ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ДИАГРАММНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ДИФРАКЦИИ НА МАЛЫХ РАССЕИВАТЕЛЯХ

DOI: 10.36724/2072-8735-2020-14-8-26-32

Демин Дмитрий Борисович,
Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия, dbdemin@gmail.com

Клеев Андрей Игоревич,
Институт физических проблем им. П.Л.Капицы РАН, Москва,
Россия, kleev@kapitza.ras.ru

Кюркчан Александр Гаврилович,
Московский технический университет связи и информатики;
ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН;
ФГУП Центральный научно-исследовательский институт
связи, Москва, Россия, agkmtuci@yandex.ru

*Работа выполнена при частичной поддержке
Российского фонда фундаментальных
исследований (проект № 19-02-00654а)*

Manuscript received 24 April 2020;

Revised 29 May 2020;

Accepted 07 August 2020

Ключевые слова: рассеяние света на малых
частицах, приближение Рэлея, метод диаграммных
уравнений, рассеяние электромагнитных волн,
численные методы теории дифракции

Рассеяние электромагнитных волн малыми частицами является важной ключевой задачей теории дифракции. Связано это с широким диапазоном практических применений эффектов, обусловленных рассеянием электромагнитных волн на частицах, малых по сравнению с длиной волны. С момента появления первых работ, посвященных этой тематике и вплоть до настоящего время наиболее используемой математической моделью, применяемой при решении задачи о рассеянии на малых телах, является дипольное приближение (приближение Рэлея). Данный подход достаточно подробно изложен для частных случаев рассеяния на шарах и эллипсоидах, когда решение вспомогательной электростатической задачи можно получить в явном виде. Решение задачи в электростатическом приближении в общем случае, само по себе, достаточно сложно и сопоставимо по трудоемкости с решением исходной волновой задачи. Существующие методы ее решения имеют ряд принципиальных ограничений. Развита методика, основанная на использовании метода диаграммных уравнений (МДУ), впервые предложенном в 1992 г. В значительном числе публикаций наглядно продемонстрировано, что МДУ обладает важными преимуществами перед многими альтернативными методиками и весьма эффективен при решении широкого класса задач. При построении нового подхода к анализу рассеяния на малых телах нами была использована установленная в ранее опубликованных работах высокая скорость сходимости МДУ. Действительно, как показано в предыдущих работах авторов настоящей статьи, для решения задачи рассеяния на импедансных телах, характерный размер которых сопоставим с длиной волны первичного поля, достаточно учесть, в зависимости от поляризации падающего поля, от одного до трех слагаемых в разложении диаграммы рассеяния. Это обстоятельство дало возможность получить явные формулы для интегральных характеристик рассеяния, применимые для импедансных рассеивателей сложной формы. Получены явные формулы для интегральных характеристик рассеяния, применимые для широкого круга малых, по сравнению с длиной волны падающего излучения, рассеивателей (в том числе и ди-электрических). Приведен обзор результатов применения приближенной методики расчета интегральных характеристик рассеяния на малых рассеивателях произвольной формы, в частности, тонких диэлектрических цилиндрах, основанная на использовании МДУ. Как показывают приведенные результаты, полученные приближенные соотношения обладают достаточной точностью в широком диапазоне параметров задачи.

Информация об авторах:

Демин Дмитрий Борисович, Московский технический университет связи и информатики, доцент, к.ф.-м.н. Москва, Россия

Клеев Андрей Игоревич, Институт физических проблем им. П.Л.Капицы РАН, зам. дир., д.ф.-м.н., Москва, Россия

Кюркчан Александр Гаврилович, Московский технический университет связи и информатики; ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН;
ФГУП Центральный научно-исследовательский институт связи, зав. каф., д.ф.-м.н., Москва, Россия

Для цитирования:

Демин Д.Б., Клеев А.И., Кюркчан А.Г. Использование метода диаграммных уравнений для анализа дифракции на малых рассеивателях // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Том 14. №8. С. 26-32.

For citation:

Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchyan A.G. (2020) Using the pattern equations method for analysis the diffraction by small objects. T-Comm, vol. 14, no.8, pp. 26-32. (in Russian)

Введение

В настоящее время практически единственной математической моделью, используемой при решении задачи о рассеянии на малых телах, является приближение Рэлея [1]. В известных монографиях [2 – 4] данный подход достаточно подробно изложен для частных случаев рассеяния на шарах и эллипсоидах, когда решение вспомогательной электростатической задачи можно получить в явном виде. Решение задачи в электростатическом приближении в общем случае достаточно сложно. Существующие методы решения соответствующей электростатической задачи имеют ряд принципиальных ограничений [5]. В данной работе развита альтернативная методика, основанная на использовании метода диаграммных уравнений (МДУ). Данный подход был предложен в работах [6 – 9]. Показано, что МДУ обладает важными преимуществами перед многими альтернативными методиками (см. например [10, 11]) и весьма эффективен при решении широкого класса задач. При построении нового подхода к анализу рассеяния на малых телах нами была использована установленная в указанных выше работах высокая скорость сходимости МДУ. Действительно, как показали расчеты, для решения задачи рассеяния на телах, характерный размер которых сопоставим с длиной волны первичного поля, достаточно учесть, в зависимости от поляризации падающего поля, от одного до трех слагаемых в разложении диаграммы рассеяния. Это обстоятельство дало возможность получить явные формулы для интегральных характеристик рассеяния, применимые для рассеивателей сложной формы.

Основные соотношения и результаты

Проиллюстрируем изложенное выше на нескольких примерах. Как было показано в предыдущих работах [12 – 15], для задач рассеяния на двумерных импедансных и диэлектрических цилиндрах, с которых мы и начнем наше рассмотрение, МДУ приводит к следующей системе линейных алгебраических уравнений относительно a_m – коэффициентов разложения диаграммы рассеяния в ряд Фурье:

$$a_m = a_m^{(0)} + \sum_{n=-N_a+1}^{n=N_a-1} a_n G_{mn}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N_a - 1), \quad (1)$$

где величины $a_m^{(0)}$ и G_{mn} определяются конкретной задачей [12 – 15].

Рис. 1. Геометрия задачи

Сначала рассмотрим рассеяние E -поляризованной волны. Для построения приближенных решений, пригодных для достаточно точного расчета интегральных характеристик рассеяния на тонких цилиндрах, воспользуемся подходом, развитым ранее в работах [12 – 15]. Как показывают приведенные ниже результаты, при малых, по сравнению с длиной волны, характерных размерах рассеивателя (вплоть до $ka \sim 1$) в случае E -поляризации в системе (1) достаточно учесть лишь одно слагаемое

$$a_0 = \frac{a_0^{(0)}}{1 - G_{00}}. \quad (2)$$

Рассмотрим теперь рассеяние H -поляризованной волны, которое имеет некоторые отличия, продемонстрированные далее на примерах. Как показывает анализ, в случае H -поляризации первые три неизвестных коэффициента в (1) имеют одинаковый порядок малости по параметру ka , где a – характерный размер рассеивателя. Поэтому для получения корректных результатов необходимо учитывать эти слагаемые. Численные расчеты продемонстрировали справедливость данного положения.

Для H -поляризации выражения для коэффициентов разложения диаграммы в рассматриваемом приближении имеют вид

$$a_m = \frac{\Delta_m}{\Delta}, \quad m = -1, 0, 1, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta = & \bar{G}_{-1,-1} \bar{G}_{0,0} \bar{G}_{1,1} - G_{0,1} G_{1,0} \bar{G}_{-1,-1} - \\ & - G_{-1,1} G_{1,-1} \bar{G}_{0,0} - G_{-1,0} G_{0,-1} \bar{G}_{1,1} - \\ & - G_{-1,0} G_{0,1} G_{1,-1} - G_{-1,1} G_{0,-1} G_{1,0}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{-1} = & a_{-1}^{(0)} (\bar{G}_{0,0} \bar{G}_{1,1} - G_{1,0} G_{0,1}) a_0^{(0)} (G_{-1,0} \bar{G}_{1,1} + G_{1,0} \bar{G}_{-1,1}) + \\ & + a_1^{(0)} (G_{-1,1} \bar{G}_{0,0} + G_{-1,0} G_{0,-1}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Delta_0 = & a_{-1}^{(0)} (\bar{G}_{0,-1} \bar{G}_{1,1} + G_{1,-1} G_{0,1}) + \\ & + a_0^{(0)} (G_{-1,-1} \bar{G}_{1,1} - G_{1,-1} G_{-1,1}) + \\ & + a_1^{(0)} (G_{0,1} \bar{G}_{-1,-1} + G_{0,-1} G_{-1,-1}), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 = & a_{-1}^{(0)} (\bar{G}_{1,-1} \bar{G}_{0,0} + G_{0,-1} G_{1,0}) + \\ & + a_0^{(0)} (G_{1,0} \bar{G}_{-1,-1} + G_{1,-1} G_{-1,0}) + \\ & + a_1^{(0)} (G_{-1,-1} \bar{G}_{0,0} - G_{0,-1} G_{-1,0}), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\bar{G}_{q,l} = 1 - G_{q,l}$, $q, l = 0, \pm 1$.

Перейдем теперь к рассмотрению результатов расчетов по полученным выше приближенным формулам.

На рисунке 2 показаны результаты расчета для суперэллиптического цилиндра. Контур поперечного сечения в этом случае задается соотношением:

$$\left| \frac{x}{a} \right|^q + \left| \frac{y}{b} \right|^q = 1. \quad (8)$$

При $q = 2$ контур, определяемый соотношением (8) является эллипсом; при $q \gg 1$ поперечное сечение цилиндра близко к прямоугольнику со скругленными углами. Как пока-

зывают приведенные на рис. 2 результаты, формула (2) дает очень хорошую точность даже для достаточно больших значений нормированного волнового числа ka и отношений a/b .

Фактически, указанное соотношение может быть использовано, в том числе, и при расчете рассеяния на тонких полосках.

Рис. 2. Зависимость нормированного полного сечения рассеяния E -поляризованной плоской волны на идеально проводящем суперэллиптическом цилиндре от нормированного волнового числа ka при $q = 6$, $\theta = \pi/4$, где θ – угол падения первичной плоской волны (см. рис. 1). Кривые 1 – 3 – формула (2) при $a/b = 1, 4, 16$ соответственно, кружочки – точное решение, полученное с помощью МДУ при $N = 12$

На рисунке 3 представлены результаты рассеяния H -поляризованной плоской волны на идеально проводящем цилиндре, поперечное сечение которого является правильным многоугольником

Рис. 3. Зависимость нормированного полного сечения рассеяния H -поляризованной плоской волны на идеально проводящем цилиндре, поперечное сечение которого является правильным многоугольником, от нормированного волнового числа ka при $\theta = \pi/4$. Кривые 1 – 3 – формулы (3) – (7) при $n_s = 3, 5, 11$ соответственно, кружочки – решение, полученное с помощью МДУ при $N = 12$

Рассмотрим пример применения полученных выше соотношений для диэлектрических рассеивателей.

На рисунке 4 показана зависимость нормированного полного сечения рассеяния плоской волны на диэлектрическом ($\varepsilon = 2.25$, $\mu = 1$) цилиндре, поперечное сечение которого является многолистником:

$$\rho(\varphi) = \tilde{a}(1 + \tau \cos q\varphi), \quad q = 1, 2, 3, \dots, \quad (15)$$

от нормированного волнового числа ka ($a = \tilde{a}(1 + \tau)$). Рассмотрен частный случай двулистника ($q = 2$).

Рис. 4. Зависимость нормированного полного сечения рассеяния плоской волны на диэлектрическом цилиндре, поперечное сечение которого является двулистником, от нормированного волнового числа ka при $\theta = \pi/4$. Кривые 1 – 2 – точное решение, полученное с помощью МДУ для H - и E -поляризованной волны соответственно, кружочки – приближенное решение

Перейдем к анализу рассеяния на трехмерных идеально проводящих малых частицах. Рассмотрим рассеяние плоской волны на идеально проводящем теле вращения. В этом случае на поверхности S выполняется граничное условие

$$\vec{n} \times \vec{E} = 0, \quad (16)$$

где $\vec{n}$ – внешняя нормаль к S , $\vec{E} = \vec{E}^{(0)} + \vec{E}^{(1)}$ – вектор полного (падающего $\vec{E}^{(0)}$ и рассеянного $\vec{E}^{(1)}$) электрического поля. В сферической системе координат уравнение поверхности S имеет вид

$$r = \rho(\theta, \varphi) = \rho(\theta). \quad (17)$$

Полагаем, что в дальней зоне (при $kr \gg 1$) для компонент рассеянного поля $\vec{E}^{(1)}$ и $\vec{H}^{(1)}$ выполняются асимптотические соотношения вида

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(1)} &= \frac{\exp(-ikr)}{r} \vec{F}^E(\theta, \varphi) + O\left(\frac{1}{(kr)^2}\right), \\ \vec{H}^{(1)} &= \frac{\exp(-ikr)}{r} \vec{F}^H(\theta, \varphi) + O\left(\frac{1}{(kr)^2}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

где $\vec{F}^E$ и $\vec{F}^H$ – диаграммы электрического и магнитного полей соответственно. Для $\vec{F}^E$ и $\vec{F}^H$ использовались следующие разложения [16, 17]:

$$\vec{F}^E(\theta, \varphi) = -\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{n,m} i^n (\vec{i}_r \times \vec{\Phi}_n^m(\theta, \varphi)) - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n b_{n,m} i^n \zeta_0 \vec{\Phi}_n^m(\theta, \varphi), \quad (19)$$

$$\vec{F}^H(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{n,m} i^n \frac{1}{\zeta_0} \vec{\Phi}_n^m(\theta, \varphi) - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n b_{n,m} i^n (\vec{i}_r \times \vec{\Phi}_n^m(\theta, \varphi)), \quad (20)$$

где

$$\vec{\Phi}_n^m(\theta, \varphi) = \vec{r} \times \nabla P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi). \quad (21)$$

Согласно МДУ [16, 17], коэффициенты a_{nm} и b_{nm} при решении задачи дифракции на идеально проводящем теле удовлетворяют следующей системе линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} a_{n,m} = a_{n,m}^{(0)} + \sum_{q=|m|}^{\infty} (G_{n,m;q,m}^{(1,1)} a_{q,m} + G_{n,m;q,m}^{(1,2)} b_{q,m}), \\ b_{n,m} = b_{n,m}^{(0)} + \sum_{q=1}^{\infty} (G_{n,m;q,m}^{(2,1)} a_{q,m} + G_{n,m;q,m}^{(2,2)} b_{q,m}). \end{cases} \quad n=1,2,\dots, \quad |m| \leq n. \quad (22)$$

Выражения для $G_{n,m;q,p}^{(i,j)}$ приведены в [16, 17].

В данной работе рассмотрен случай, когда падающее поле является плоской волной. При этом

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(1)} &= \vec{g} \exp(-ik\vec{r}) \\ \vec{H}^{(1)} &= \frac{\vec{k} \times \vec{g}}{k\zeta} \exp(-ik\vec{r}) = \frac{\vec{g}_1}{\zeta} \exp(-ik\vec{r}), \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$k\vec{r} = kr[\sin \theta \sin \theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0) + \cos \theta \cos \theta_0]. \quad (24)$$

В (23) поляризация падающей волны определяется векторами $\vec{g}$ и $\vec{g}_1$:

$$\begin{aligned} \vec{g} &= -\vec{i}_z \sin \theta_0 + \vec{i}_x \cos \varphi_0 \cos \theta_0 + \vec{i}_y \sin \varphi_0 \cos \theta_0, \\ \vec{g}_1 &= -\vec{i}_x \sin \varphi_0 + \vec{i}_y \cos \varphi_0. \end{aligned} \quad (25)$$

Рассматривали два случая. В первом случае $\theta_0 = \varphi_0 = 0$ и, следовательно, вектор электрического поля перпендикулярен оси z :

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(1)} &= \vec{i}_x \exp(-ikr \cos \theta), \\ \vec{H}^{(1)} &= \frac{1}{\zeta} \vec{i}_y \exp(-ikr \cos \theta). \end{aligned} \quad (26)$$

Во втором случае $\theta_0 = \pi/2$, $\varphi_0 = 0$ – вектор электрического поля параллелен оси z :

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(1)} &= -\vec{i}_z \exp(-ikr \sin \theta \cos \varphi) \\ \vec{H}^{(1)} &= \frac{1}{\zeta} \vec{i}_y \exp(-ikr \sin \theta \cos \varphi). \end{aligned} \quad (27)$$

В качестве критерия достоверности результатов расчетов проверяли точность выполнения оптической теоремы [1]. Как известно, для непоглощающего рассеивателя, в том случае, когда падающее поле является плоской волной, оптическая теорема может быть записана в виде [1, 16, 17]:

$$\sigma_s = -\frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} \left(\vec{F}^E \cdot \vec{g} \Big|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0} \right), \quad (28)$$

В качестве количественной меры выполнения оптической теоремы можно использовать нормированную величину $\Delta_{\text{опт}}$, определяемую соотношением:

$$\Delta_{\text{опт}} = \left| \sigma_s + \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} \left(\vec{F}^E \cdot \vec{g} \Big|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0} \right) \right| / \sigma_s. \quad (29)$$

Как показывает анализ системы уравнений (22), первые три слагаемых в разложениях диаграммы (19), (20) имеют одинаковый порядок малости по параметру ka . Поэтому для получения корректных результатов необходимо учитывать первые три слагаемых в разложениях (19), (20). Численные расчеты продемонстрировали справедливость данного положения. Выражения для коэффициентов разложения диаграммы в рассматриваемом приближении имеют вид

$$a_{1,0} = \frac{a_{1,0}^{(0)}(1 - G_{1,0;1,0}^{(2,2)}) + b_{1,0}^{(0)}G_{1,0;1,0}^{(1,2)}}{(1 - G_{1,0;1,0}^{(1,1)})(1 - G_{1,0;1,0}^{(2,2)}) - G_{1,0;1,0}^{(2,1)}G_{1,0;1,0}^{(1,2)}}, \quad (30)$$

$$b_{1,0} = \frac{a_{1,0}^{(0)}G_{1,0;1,0}^{(2,1)} + b_{1,0}^{(0)}(1 - G_{1,0;1,0}^{(1,1)})}{(1 - G_{1,0;1,0}^{(1,1)})(1 - G_{1,0;1,0}^{(2,2)}) - G_{1,0;1,0}^{(2,1)}G_{1,0;1,0}^{(1,2)}}, \quad (31)$$

$$a_{1,1} = \frac{a_{1,1}^{(0)}(1 - G_{1,1;1,1}^{(2,2)}) + b_{1,1}^{(0)}G_{1,1;1,1}^{(1,2)}}{(1 - G_{1,1;1,1}^{(1,1)})(1 - G_{1,1;1,1}^{(2,2)}) - G_{1,1;1,1}^{(2,1)}G_{1,1;1,1}^{(1,2)}}, \quad (32)$$

$$b_{1,1} = \frac{a_{1,1}^{(0)}G_{1,1;1,1}^{(2,1)} + b_{1,1}^{(0)}(1 - G_{1,1;1,1}^{(1,1)})}{(1 - G_{1,1;1,1}^{(1,1)})(1 - G_{1,1;1,1}^{(2,2)}) - G_{1,1;1,1}^{(2,1)}G_{1,1;1,1}^{(1,2)}}, \quad (33)$$

$$a_{1,-1} = \frac{a_{1,-1}^{(0)}(1 - G_{1,-1;1,-1}^{(2,2)}) + b_{1,-1}^{(0)}G_{1,-1;1,-1}^{(1,2)}}{(1 - G_{1,-1;1,-1}^{(1,1)})(1 - G_{1,-1;1,-1}^{(2,2)}) - G_{1,-1;1,-1}^{(2,1)}G_{1,-1;1,-1}^{(1,2)}}, \quad (34)$$

$$b_{1,-1} = \frac{a_{1,-1}^{(0)}G_{1,-1;1,-1}^{(2,1)} + b_{1,-1}^{(0)}(1 - G_{1,-1;1,-1}^{(1,1)})}{(1 - G_{1,-1;1,-1}^{(1,1)})(1 - G_{1,-1;1,-1}^{(2,2)}) - G_{1,-1;1,-1}^{(2,1)}G_{1,-1;1,-1}^{(1,2)}}. \quad (35)$$

Выражения (30) – (35) полностью определяют приближенное решение задачи и дают возможность вычислить все характеристики рассеяния. Подчеркнем, что полученные явные выражения для коэффициентов разложения диаграммы рассеяния применимы для тела вращения достаточно произвольной формы [16, 17].

Будем характеризовать точность расчета интегральных характеристик величиной $\Delta(k^2\sigma_s)$, вычисляемой по формуле

$$\Delta(k^2\sigma_s) = |k^2\tilde{\sigma}_s - k^2\sigma_s| / k^2\sigma_s, \quad (36)$$

где $k^2\tilde{\sigma}_s$ – приближенное значение нормированного сечения рассеяния, определяемое соотношениями (30) – (35), $k^2\sigma_s$ – точное значение, полученное с помощью МДУ. При расчете σ_s порядок системы (22) выбирали таким образом, чтобы нормированная погрешность выполнения оптической теоремы не превышала 10^{-3} .

На рисунке 5 представлены результаты расчета зависимости погрешности нормированного сечения рассеяния $\Delta(k^2\sigma_s)$ от нормированного волнового числа kc для идеально проводящего вытянутого суперэллипсоида при $\theta_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$. Поверхности суперэллипсоида определялись соотношением:

$$\left(\frac{x^2 + y^2}{a^2}\right)^q + \left|\frac{z}{c}\right|^{2q} = 1. \quad (37)$$

Кривые, помеченные звездочками – результаты, полученные с помощью «приближенного» МДУ, при $N=1$. Кривые 1 – 4 построены при $c/a = 2$, $q = 2, 4, 6$ и 8 соответственно.

На рисунке 6 представлены результаты расчета, демонстрирующие точность выполнения оптической теоремы для рассмотренных выше случаев. Представленные на данных рисунках результаты показывают, что в рассмотренных примерах относительная погрешность выполнения оптической теоремы близка к относительной погрешности расчета полного сечения рассеяния.

Рис. 5. Зависимость погрешности расчета $\Delta k^2\sigma_s$ нормированного сечения рассеяния от нормированного волнового числа kc для идеально проводящего суперэллипсоида при $\theta_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$. Кривые, помеченные звездочками – результаты, полученные с помощью «приближенного» МДУ, при $N=1$. Кривые 1 – 4 построены при $c/a = 2$, $q = 2, 4, 6$ и 8 соответственно

Рис. 6. Зависимость нормированной погрешности выполнения оптической теоремы $\Delta_{\text{опт}}$ от нормированного волнового числа kc для идеально проводящего суперэллипсоида вращения при $\theta_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$. Результаты получены с помощью «приближенного» МДУ, при $N=1$. Кривые 1 – 3 построены при $c/a = 2$, $q = 2, 4, 6$ и 8 соответственно

Заключение

В настоящей работе рассмотрены примеры использования приближенных соотношений для расчета интегральных характеристик рассеяния, полученных при помощи МДУ. Проанализирован широкий класс задач: рассеяние на идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах, рассеяние на идеально проводящих трехмерных частицах сложной формы. Исследована точность предложенных приближенных формул в зависимости от поляризации падающего излучения для частиц различной формы. Как показывают приведенные выше результаты, МДУ позволяет получить явные выражения для характеристик рассеянного поля, имеющие достаточную до практики точность вплоть до $a/\lambda \approx 0.3$ (a – характерный размер рассеивателя). Отметим, что к несомненным достоинствам следует отнести и то, что, в отличие от подхода, изложенного в [5, 18 – 20], применение МДУ не предполагает решения вспомогательных статических задач, в частности, не требуется вычисления тензора поляризуемости частицы.

Литература

1. Landau L.D. and Lifshitz E.M. Electrodynamics of Continuous Media. Pergamon, Oxford and New York, 1984. 460 p.
2. van de Hulst H.C. Light scattering by small particles. New York (John Wiley and Sons), London (Chapman and Hall), 1957. 470 p.
3. Bohren C.F., Huffman D.R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles. New York (John Wiley and Sons). 1998. 544 p.
4. Mishchenko M.I., Hovenier J.W., Travis L.D. Light Scattering by Nonspherical Particles. San Diego: Academic Press, 2000. 690 p.
5. Farafonov V.G., Ustimov V.I. Analysis of the extended boundary condition method: an electrostatic problem for Chebyshev particles // Optics and Spectroscopy. 2015. Vol. 118. No. 3. Pp. 445-459.
6. Кюркчан А.Г. Об одном новом интегральном уравнении в теории дифракции // Доклады Академии наук. 1992. Т. 325. № 2. С. 273-275.

7. Кюркчан А.Г. Об одном методе решения задач дифракции волн на рассеивателях конечных размеров // Доклады Академии наук. 1994. Т. 337. № 6. С. 728-731.

8. Кюркчан А.Г., Клеев А.И. Решение задач дифракции волн на рассеивателях конечных размеров методом диаграммных уравнений // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. № 6. С. 897-905.

9. Kyurkchan A.G., Smirnova N.I. Mathematical Modeling in Diffraction Theory Based on A Priori Information on the Analytic Properties of the Solution. Amsterdam: Elsevier, 2016. 280 p.

10. Клеев А.И., Маненков А.Б. Метод адаптивной коллокации в двумерных задачах дифракции // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 5. С. 557-565.

11. Kleev A.I., Manenkov A.B. The Convergence of Point-Matching Techniques // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1989. V. AP-37. No 1. P. 50-54.

12. Демин Д.Б., Клеев А.И., Кюркчан А.Г. Использование метода диаграммных уравнений для анализа рассеяния на малых частицах сложной формы // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт, 2016, том 10, № 10. С. 38-42.

13. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchan A.G. Modeling of electromagnetic scattering by thin cylinders using Pattern Equation Method // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2017. Vol. 187, No. 1, Pp. 287-292.

14. Демин Д.Б., Клеев А.И., Кюркчан А.Г. Использование метода диаграммных уравнений для анализа рассеяния электромагнитных

волн на тонком цилиндре произвольного поперечного сечения. // Радиотехника и электроника, 2018, том 63, № 6. С. 507-514.

15. Демин Д.Б., Клеев А.И., Кюркчан А.Г. Анализ рассеяния на тонком диэлектрическом цилиндре при помощи метода диаграммных уравнений // Оптика и спектроскопия, 2020, том 128, № 5. С. 631-637.

16. Демин Д.Б., Клеев А.И., Кюркчан А.Г. Решение электромагнитных задач дифракции на малых частицах сложной формы методом диаграммных уравнений. // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт, 2017. Т. 11, № 5. С. 26-32.

17. Демин Д.Б., Клеев А.И., Кюркчан А.Г. Построение приближенного решения задач дифракции электромагнитных волн на малых частицах сложной формы при помощи метода диаграммных уравнений // Радиотехника и электроника, 2019. Т. 64. № 1. С. 15-21.

18. Farafonov V.G. Light scattering by multilayer ellipsoid in the Rayleigh approximation // Optics and Spectroscopy. 2000. Vol. 88. No. 3. Pp. 441-443.

19. Фарафонов В.Г. Новое рекурсивное решение задачи рассеяния электромагнитного излучения многослойными сферическими частицами // Опт. и спектр. 2001. Т. 90. № 5. С. 826-835.

20. Posselt B., Farafonov V.G., Il'in V.B., Prokopjeva M.S. Light scattering by multi-layered ellipsoidal particles in the quasistatic approximation // Measurem. Sci. Technol. 2002. V. 13. P. 256-262.

USING THE PATTERN EQUATIONS METHOD FOR ANALYSIS THE DIFFRACTION BY SMALL OBJECTS

Dmitry B. Demin, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, dbdemin@gmail.com

Andrey I. Kleev, P.L. Kapitza Institute for Physical Problems, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia, kleev@kapitza.ras.ru

Alexander G. Kyurkchyan, Moscow Technical University of Communications and Informatics;

Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Fryazino Branch; Central Research Institute of Communication FSUE, Moscow, Russia, agkmtuci@yandex.ru

Abstract

Scattering of electromagnetic waves by small particles is an important key task of diffraction theory. This is due to a wide range of practical applications of the effects associated with the scattering of electromagnetic waves by particles, small in comparison with the wavelength. From the moment of the appearance of the first papers devoted to this subject and up to the present, the most used mathematical model used in solving the problem of scattering by small bodies is the dipole approximation (Rayleigh approximation). This approach is described in sufficient detail for particular cases of scattering by balls and ellipsoids, when the solution of the auxiliary electrostatic problem can be obtained in explicit form. Note that the solution of the problem in the electrostatic approximation in the general case, in itself, is quite complicated and time-consuming compared with the solution of the original wave problem. Existing methods for solving it have a number of fundamental limitations. In this paper, we developed a technique based on the use of the method of Pattern Equations Method (PEM), first proposed in 1992. In a significant number of publications, it has been clearly demonstrated that PEM have important advantages over many alternative methods and are very effective in solving a wide class of problems. In constructing a new approach to the analysis of scattering by small bodies, we used the high convergence rate of the PEM established in our previous papers. Indeed, as shown in previous works of the authors of this article, to solve the problem of scattering by impedance bodies, whose characteristic size is comparable with the wavelength of the incident field, it suffices to take into account, depending on the polarization of the incident field, one to three terms in the Fourier decomposition of the scattering pattern. This circumstance made it possible to obtain explicit formulas for the integral scattering characteristics applicable to complex-shaped impedance scatterers. In this work, explicit formulas are obtained for the integrated scattering characteristics that are applicable to small, compared with the incident radiation wavelength, scatterers. A review is given of the application of an approximate methodology for calculating the integral scattering characteristics of small diffusers of arbitrary shape, in particular, thin dielectric cylinders, based on the use of PEM. As the above results show, the approximate relations obtained have sufficient accuracy in a wide range of problem parameters.

Keywords: Light scattering by small particles, Rayleigh approximation, Pattern Equation Method, electromagnetic scattering, numerical methods in diffraction theory.

References

1. Landau L.D. and Lifshitz E.M. (1984). *Electrodynamics of Continuous Media*. Pergamon, Oxford and New York. 460 p.
2. van de Hulst H.C. (1957). *Light scattering by small particles*. New York (John Wiley and Sons), London (Chapman and Hall). 470 p.
3. Bohren C.F., Huffman D.R. (1998). *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. New York (John Wiley and Sons). 544 p.
4. Mishchenko M.I., Hovenier J.W., Travis L.D. (2000). *Light Scattering by Nonspherical Particles*. San Diego: Academic Press. 690 p.
5. Farafonov V.G., Ustimov V.I. (2015). Analysis of the extended boundary condition method: an electrostatic problem for Chebyshev particles. *Optics and Spectroscopy*. Vol. 118. No. 3. P. 445-459.
6. Kyurkchan A.G. (1992). A new integral equation in the diffraction theory. *Soviet Physics-Doklady*. Vol. 37, no 7. P. 338-340
7. Kyurkchan A.G. (1994). On a method of solution to the problem of wave diffraction by finite-size scatterers. *Physics-Doklady*. Vol. 39, no 8. P. 546-549.
8. Kyurkchan A.G., Kleev A.I. (1995). Solution of the Problems of Wave Diffraction on Finite Scatterers with the Method of Diagram Equations. *Radiotekhnika i elektronika*. Vol. 40. No. 6. P. 897-905.
9. Kyurkchan A.G., Smirnova N.I. (2016). *Mathematical Modeling in Diffraction Theory Based on A Priori Information on the Analytic Properties of the Solution*. Amsterdam: Elsevier. 280 p.
10. Kleev A.I., A.B. Manenkov A.B. (1986). Adaptive Collocation Method in 2D Diffraction Problems. *Radiophysics and Quantum. Electronics*. Vol. 29. No. 5. P. 557-565.
11. Kleev A.I., Manenkov A.B. (1989). The Convergence of Point-Matching Techniques. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. Vol. AP-37. No. 1. P. 50-54.
12. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchan A.G. (2016). Use of Pattern Equation Method for Analysis of Scattering on Small Particles of a Complex Shape. *T-Comm*. Vol. 10. No. 10. P. 38-42.
13. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchan A.G., (2017). Modeling of electromagnetic scattering by thin cylinders using Pattern Equation Method. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. Vol. 187, No. 1. P. 287-292.
14. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchan A.G. (2018). Application of the Pattern Equation Method to the Analysis of Electromagnetic Wave Scattering by a Thin Cylinder of an Arbitrary Cross Section. *Journal of Communication Technology and Electronics*. Vol. 63.No. 6. P. 505-512.
15. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchan A.G. (2020). Analysis of Scattering by a Thin Dielectric Cylinder Using the Pattern Equation Method. *Optics and Spectroscopy*. Vol. 128. No. 5. P. 624-629.
16. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchan A.G. (2017). Solution of Electromagnetic Problems of Diffraction on Small Particles of a Complex Shape Using Pattern Equation Method. *T-Comm*. Vol. 11. No. 5. P. 26-32.
17. Demin D.B., Kleev A.I., Kyurkchan A.G. (2019). Construction of the Approximate Solution to the Problems of Diffraction of Electromagnetic Waves by Small Particles with the Use of the Pattern Equation Method. *Journal of Communication Technology and Electronics*. Vol. 64. No. 1. P. 13-19.
18. Farafonov V.G. (2000). Light scattering by multilayer ellipsoid in the Rayleigh approximation. *Optics and Spectroscopy*. Vol. 88. No. 3. P. 441-443.
19. Farafonov V.G. (2001). New recursive solution of the problem of scattering of electromagnetic radiation by multilayer spheroidal particles. *Optics and Spectroscopy*. Vol. 90. No. 5. P. 743-752.
20. Posselt B., Farafonov V.G., Il'in V.B., Prokopjeva M.S. (2002). Light scattering by multi-layered ellipsoidal particles in the quasistatic approximation. *Measur. Sci. Technol.* Vol. 13. P. 256-262.

Information about authors:

Dmitry B. Demin, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Associate Professor, Cand. Sc., Moscow, Russia

Andrey I. Kleev, P.L. Kapitza Institute for Physical Problems, Russian Academy of Sciences, Deputy Director, Doctor of Science, Moscow, Russia

Alexander G. Kyurkchyan, Moscow Technical University of Communications and Informatics; Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Fryazino Branch; Central Research Institute of Communication FSUE, Head of Chair, Doctor of Science, Moscow, Russia