Bombas funcionando como turbinas: uma alternativa para o controle de pressão em sistemas de distribuição de água

Pumps as turbines: an alternative for pressure control in water distribution systems

• **Data de entrada:**
18/01/2020

• **Data de aprovação:**
27/07/2020

Sabrina da Silva Corrêa¹ | Saulo de Tarso Marques Bezerra^{1*} |
Andreia Azevedo Abrantes de Oliveira¹ | Júlia Daniele Silva de Souza¹

DOI: <https://doi.org/10.36659/dae.2021.084>

ORCID ID

Corrêa SS <https://orcid.org/0000-0001-8213-3293>
Bezerra STM <https://orcid.org/0000-0002-5815-5908>

Oliveira AAA <https://orcid.org/0000-0002-2002-3766>
Souza JDS <https://orcid.org/0000-0002-6061-2119>

Resumo

O uso de bombas funcionando como turbinas (BFT) em substituição às válvulas redutoras de pressão nos sistemas de distribuição de água vem se revelando uma alternativa viável, uma vez que concilia o controle de pressão com a geração de energia elétrica. Dessa forma, o estudo teve por objetivo o desenvolvimento de um modelo de dimensionamento de BFT para atuar em redes de distribuição de água, visando à minimização do volume de água perdido em vazamentos e à maximização da eficiência energética, simultaneamente. A metodologia proposta define, por meio do método de Viana, a bomba a ser utilizada como BFT e, por meio de um processo de otimização, o diâmetro do rotor da bomba centrífuga. Os resultados obtidos revelam que a instalação da BFT possibilita uma alternativa de geração de energia elétrica e a redução das perdas de água, indicando-se como uma opção real, plausível e atrativa em função do seu baixo custo, quando comparada com as turbinas.

Palavras-chave: Abastecimento de água. Perdas de água. Microgeração de energia hidráulica. Otimização.

Abstract

The use of pumps as turbines (PAT) as a replacement for pressure reducing valves in water distribution systems is proving to be a feasible alternative as it combines pressure control with power generation. Thus, this study aimed to develop a model to design PAT to perform in water supply networks, aiming at minimizing leaks and maximizing energy efficiency simultaneously. The proposed methodology defines which pump is to be used as PAT through the Viana method and the pump rotor diameter is defined through optimization processes. The results show that the installation of PAT enables an alternative power generation and the reduction of water losses, indicating a real, plausible and attractive option due to its low cost, when compared to turbines.

Keywords: Water supply. Water losses. Micro-hydropower. Optimization.

¹ Campus do Agreste - Universidade Federal de Pernambuco - Caruaru - Pernambuco - Brasil.

* **Autor correspondente:** s.bezerra@yahoo.com.br.

1 INTRODUÇÃO

No setor de saneamento, os altos índices de perdas de água causados principalmente por vazamentos no processo de distribuição da água têm sido uma das principais preocupações no gerenciamento de sistemas de abastecimento de água. Como reflexo direto dessas perdas, tem-se o desperdício de água e energia elétrica (CAMBOIM, SILVA & GOMES, 2014; CARRAVETTA et al., 2012). O setor de saneamento é responsável por aproximadamente 3% da energia elétrica consumida no mundo, o que equivale, no Brasil, a mais de 13 bilhões de kWh/ano, dos quais cerca de 90% são destinados aos conjuntos motor-bomba (BEZERRA et al., 2015).

A relação pressão-vazamento tem sido amplamente estudada pela comunidade técnico-científica (por exemplo, NICOLINI, GIACOMELLO & DEB, 2011; CAMPISANO, MODICA & VETRANO, 2012; SIVAKUMAR & PRASAD, 2015; DE PAOLA, GIUGNI & PORTOLANO, 2017), sendo essa apontada frequentemente como um dos fatores mais significativos para o controle de perdas de água. A implantação de válvulas redutoras de pressão (VRP) é tradicionalmente a solução mais adotada frente ao problema, atuando por meio da dissipação de energia ao adicionarem no sistema uma perda de carga localizada (LIMA, 2017). No entanto, a energia dissipada pelas VRP pode ser aproveitada para geração de energia elétrica, reduzindo, por exemplo, custos de bombeamento. Uma forma de aproveitamento dessa energia, já testada em alguns países, como os Estados Unidos, é o uso de turbinas e bombas funcionando como turbinas (BFT) em substituição às VRP em pontos específicos das redes de distribuição de água (PAFFRATH, 2020).

Dessa forma, nos últimos anos, visando ao aumento da sustentabilidade dos sistemas de distribuição de água e à integração da economia de água com a produção de energia, pesquisadores estão desenvolvendo metodologias para o con-

trole de pressão em redes hidráulicas que adotem BFT em substituição às VRP (CARRAVETTA et al., 2012; FONTANA, GIUGNI & PORTOLANO, 2012; LIMA, LUVIZOTTO & BRENTAN, 2017; ALBERIZZI et al., 2018). Essa alternativa concilia o controle de pressão, que aumenta a eficiência hidráulica do sistema, com a geração de energia elétrica.

De fato, as bombas podem ser usadas no modo turbina, invertendo o sentido do fluxo do fluido (CHAPALLAZ, EICHENBERGER & FISCHER, 1992), convertendo a energia que antes era dissipada nas VRP em energia elétrica. Bombas se destacam por serem máquinas simples de baixo custo, facilidade e rapidez de aquisição (produção em grande escala na indústria). Além disso, possuem fácil manutenção e obtenção simplificada de peças para reposição.

Diversos estudos atestaram a viabilidade técnica e econômica do uso de BFT (por exemplo, CARRAVETTA et al., 2012; JAFARI, KHANJANI & ESMAEILIAN, 2015; ALBERIZZI et al., 2018; MORABITO & HENDRICK, 2019). Entretanto, a escolha da localização ideal para instalação das BFT (FECAROTTA & MCNABOLA, 2017 e LIMA, LUVIZOTTO & BRENTAN, 2017), a influência das variações diárias e sazonais da demanda de água (FONTANA, GIUGNI & PORTOLANO, 2012; LIMA et al., 2018) e as diferentes condições de vazão e pressão nas quais as BFT devem operar ainda são problemáticas que estão sendo avaliadas pelos pesquisadores. Essas questões estão relacionadas à eficiência da BFT e à perda de carga inserida, dificultando assim a utilização de metodologias convencionais para a seleção das máquinas (LIMA, LUVIZOTTO & BRENTAN, 2017).

2 OBJETIVO GERAL

Este estudo propõe um método para seleção de bombas funcionando como turbinas (BFT) para o controle de pressão em sistemas de distribuição

de água, em substituição às válvulas redutoras de pressão (VRP). O método proposto busca a maximização da geração de energia elétrica e a redução de perdas de água provocadas por vazamentos.

3 BOMBAS FUNCIONANDO COMO TURBINAS

As bombas centrífugas são fisicamente e hidraulicamente semelhantes às turbinas; no entanto, operam processos opostos. Para que uma bomba centrífuga opere como uma BFT, é necessário que haja a inversão do sentido do fluxo do fluido, ocorrendo, portanto, a inversão da rotação do rotor. A Fig. 1 ilustra uma bomba centrífuga que está operando como bomba, cujo líquido entra na sucção em baixa pressão e o rotor transforma energia cinética em alta pressão, enquanto a Fig. 2 mostra uma bomba operando como turbina; nesse caso, o líquido entra com pressão alta pela descarga, aciona o rotor e sai com baixa pressão.

Figura 1 - Bomba funcionando como bomba.
Fonte: autores.

Figura 2 - Bomba funcionando como turbina.
Fonte: autores.

O desempenho da bomba é diferente quando ela opera como turbina. Isso se deve às perdas de energia no processo, ocasionadas principal-

mente pelos ângulos construtivos das suas pás, que foram projetadas para maximizar o rendimento do bombeamento. Porém, quando ocorre a inversão, os ângulos construtivos não estarão adequados.

4 MATERIAL E MÉTODOS

Com vista à obtenção da solução para o problema proposto, utilização BFT para o controle de pressão e geração de energia, a metodologia foi constituída fundamentalmente por: (1) cálculo das variáveis hidráulicas por meio do software EPANET 2.00.12, (2) definição da bomba pelo método de Viana (VIANA & NOGUEIRA, 1990) e (3) seleção do diâmetro do rotor da BFT, considerando a minimização do excesso de pressão e a maximização da geração de energia.

O sistema de distribuição de água foi simulado no software EPANET 2.0, calculando, desse modo, os valores de pressões e de vazões para cada opção avaliada, que variaram em cada intervalo de tempo. A inserção de dados de entrada da rede de distribuição foi necessária, tais como, diâmetro, comprimento, rugosidade das tubulações, demanda, cota topográfica dos nós e nível do reservatório.

4.1 Método de Viana

A seleção da BFT foi realizada por meio do Método de Viana (VIANA & NOGUEIRA, 1990), que determinou a vazão e a altura manométrica da BFT por meio das Eq. 1 e 2, respectivamente. Os autores, baseados em resultados experimentais obtidos em duas bombas de fabricação nacional e retirados dos trabalhos de Kittredge (1961) e Buse (1981), determinaram os coeficientes de vazão (C_q) e da altura manométrica (Ch) em função da rotação específica da BFT (n_q) na faixa de 40 a 200 rps.

$$Q_b = C_q \times Q_t \quad (1)$$

$$H_b = C_h \times H_t \quad (2)$$

Onde: Q_b é a vazão da bomba utilizada como turbina [m^3/s]; C_q é o coeficiente de vazão; Q_t é a vazão disponível no aproveitamento energético (BFT) [m^3/s]; H_b é a altura manométrica da bomba que será utilizada como turbina [m]; C_h é o coeficiente de altura manométrica; e H_t é a altura manométrica disponível no aproveitamento energético (BFT) [m]. Os coeficientes C_q e C_h são calculados pelas Eq. 3 e 4, respectivamente. A rotação específica da BFT é definida pela Eq. 5.

$$C_q = 0,00002 \cdot n_q^2 + 0,0025 \cdot n_q + 0,7448 \quad (3)$$

$$C_h = 0,00005 \cdot n_q^2 - 0,0121 \cdot n_q + 1,2698 \quad (4)$$

$$n_q = \frac{nt \cdot \sqrt{Q_t}}{3} \cdot 10^3 \quad (5)$$

$$(g \cdot H_t)^4$$

É importante salientar que os catálogos dos fabricantes não consideram rotações de 1800 e 3600 rpm (velocidades síncronas dos motores de indução), pois as bombas centrífugas operam com motores assíncronos. Portanto foi necessário fazer um ajuste na altura e na vazão da bomba, a fim de considerar a rotação encontrada nos catálogos dos fabricantes. A aproximação dessas curvas foi realizada por meio das Leis de Semelhança (Eq. 6 e 7).

$$H_{ob} = \left(\frac{n_{ob}}{n_b} \right)^2 \cdot H_b \quad (6)$$

$$Q_{ob} = \frac{n_{ob}}{n_b} \cdot Q_b \quad (7)$$

Onde: H_{ob} é a altura manométrica referente à velocidade nominal da bomba (catálogo do fa-

bricante) [m]; n_{ob} é a velocidade de rotação nominal da bomba [rpm]; n_b é a velocidade de rotação da bomba [1800 rpm ou 3600 rpm]; H_b é a altura manométrica referente às velocidades de 1800 rpm ou 3600 rpm [m]; Q_{ob} é a vazão referente à velocidade nominal da bomba [m^3/s]; Q_b é a vazão referente às velocidades de 1800 ou 3600 rpm [m^3/s].

Realizados esses procedimentos, selecionou-se a bomba por meio do catálogo do fabricante. As curvas características dos conjuntos motobomba KSB, modelo Meganorm (KSB, 2019), foram utilizadas para a aplicação da metodologia proposta. Em seguida, utilizou-se o procedimento de seleção do rotor da bomba, visto que o método de Viana não abrange a variação de demanda comum a todos os sistemas de distribuição de água.

4.2 Seleção do rotor da BFT

O diâmetro do rotor da máquina foi definido a partir da função objetivo e de suas restrições, utilizando o método Gradiente Reduzido Generalizado - GRG2 (LASDON et al., 1978), que está disponível no Solver do *software* Excel®. O GRG foi apresentado inicialmente por Abadie & Carpentier (1969) para solucionar problemas de programação matemática com uma função objetivo não linear e restrições lineares. A seleção do rotor da BFT foi baseada na maximização da energia produzida. Assim, a função objetivo é descrita pela Eq. 8.

$$FO = \sum_{i=1}^{24} \left(\frac{\gamma \cdot Q_b \cdot H_b \cdot \eta}{1000} \right) \quad (8)$$

Onde: FO é a função objetivo a ser maximizada [kWh]; γ é o peso específico da água [$N.m^3$]; Q_b é a vazão que passa pela BFT no instante i [m^3/s]; H_b é a variação de carga inserida pela BFT no instante i [m]; η_i é o rendimento da BFT no instante i [adimensional].

A função objetivo correspondeu à energia gerada com a introdução da BFT no sistema, que é diretamente proporcional à perda de carga inserida pela máquina. Quanto maior a perda de carga, maior será a geração de energia e a queda de pressão no sistema, diminuindo consequentemente o volume de perdas de água.

O diâmetro do rotor ϕ_d foi a variável de decisão do problema; dessa forma, a seleção da curva característica da bomba se deu por meio da Eq. 9, conhecendo o valor da perda de carga inserida pela máquina.

$$H_{md} = \left(\frac{\phi_d}{\phi_a} \right)^2 H_{ma} \quad (9)$$

Onde: H_{md} é a altura manométrica da bomba de diâmetro superior [m]; H_{ma} é a altura manométrica da bomba de diâmetro inferior [m]; ϕ_d é o diâmetro superior do rotor da bomba; e ϕ_a é o diâmetro inferior do rotor da bomba.

A curva característica da bomba foi selecionada introduzindo uma perda de carga para cada intervalo de tempo. Foi necessário conhecer a equação da curva característica da bomba de menor diâmetro encontrado no catálogo do fabricante, sendo a variável H_{ma} conhecida, como também a variável ϕ_a . Por fim, calcularam-se novamente os valores de Q_b e H_b para cada intervalo de tempo, com base na curva característica selecionada.

Uma vez que a redução da pressão está diretamente relacionada com a redução das perdas de água, foi possível estimar a nova vazão de vazamentos por meio da Eq. 10, que foi apresentada por May (1994) na teoria *Fixed and Variable Area Discharge paths*.

$$\frac{Q_{v1}}{Q_{v2}} \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{N1} \quad (10)$$

Onde: Q_v é a vazão do vazamento [m^3/s]; P é a pressão no sistema [m]; e $N1$ é o expoente que depende do tipo de material. Bezerra & Cheung (2013) recomendaram os seguintes valores para o expoente $N1$:

- 0,5 para tubos que não se deformam facilmente (tubos de materiais metálicos).
- 1,0 para casos de desconhecimento do sistema.
- 1,5 para orifícios com perdas de águas indetectáveis e que são sensíveis à variação de pressão, independentemente do material dos tubos.
- Entre 1,5 e 2,5 para orifícios com grandes perdas de água e em tubulações plásticas (PVC, PEAD).

O modelo proposto foi sujeito a três restrições. A primeira estabeleceu que a pressão em cada um dos nós do sistema fosse igual ou maior que 10 mca. A segunda restrição referiu-se à rotação específica da máquina, restringindo-se ao intervalo entre 40 e 200 rps, garantindo dessa forma o método de Viana. A seguir, calcularam-se os coeficientes C_q e C_h por meio das Eq. 3 e 4, encontrando o valor de H_b . A última restrição impôs valores máximos e mínimos do diâmetro do rotor da bomba, que foi selecionada anteriormente pelo método de Viana.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para avaliar o método proposto, utilizou-se a rede fictícia proposta por Gomes (2011) (Fig. 3). As tubulações possuem 0,01 mm de rugosidade (PVC) e cota topográfica dos nós igual a zero. Essa rede foi sujeita à variação da demanda de água apresentada pela Fig. 4. Adicionalmente, considerou-se que todos os trechos possuem parcela de vazamento com índice de 30% de perdas reais de água. O trecho da rede escolhido para alocação da BFT foi o mesmo escolhido por Gomes (2011) para a localização da VRP, trecho 2.

Figura 3 - Esquema da rede de distribuição de água.

Fonte: adaptado de Gomes (2011).

Figura 4 - Coeficiente de demanda de água dos nós da rede exemplo.

Fonte: autores.

Na Fig. 5 têm-se as pressões resultantes da simulação da rede de distribuição de água, sem nenhum dispositivo de controle de pressão, durante o intervalo de 24 horas. Arbitrando que em

todos os trechos há uma parcela de vazamento com índice de perdas de água de 30%, o volume de água perdida durante a distribuição foi de 611,84 m³/dia.

Figura 5 - Pressões da rede de distribuição de água sem dispositivo de controle de pressão.

Fonte: autores.

Para a seleção da BFT, primeiramente, determinou-se a rotação específica da máquina, a partir da Eq. 5 ($n_q = 66,04$ rps), para a vazão máxima do sistema ($Q_m = 33,28$ L/s), visto que a vazão média do sistema não é representativa devido à grande oscilação da demanda no sistema, e para a altura manométrica máxima (29,29 m). Com isso, a partir das Eq. 3 e 4 foram obtidos os valores dos coeficientes de vazão ($C_q = 0,82$) e de altura manométrica ($Ch = 0,63$), e desse modo determinou-se o ponto de operação da bomba por meio das Eq. 1 e 2 ($Q = 97,99$ m³/h, $H = 18,41$ m).

Em seguida, corrigiu-se o ponto de operação da bomba por meio das Eq. 6 e 7 ($Q = 95,26$ m³/h, $H = 17,40$ m).

Definido o modelo da bomba, selecionou-se o diâmetro do rotor ótimo igual a 219 mm por meio da aplicação do modelo de otimização apresentado na metodologia. A Fig. 6 mostra as pressões da simulação da rede de distribuição de água resultantes da inserção otimizada da BFT no sistema, ao longo de 24 horas.

Figura 6 - Pressões da rede de distribuição de água com a atuação da BFT.
Fonte: autores.

O uso da BFT na rede exemplo possibilitaria a redução do índice de perdas para 14,17% (redução em 52,78%), ou seja, houve economia de 320 m³ de água por dia, valor superior ao encontrado por Lima (2017), e geração de 51,59 kWh/dia. A Tabela 1 apresenta a geração de energia para cada intervalo de tempo.

A Fig. 7 ilustra a variação da pressão média da rede em função do tempo. Essa variação ocorre devido à variação da demanda no decorrer do tempo. Os resultados demonstram que a utilização da BFT, selecionada pelo método de Viana e otimizada por meio da seleção do diâ-

metro do rotor, permitiu a redução da pressão média da rede.

Tabela 1 - Geração de energia elétrica da BFT na rede exemplo.

Intervalo (h)	Energia (kWh)
0 - 3	2,74
3 - 6	7,56
6 - 9	8,17
9 - 12	7,97
12 - 15	7,34
15 - 18	8,11
18 - 21	6,65
21 - 24	13,15

Fonte: autores.

Figura 7 - Comparativo das pressões médias ao longo do dia na rede exemplo com e sem a utilização da BFT.

Fonte: autores.

6 CONCLUSÃO

A gestão de pressão é um dos métodos mais eficazes para a redução de perdas e do consumo de água em sistemas de abastecimento de água. A pesquisa demonstrou que o excesso de pressão nesses sistemas pode ser utilizado para a geração não convencional de energia por meio de bombas funcionando como turbinas (BFT) que, além de fazer o aproveitamento energético, contribuem para a redução de perdas em sistemas de abastecimento de água.

O trabalho apresenta um modelo para otimização de redes de distribuição de água que utiliza os softwares Excel e EPANET 2.0 para a seleção ótima da BFT. O modelo desenvolvido possibilitou o controle satisfatório da pressão no sistema avaliado e maximizou a geração de energia elétrica da BFT, simultaneamente.

A atuação da BFT no estudo de caso, apesar de ser semelhante às VRP, não assegurou uma pressão de saída constante, fazendo com que nos períodos de baixo consumo a pressão da rede permanecesse alta.

7 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Ciência e Tec-

nologia do Estado de Pernambuco (FACEPE) pela concessão de bolsas de mestrado.

8 CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

Todos os autores contribuíram de forma igualitária.

9 REFERÊNCIAS

- ABADIE, J.; CARPENTIER, J. **Generalized reduced gradient method to the case of nonlinear constraints**. London: Academic Press Inc, 1969.
- ALBERIZZI, J. C.; RENZI, M.; NIGRO, A.; ROSSI, M. Study of a pump-as-turbine (PaT) speed control for a water distribution network (WDN) in South-Tyrol subjected to high variable water flow rates. **Energy Procedia**, v. 148, p. 226-233, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2018.08.072>
- BEZERRA, S. T. M.; SILVA, S. A.; GOMES, H. P.; SALVINO, M. M. Energy savings in pumping systems: Application of a Fuzzy System. **Ciência & Engenharia**, v. 24, p. 71-78, 2015.
- BUSE, F. Using centrifugal pumps hydraulic turbines. **Chemical Engineering**, p. 113-117, 1981.
- CAMBOIM, W. L. L.; SILVA, S. A.; GOMES, H. P. Aplicação de técnicas Fuzzy no controle de pressão em sistemas de abastecimento de água. **Engenharia Sanitária e Ambiental**, v. 19, n. 1, p. 67-77, 2014. <https://doi.org/10.1590/s1413-41522014000100008>
- CAMPISANO, A.; MODICA, C.; VETRANO, L. Calibration of proportional controllers for the RTC of pressures to reduce leakage in water distribution networks. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 138, n. 4, p. 377-384, 2012. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)wr.1943-5452.0000197](https://doi.org/10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000197)

- CARRAVETTA, A.; DEL GIUDICE, G.; FECAROTTA, O.; RAMOS, H. M. Energy production in water distribution networks: A PAT design strategy. **Water Resources Management**, v. 26, n. 13, p. 3947-3959, 2012. <https://doi.org/10.1007/s11269-012-0114-1>
- CHAPALLAZ, J.; EICHENBERGER, P.; FISCHER, G. **Manual on pumps used as turbines**. Braunschweig, Germany: Vieweg. 1992.
- DE PAOLA, F.; GIUGNI, M.; PORTOLANO, D. Pressure management through optimal location and setting of valves in water distribution networks using a music-inspired approach. **Water Resource Management**, v. 31, p. 1517-1533, 2017. <https://doi.org/10.1007/s11269-017-1592-y>
- FECAROTTA, O.; MCNABOLA, A. Optimal location of pump as turbines (PaTs) in water distribution networks to recover energy and reduce leakage. **Water Resources Management**, v. 31, n. 15, p. 5043-5059, 2017. <https://doi.org/10.1007/s11269-017-1795-2>
- FONTANA, N.; GIUGNI, M.; PORTOLANO, D. Losses reduction and energy production in water-distribution networks. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 138, n. 3, p. 237-244, 2012. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)wr.1943-5452.0000179](https://doi.org/10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000179)
- GOMES, R. J. **Modelação matemática como ferramenta de gestão e exploração de sistemas de distribuição de água**. Tese (Doutorado), Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal, 236p. 2011.
- JAFARI, R.; KHANJANI, M.; ESMAEILIAN, H. R. Pressure management and electric power production using pumps as turbines. **Journal American Water Works Association**, v. 107, n. 7, p. E351-E363, 2015. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)wr.1943-5452.0000179](https://doi.org/10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000179)
- KITTREDGE, C. P. Centrifugal pumps used a hydraulic turbine. **Journal of Engineering for Power**, v. 83, n. 1, p. 74-78, 1961. <https://doi.org/10.1115/1.3673146>
- KSB BOMBAS HIDRÁULICAS. **Manual Técnico N° A2742.0P/5. 2019**. Disponível em: http://www.ksb.com.br/php/produtos/download.php?arquivo=mt_meganorm_a2742_0p_5.pdf&tipo=-tecnicos. Acesso em: 22 ago. 2019.
- LASDON, L. S.; WAREN, A. D.; JAIN, A.; RATNER, M. Design and testing of a generalized reduced gradient code for nonlinear programming. **ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)**, v. 4, n. 1, p. 34-50, 1978. <https://doi.org/10.1145/355769.355773>
- LIMA, G. M. **Geração de energia e controle de pressão em redes de abastecimento de água utilizando bombas funcionando como turbina**. Tese (Doutorado), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 138p. 2017.
- LIMA, G. M.; LUVIZOTTO, E.; BRENTAN, B. M. Selection and location of pumps as turbines substituting pressure reducing valves. **Renewable Energy**, v. 109, p. 392-405, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.03.056>
- LIMA, G. M.; LUVIZOTTO, E.; BRENTAN, B. M.; RAMOS, H. M. Leakage control and energy recovery using variable speed pumps as turbines. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 144, n. 1, 2018. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)wr.1943-5452.0000852](https://doi.org/10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000852)
- MAY, J. Pressure dependent leakage. **World water and environmental engineering**, v. 17, n. 8, p. 10, 1994.
- MORABITO, A.; HENDRICK, P. Pump as turbine applied to micro energy storage and smart water grids: A case study. **Applied Energy**, v. 241, p. 567-579, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.03.01>
- NICOLINI, M.; GIACOMELLO, C.; DEB, K. Calibration and optimal leakage management for a real water distribution network. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 137, n. 1, p. 134-142, 2011. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)wr.1943-5452.0000087](https://doi.org/10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000087)
- PAFFRATH, S. F. Microgeração de energia com uso de bomba funcionando como turbina (BFT) em sistemas de abastecimento de água (SAA). **Revista DAE**, v. 68, n. 221, p. 53-59, 2020. <https://doi.org/10.36659/dae.2020.005>
- SIVAKUMAR, P.; PRASAD, R. K. Extended period simulation of pressure-deficient networks using pressure reducing valves. **Water Resource Management**, v. 29, p. 1713-1730, 2015. <https://doi.org/10.1007/s11269-014-0907-5>
- VIANA, A. N. C.; NOGUEIRA, F. J. H. 1990. Bombas centrífugas funcionando como turbinas. Itajubá: **UNIFEI**. 1990.