностями появления указанных значений. В большинстве случаев, такой поток характеризуется функцией распределения временных интервалов между соседними заявками, а процесс их обработки характеризуется функцией распределения вероятностей интервалов времени обслуживания. В подавляющем числе работ теории массового обслуживания указанные случайные величины считаются не коррелированными и взаимно независимыми. Однако, указанные допущения для анализа пакетного трафика мультисервисных сетей связи совершенно недопустимы. Классическая теория массового обслуживания изучает обработку временных рядов в предположении независимости выборки. Однако трафик современных мультисервисных сетей обычно сильно коррелирован и методы классической теории не работают. Рассмотрен циклический процесс образования очередей, условные и безусловные взаимные корреляции. Рассмотрены условные средние значения очередей. Вводится понятие мощности обработки потока заявок в системах массового обслуживания (СМО). Показано, что переменная составляющая указанной мощности определяется изменением коэффициента загрузки и соответствует условному среднему размеру очереди заявок в СМО.

Информация об авторах:

Лихтциндер Борис Яковлевич, д.т.н., Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия
Блатов Игорь Анатольевич, д.ф.-м.н., Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия

Для цитирования:

Лихтциндер Б.Я., Блатов И.А. Мощность обработки потоков заявок и размеры очередей в системах массового обслуживания // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Том 14. №9. С. 10-16.

For citation:

Lichtzinder B.Ya., Blatov I.A. (2020) Power for processing application flows and queue sizes in mass service systems. T-Comm, vol. 14, no.9, pp. 10-16. (in Russian)

Введение

В последнее десятилетие появляются некоторые зарубежные работы [1-5], отечественные работы [6, 7, 13, 15] а также работы авторов этой статьи [8-10, 14], в которых предпринимаются попытки учета корреляционных свойств потоков, образующих очереди. Одним из перспективных на наш взгляд, направлений изучения пакетного трафика является разрабатываемый нами Интервальный метод [11, 12], позволяющий заменить анализ интервалов времени между соседними заявками и интервалов времени обработки заявок, анализом одной случайной величины – числом заявок, поступающих в течение последовательных интервалов времени обработки каждой из заявок. Нами показано, что дисперсия и корреляционные свойства указанной случайной величины, при заданной загрузке, полностью характеризуют размер очереди в системах массового обслуживания (СМО) [12].

1. Возникновение очередей

Рассмотрим стационарный, ординарный входной поток заявок, представленный на рис. 1.

Рис. 1. Входной поток заявок

Заявки поступают в моменты времени t_i . Разместим на оси времени последовательные интервалы τ_i , соответствующие интервалам времени обработки каждой из заявок. Числа заявок, поступающих в течение каждого из интервалов времени τ_i , представляют собою анализируемую случайную переменную $m_i(\tau)$. Обозначим $\overline{m(\tau)}$ – математическое ожидание, $D_{m(\tau)}$ – дисперсию указанной случайной величины. Если λ – это средняя интенсивность потока заявок, а τ – математическое ожидание времени обслуживания, то $\rho = \lambda \tau$ – это коэффициент загрузки одноканальной СМО.

Не трудно показать, что для любого потока заявок справедливо равенство $\overline{m(\tau)} = \rho$.

Процесс образования очередей в одноканальной СМО определяется уравнением баланса [12]:

$$q_i(\tau) = q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) - \delta_i(\tau).$$

$$\delta_i(\tau) = \begin{cases} 0, & \text{если } q_{i-1}(\tau) = m_i(\tau) = 0; \\ 1 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь, $q_i(\tau)$ – размер очереди на интервале τ_i .

Значения $\delta_i(\tau) = 0$ возникают на тех интервалах времени, когда на текущем интервале заявки не поступают, а на предыдущем интервале отсутствует очередь. В течение интервалов, когда $\delta_i(\tau) = 0$, обработка заявок в процессоре не происходит и система простаивает. Случайная величина $\delta_i(\tau)$ имеет математическое ожидание, равное коэффициенту загрузки ρ :

$$\overline{\delta_i(\tau)} = \overline{m_i(\tau)} = \rho. \quad (2)$$

Следовательно, величина $m_i(\tau) - \delta_i(\tau)$ является центрированной.

На основании (1), для среднего числа заявок, находящихся в очереди справедливо соотношение (3).

$$\overline{q(\rho)} = \frac{1}{2} [D_m(\tau) - \rho(1 - \rho)] + \overline{q_{i-1}(\tau) m_i(\tau)}. \quad (3)$$

2. Циклы обслуживания

Введем понятие цикла обслуживания. Циклом обслуживания $Z_k = \bigcup_{j=j_k}^{j_k+N_k-1} I_j$ будем называть совокупность смежных интервалов обработки, где $q_j > 0$ везде, кроме последнего интервала, на котором очередь обнуляется после обработки последней заявки, а слева от данного цикла тоже находится хотя бы один такой интервал.

Отметим важное свойство цикла обслуживания.

Лемма 1. Для любого цикла обслуживания Z_k

$$\sum_{j=j_k}^{j_{k+1}-1} (m_j - \delta_j) = \sum_{j=j_s}^{j_{s+1}-1} (m_j - 1) = 0. \quad (4)$$

Доказательство вытекает из того, что окончание цикла обслуживания означает обработку всех заявок, которые поступили на всех интервалах, входящих в данный цикл обслуживания.

Лемма 2. Для условного математического ожидания справедлива формула $M_{\delta_i=1}[m_i] = 1$.

Справедливость Леммы 2 вытекает из (4).

Замечание 1. Понятие цикла обслуживания отличается от введенного Л. Клейнроком [18] понятия периода занятости, поскольку, период занятости предполагает наличие слева и справа, как минимум, одного интервала, на котором $m_i(\tau) = q_i(\tau) = 0$. Целесообразность введения данного понятия связана с тем, что, как будет показано ниже, в формуле (10) для $\mu_{q_{i-1}m_i}(\tau)$ сохраняются корреляционные связи только внутри циклов обслуживания, которые могут быть существенно короче периодов занятости Клейнрока.

3. Условные и безусловные ковариации

Сделаем следующие предположения.

Гипотеза эргодичности и взаимной стационарности.

Предположим, что все рассматриваемые процессы обладают свойствами эргодичности, стационарности и взаимной стационарности в широком смысле. В частности, при $j > i$

$$\mu_{q_i m_j}(\tau) = \mu_{q_i m_j}(i-j) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N q_{i-k+1}(\tau) [m_{j-k+1}(\tau) - \overline{m(\tau)}]. \quad (5)$$

Гипотеза о затухании взаимной корреляции.

Предположим также, что

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \mu_{q_{i-N+1} m_i}(\tau) \rightarrow 0. \quad (6)$$

Пусть $A(i, i-j) = \{\delta_k = 1, k = i-j, i-j+1, \dots, i\}$ случайное событие, состоящее в том, что случайные величины $m_{i-j}, m_{i-j+1}, \dots, m_i$ при реализации случайного процесса $\{m_i\}$ принимают значения в пределах одного цикла обработки. Пусть $A(j) = A(j, 0)$. В силу стационарности будем иметь $P(A(i, i-j)) = P(A(j))$ для любых i, j . Пусть $\mu(i, i-j) = \text{cov}_{A(i, i-j)}(m_i, m_{i-j})$ — условная ковариация случайных величин m_i, m_{i-j} при условии наступления события $A(i, i-j)$. В силу стационарности будем иметь $\mu(i, i-j) = \mu(j, 0) = \mu(j)$ для любых i, j .

4. Теорема 1.

Справедливо соотношение:

$$\overline{q_{i-1}(\tau) m_i(\tau)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i \in Z_s \subset [1, N]} m_i \sum_{j=j_s}^{i-1} (m_j - 1) = \sum_{k=1}^{+\infty} \mu(k) P(A(k)). \quad (7)$$

Последовательно применяя равенство (1) к значениям очереди в правой части (1), находим

$$q_{i-1}(\tau) = q_{i-(N+1)}(\tau) + \sum_{j=1}^N (m_{i-j}(\tau) - \delta_{i-j}(\tau)).$$

Отсюда в силу (4) (здесь и далее с точностью до бесконечно малой при $N \rightarrow \infty$) имеем:

$$\begin{aligned} \mu_{q_{i-1} m_i}(\tau) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_{i-(N+1)}(\tau) [m_i(\tau) - \overline{m(\tau)}] + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [m_i(\tau) - \overline{m(\tau)}] \sum_{j=1}^N [m_{i-j}(\tau) - \delta_{i-j}(\tau)]. \end{aligned} \quad (8)$$

С учетом (6), отсюда получаем

$$\mu_{q_{i-1} m_i}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [m_i(\tau) - \overline{m(\tau)}] \sum_{j=1}^N (m_{i-j}(\tau) - \delta_{i-j}(\tau)).$$

Поскольку вне цикла обслуживания будет $m_{i-j}(\tau) = \delta_{i-j}(\tau) = 0$, а внутри циклов обслуживания $\delta_j = 1$, то можем записать

$$\mu_{q_{i-1} m_i}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [m_i(\tau) - \overline{m(\tau)}] \sum_{j: I_j \in Z_k \subset [i-N, i-1]} [m_j - 1]. \quad (9)$$

Если теперь i -й интервал находится вне цикла обслуживания т.е. $\delta_{i-j} = m_i = 0$, то в отрезке $[i-N, i-1]$ будут только полные циклы обслуживания, а по ним внутренняя сумма в (9) будет равна нулю. Возможно, будет нецелый цикл обслуживания на левом конце, но соответствующие слагаемые в (9) будут стремиться к нулю, в силу гипотезы о затухании взаимной корреляции. Тогда получим:

$$\mu_{q_{i-1} m_i} = \frac{1}{N} \sum_{i: I_i \in Z_s; Z_s \subset [1, N]} (m_i - \overline{m}) \sum_{j: I_j \in Z_k \subset [i-N, i-1]} (m_j - 1).$$

Но, все внутренние суммы по всем "полным" циклам обслуживания равны нулю кроме, возможно, самой левой и самой правой. А слагаемое, соответствующее самой левой сумме, стремится к нулю в силу (6). Поэтому

$$\mu_{q_{i-1} m_i} = \frac{1}{N} \sum_{i: I_i \in Z_s; Z_s \subset [1, N]} (m_i - \overline{m}) \sum_{j: I_j \in Z_s, j \leq i-1} (m_j - 1). \quad (10)$$

Представим выражение (8) иначе:

$$\begin{aligned} \mu_{q_{i-1} m_i}(\tau) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_{i-1}(\tau) - \overline{q}) m_i(\tau) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_{i-N+1}(\tau) - \overline{q}) m_i(\tau) + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) \sum_{j=1}^N [m_{i-j}(\tau) - \delta_{i-j}(\tau)]. \end{aligned}$$

С учетом (6) отсюда аналогично (9) получаем

$$\begin{aligned} \mu_{q_{i-1} m_i}(\tau) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) \sum_{j=1}^N (m_{i-j}(\tau) - \delta_{i-j}(\tau)) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) \sum_{j: I_j \in Z_s; Z_s \cap [i-N, i-1] \neq \emptyset} [m_j - 1]. \end{aligned}$$

Далее приведем это выражение к выражению, аналогичному (10), но учтем, что здесь сумма слагаемых, соответствующих самому левому нецелому циклу, уже не является бесконечно малой при $N \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \mu_{q_{i-1} m_i}(\tau) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) \sum_{j: I_j \in Z_s; Z_s \cap \{i-N\} \neq \emptyset} [m_j - 1] + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) \sum_{j: I_j \in Z_s; Z_s \cap \{i-1\} \neq \emptyset} [m_j - 1]. \end{aligned} \quad (11)$$

Но

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) \sum_{j: I_j \in Z_s: Z_s \cap \{i-N\} \neq \emptyset} [m_j - 1] = \\ & = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) q_{i-N-1} = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) (q_{i-N-1} - \bar{q}) - \\ & - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) \bar{q} = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) (q_{i-N-1} - \bar{q}) - \bar{m} \bar{q} = \\ & = -\bar{m} \bar{q}, \end{aligned}$$

так как первая сумма является бесконечно малой при $N \rightarrow \infty$ в силу гипотезы о затухании корреляции. Подставляя это в (11), получим:

$$\begin{aligned} \mu_{q_{i-1} m_i}(\tau) &= \overline{m(\tau) \cdot q(\tau)} + \\ & + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) \sum_{j: I_j \in Z_s: Z_s \cap \{i-1\} \neq \emptyset} [m_j - 1] = \overline{m(\tau) \cdot q(\tau)} + \\ & + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\tau) \sum_{j=j_s}^{i-1} (m_j - 1) = \overline{m(\tau) \cdot q(\tau)} + \\ & + \frac{1}{N} \sum_{i \in Z_s \subset [1, N]} m_i(\tau) \sum_{j=j_s}^{i-1} (m_j - 1). \end{aligned}$$

Учитывая, что $\overline{q_{i-1}(\tau) m_i(\tau)} = \overline{m(\tau) \cdot q(\tau)} + \mu_{q_{i-1} m_i}(\tau)$, получим доказательство первой части (7).

$$\overline{q_{i-1}(\tau) m_i(\tau)} = \frac{1}{N} \sum_{i \in Z_s \subset [1, N]} m_i(\tau) \sum_{j=j_s}^{i-1} (m_j - 1), \quad (12)$$

Для доказательства второй части (7) зафиксируем натуральное k и обозначим через $N_k(N)$ число пар (m_i, m_j) , для которых $i - j = k$, принадлежащих всевозможным циклам $Z_s \subset [1, N]$. Тогда

$$\begin{aligned} \mu(k) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N_k(N)} \sum_{i \in Z_s \subset [1, N]} m_i(\tau) \sum_{k: i-k \in Z_s} (m_{i-k} - 1), \\ \text{а } \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_k(N)}{N} &= P(A(k)). \end{aligned} \quad (13)$$

Из (12), (13) вытекает справедливость второй части равенства (7).

Таким образом, Теорема 1 считается доказанной.

5. Длины очередей коррелированных потоков в терминах безусловных моментов

Формула (7) содержит условные корреляции $\mu(k)$ и вероятности $P(A(k))$, вычисление которых затруднительно. В этом разделе мы получим формулу, содержащую только

безусловные моменты второго порядка нового случайного процесса, тесно связанного с исходным.

Рис. 2. Входящий поток заявок и заявки, поступающие на обработку в процессор

На рисунке 2 показан некоторый фрагмент реализации входного потока заявок, поступающих в моменты времени t_i (верхний поток) и соответствующий поток заявок, покидающих очередь и поступающих на обработку в процессор (заявки направлены вниз). Одноименные заявки – пронумерованы ($i = 1, 2, 3, \dots$). Ниже показаны интервалы времени τ_i , в течение которых происходит обработка соответствующих заявок. На рисунке виден процесс образования интервальных переменных $m_i(\tau)$ и соответствующих значений очередей $q_i(\tau)$. На рисунке также видны промежутки времени, в течение которых процессор простаивает (заштрихованы). Следует обратить внимание на то, что интервалу простоя всегда предшествует интервал обработки τ_i , на котором очередь отсутствует (интервалы, с номерами 5 и 9). Именно, наличие интервалов простоя приводит к тому, что коэффициент загрузки ρ устойчивой системы всегда меньше единицы. Наличие случайной переменной $\delta_i(\tau)$ в соотношении (1) затрудняет процесс анализа очередей, поскольку $m_i(\tau)$ и $\delta_i(\tau)$ представляют разность двух сильно коррелированных случайных величин.

Произведем замену переменной интервалов τ_i , на которых рассматривается поступление заявок, на другую переменную – θ_i , которая представляет собой интервал между двумя соседними заявками, покидающими очередь (заявки показаны на рис. 2 и направлены вниз). Числа заявок, поступивших на указанных интервалах, обозначим через $m_i(\theta)$. Это и есть новый случайный процесс, который мы рассмотрим.

Обратим внимание, что все активные интервалы θ_i всегда равны соответствующим интервалам τ_i . Интервалы θ_i , включающие время простоя процессора (например,

θ_s , и θ_9 ,) всегда больше соответствующих τ_i на величину простоя процессора. Однако, поскольку в течение времени простоя заявки не поступают, все значения чисел заявок $m_i(\tau)$ равны соответствующим значениям $m_i(\theta)$.

Замечание 2. Каждая реализация случайного процесса $m_i(\theta)$ совпадает с соответствующей реализацией исходного случайного процесса $m_i(\tau)$, из которой удалены все участки покоя.

Заменим ось времени, на которой рассматриваются заявки, покидающие очередь, на равномерную ось: "число заявок, покинувших очередь".

На каждом промежутке между двумя соседними заявками, в очередь поступает $m_i(\theta)$ заявок, и одна заявка очередь покидает. Уравнение баланса при этом существенно упростится:

$$q_i(\theta) = q_{i-1}(\theta) + m_i(\theta) - 1. \quad (14)$$

Произошло "удаление" интервалов простоя, как это показано на рис. 3.

Рис. 3. "Удаление" интервалов простоя

Все интервалы являются активными и на каждом из них уходит по одной заявке.

Будем предполагать, что для нового случайного процесса также справедливы гипотезы эргодичности, взаимной стационарности и затухания взаимной корреляции.

Очевидно, что для нового случайного процесса справедлива формула $\overline{m_i(\theta)} = 1$.

Оценим сумму безусловных ковариаций

$$\mu_\theta(k) = \text{cov}(m_i(\theta), m_{i-j}(\theta)); i - j = k$$

нового случайного процесса.

В предположении гипотез коэрцитивности и затухания взаимной корреляции, при $1 \ll n \ll M$, т.е. точно до бесконечно малой при $M \rightarrow \infty$ будем иметь:

$$\begin{aligned} \mu_\theta(k) &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (m_i - 1)(m_{i-k} - 1), \\ \sum_{k=1}^n \mu_\theta(k) &= \frac{1}{M} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^M (m_i - 1)(m_{i-k} - 1) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (m_i - 1) \sum_{k=1}^n (m_{i-k} - 1) = \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (m_i - 1) \left(\sum_{k: m_i \in Z_s, m_{i-k} \in Z_s, k \leq n} (m_{i-k} - 1) + \sum_{k: m_{i-n} \in Z_i, m_{i-k} \in Z_i, k \leq n} (m_{i-k} - 1) \right) = \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (m_i - 1) \left(\sum_{k: m_i \in Z_s, m_{i-k} \in Z_s, k \leq n} (m_{i-k} - 1) \right) = \\ &= \frac{1}{M} \sum_{k=1}^n \sum_{i \in [1, M]: m_i, m_{i-k} \in Z_s} (m_i - 1)(m_{i-k} - 1). \end{aligned} \quad (15)$$

Зафиксируем натуральное k и обозначим через $M_k(M)$ число пар (m_i, m_j) , для которых $i - j = k$, принадлежащих всевозможным циклам $Z_s \subset [1, M]$ (каждая пара в одном цикле). Тогда

$$\begin{aligned} &\frac{1}{M} \sum_{k=1}^n \sum_{i \in [1, M]: m_i, m_{i-k} \in Z_s} (m_i - 1)(m_{i-k} - 1) = \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{M_k(M)}{M} \frac{1}{M_k(M)} \sum_{i \in [1, M]: m_i, m_{i-k} \in Z_s} (m_i - 1)(m_{i-k} - 1) = \\ &= \sum_{k=1}^n \mu_\theta(k) P(A_\theta(k)). \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{Но, } P(A_\theta(k)) = \frac{1}{\rho} P(A(k)).$$

Из (15), (16), получаем

$$\sum_{k=1}^n \mu(k) P(A(k)) = \rho \sum_{k=1}^n \nu_k. \quad (17)$$

Из (16)-(17) получаем следующее утверждение:

Теорема. Справедлива формула

$$\overline{q(\tau)} = \frac{1}{2} (D_{m_\tau} + \rho(1 - \rho)) + \rho \sum_{k=1}^{+\infty} \mu_\theta(k). \quad (18)$$

В формуле (18) присутствует дисперсия исходного случайного процесса $m_i(\tau)$. Обозначим через D_{m_θ} дисперсию процесса $m_i(\theta)$. В [10] была получена формула

$$D_{m_\tau} = D_{m_\theta} \cdot \rho + \rho(1 - \rho). \quad (19)$$

Подставляя (19) в (18), получаем следующее соотношение:

$$\overline{q(\tau)} = \rho \left(\frac{D_{m_\theta}}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} \mu_\theta(k) \right). \quad (20)$$

В работе [17] нами было введено понятие условного среднего значения очереди $\overline{Q(\rho)}$, которое представляет среднее значение очереди, на каждом из интервалов τ , при условии активной загрузки процессора, и не учитывает наличия интервалов простоя.

В отличие от $\overline{Q(\rho)}$, среднее число заявок $\overline{q(\rho)} = \overline{q(\tau)}$, учитывает наличие интервалов простоя $\overline{Q(\rho)} = \frac{\overline{q(\rho)}}{\rho}$.

$$\text{Из (20) следует, что } \overline{Q(\rho)} = \frac{D_{m\theta}}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} \mu_{\theta}(k). \quad (21)$$

6. Выводы

Формула (21) носит фундаментальный характер и показывает, что условное среднее значение очереди $\overline{Q(\rho)}$, полностью определяется переменной составляющей мощности потока заявок в СМО.

Литература

1. Leland W.E., Taqqu Murad S., Willinger W., Wilson D.V. On the Self-Similar Nature of Ethernet Traffic // J. IEEE/ACM Transact. Networking, 2:1 (1994), pp. 1-15
2. Neuts M.F. Versatile Markovian point process // J. Appl. Probab., 16:4 (1979), pp. 764-779 MathSciNet.
3. Ramaswami V. The N/G/1 queue and its detailed analysis", Advances Appl. Probab., 12:1 (1980), pp. 222-261. MathSciNet Zentralblatt MATH
4. Jagerman D.L., Balcioglu B., Altiok T., Melamed B. Mean Waiting Time Approximations in the G/G/1 Queue // Queueing Systems 46, pp. 481-506, 2004.
5. Balcioglu B., Jagerman D.L., Altiok T. Approximate mean waiting time in a GI/D/1 queue with autocorrelated times to failures // IIE Transactions, 39 10, pp. 985-996, 2007.
6. Карташевский И.В., Сапрыкин А.В. Обработка коррелированного трафика в узле сети типа G/G/1 // Радиотехника, 2017, № 10. С. 119-125.
7. Карташевский И.В. Модель трафика для программно-конфигурируемых сетей // Радиотехника. №6. 2016. С. 124-129.
8. Лихтциндер Б.Я. Корреляционные связи в пачечных потоках систем массового обслуживания // Телекоммуникации. 2015. № 9. С. 8-12.
9. Лихтциндер Б.Я. Корреляционные свойства длин очередей в системах массового обслуживания с потоками общего вида // ИКТ. 2015. Т.13. №3. С. 276-280.
10. Блатов И.А., Лихтциндер Б.Я. Об оценке длин очередей в СМО с произвольной корреляцией. ITNT. 2018.
11. Лихтциндер Б.Я. Интервальный метод анализа мультисервисного трафика сетей доступа // Электросвязь. №12. 2015. С. 52-54.
12. Лихтциндер Б.Я. Трафик мультисервисных сетей доступа (интервальный анализ и проектирование). М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 290 с.
13. Цыбаков Б.С. Модель телетрафика на основе самоподобного случайного процесса // Радиотехника, 1999. № 5, pp. 24-31.
14. Лихтциндер Б.Я. О некоторых обобщениях формулы Хинчина-Полллячека // ИКТ. Т.5. №4. 2007. С. 253-258.
15. Шелухин О.И., Теняшев А.М., Осин А.В. Фрактальные процессы в телекоммуникациях / Под ред. О.И.Шелухина. М.: Радиотехника, 2003. 480 с.
16. Вишневский В.М., Дудин А.Н. Системы массового обслуживания с коррелированными входными потоками и их применение для моделирования телекоммуникационных сетей // Автомат. и телемех., 2017, № 8, pp. 3-59; Autom. Remote Control, 78:8 (2017), pp. 1361-1403.
17. Блатов И.А., Лихтциндер Б.Я. Условное среднее значение очередей в системах массового обслуживания с пакетными потоками заявок // ИКТ. Т.14. №4. С. 379-383.
18. Kleinrock L. Queueing Systems: Vol. 2. Moscow: Mir, 1979. 600 p.

POWER FOR PROCESSING APPLICATION FLOWS AND QUEUE SIZES IN MASS SERVICE SYSTEMS

Boris Ya. Lichtzinder, Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia, lixt@psuti.ru
Igor A. Blatov, Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia, blatow@mail.ru

Abstract

The classical queuing theory studies time series processing under the assumption of sampling independence. However, the traffic of modern multiservice networks is usually strongly correlated and the methods of classical theory do not work. In this paper, we consider the cyclic process of queuing, conditional and unconditional mutual correlations. Conditional average values of queues are considered. The concept of processing power of the flow of applications in queuing systems (QS) is introduced. It is shown that the variable component of the indicated power is determined by the change in the load factor and corresponds to the conditional average size of the queue of applications in the QS.

Keywords: queuing systems, applications, correlation, power, queues, interval analysis, traffic, telecommunications.

References

1. Leland W. E., Taqqu Murad S., Willinger W., Wilson D.V. (1994). On the Self-Similar Nature of Ethernet Traffic. *J. IEEE/ACM Transact. Networking*, 2:1. P. 1-15.
2. Neuts M.F. (1979). Versatile Markovian point process. *J. Appl. Probab.*, 16:4. P. 764-779.
3. Ramaswami V. (1980). The N/G/I queue and its detailed analysis. *Advances Appl. Probab.*, 12:1. P. 222-261.
4. Jagerman D.L., Balcioglu B., Altioek T., Melamed B. (2004). Mean Waiting Time Approximations in the G/G/I Queue. *Queueing Systems*. Vol. 46. P. 481-506.
5. Balcioglu B., Jagerman D.L., Altioek T. (2007). Approximate mean waiting time in a GI/D/I queue with autocorrelated time to failures. *IEEE Transactions*, 39 10. P. 985-996.
6. Kartashevsky I.V., Saprykin A.V. (2017). Processing of correlated traffic in a network node of type G / G / I. *Radiotekhnika*. No. 10. P. 119-125.
7. Kartashevsky I.V. (2016). Traffic model for software-defined networks. *Radio engineering*. No. 6. P. 124-129.
8. Likhtzinder B.Ya. (2015). Correlation links in burst streams of queuing systems. *Telecommunications*. No. 9. P. 8-12.
9. Likhtzinder B.Ya. (2015). Correlation properties of queue lengths in queuing systems with general flows. *Infocommunication technologies*. Vol.13. No. 3. P. 276-280.
10. Blatov I.A., Likhtzinder B.Ya. (2018). On the estimation of the lengths of queues in the QS with arbitrary correlation. *Information technology and nanotechnology Proceedings of ITNT-2018*, Samara National Research University named after academician S.P. Queen. P. 1607-1616.
11. Likhtzinder B.Ya. (2015). Interval method of analysis of multiservice traffic of access networks. *Electrosvyaz*. No. 12. P. 52-54.
12. Likhtzinder B.Ya. (2018). Traffic of multiservice access networks (interval analysis and design). Moscow: Hotline – Telecom. 290 p.
13. Tsybakov B.S. (1999). Teletraffic model based on a self-similar random process. *Radiotekhnika*. No. 5. P. 24-31.
14. Likhtzinder B.Ya. (2007). On some generalizations of the Khinchin-Pollyachek formula. *Infocommunication technologies*. Vol.5. No. 4. P. 253-258. [15].
15. Shelukhin O.I., Tenyakshev A.M., Osin A.V. (2003). Fractal processes in telecommunications / Ed. O.I. Shelukhin. Moscow: Radiotekhnika. 480 p.
16. Vishnevskii V.M., Dudin A.N. (2017). Queueing systems with correlated arrival flows and their applications to modeling telecommunication networks. *Autom. Remote Control*, 78:8. P. 1361-1403.
17. Blatov I.A., Likhtzinder B.Ya. Conditional average value of queues in queuing systems with batch flows of claims. *ICT*. Vol. 14. No. 4. P. 379-383
18. Kleinrock L. (1979). *Queueing Theory*. Moscow: Mechanical Engineering. 600 p.

Information about authors:

Boris Ya. Lichtzinder, Dr. Tech. sciences, Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia

Igor A. Blatov, Doctor of Phys.-Math. Sciences, Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia