FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA XIX.

Kolozsvár, 2014. március 20–21.

HENGERES FOGASKEREKEK TEHERBÍRÁSÁNAK NÖVELÉSÉT ÉS HORDKÉPLOKALIZÁCIÓJÁT MEG- VALÓSÍTÓ ALTERNATÍV LEFEJTÉSI MÓDSZEREK ELEMZÉSE

INVESTIGATION OF ALTERNATIVE CYLINDRICAL GEAR CUTTING PROCEDURES FOCUSING ON CONTACT PATCH LOCALIZATION AND ON INCREASING OF THE LOAD CAPACITY

MÁTÉ Márton

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Műszaki és Humán Tudományok Kar, Gépészmérnöki Tanszék. 540485, Románia, Marosvásárhely, Segesvári út 1C. Telefon / Fax: +40 265 206 210 / +40 265 206 211, Postacím: 540485 Tîrgu-Mureş, O.p. 9, C.p. 4, E-mail: mmate@ms.sapientia.ro

Abstract

The technology of cylindrical gear cutting is considered nowadays a collection of classical procedures. The problems regarding the surface meshing, the contact of toothflanks, the contact patch area and location are considered as be solved. This last problem is solved using different grinding or shaving technologies. The increasing of the load capacity was achieved through the development of the Wildhaber-Novikov gear pair, where a concave and a convex tooth surface contacts. The present paper describes alternative meshing procedures where the resulted gears are contacting through surfaces with opposite sign of the curvature. The advantages of the proposed procedures are consisting in the simplicity of the gear cutting technology, the robust cutting head, the extended contact patch localization possibilities and the presumptive low production costs. This last advantage is given by the fact that only one type of cutting head is necessary. The paper presents also the geometrical model of the proposed meshing procedures.

Keywords: contact patch, cylindrical gear, meshing, model.

Összefoglalás

A hengeres fogaskerekek fogazási technológiája mára már klasszikus, bevált eljárások gyűjteményeként értelmezhető. A felületburkolás, a fogfelületek érintkezése, a hordkép alakja, terjedelme és helyzete mára már megoldottak. Hengeres fogaskerekek esetében a hordképet köszörülő vagy számvezérelt hántoló eljárással lokalizálják. Jelentős teherbírás-növekedést hengeres fogaskerekek esetében a Wildhaber-Novikov fogazás alkalmazásával értek el, mivel az érintkezés egy homorú és egy domború fogfelület között valósul meg. Jelen dolgozat olyan alternatív lefejtési módszereket ír le, amelyek szintén ellentétesgörbületű fogfelületeken érintkező hengeres külső fogaskerék-hajtásokat generálnak. A javasolt lefejtési módszerek előnye a fogazási eljárás egyszerűségében, a robusztus marófejben, a hordképlokalizálás lehetőségeinek kiterjesztésében és a vélhetően alacsony gyártási költségben nyilvánul meg. Ez utóbbi előny abból származik, hogy a hajtópár egyetlen szerszám segítségével lefejthető. A dolgozat a javasolt lefejtési eljárások geometriai modelljét is ismerteti.

Kulcsszavak: hordkép, hengeres fogaskerék, burkolás, modell.

1. Hengeres fogaskerek hordképlokalizációs megoldásai

A hengeres fogaskerek gyártástechnológiája és a gyártás kapcsán felmerülő problémakör mára már alaposan ismert, jól bevált és hatékonyan alkalmazható műszaki ismeretek tárházát jelenti. Ez főleg arra vonatkozik, hogy a klasszikus – egyenes- illetve dőlt fogazatú – hengeres hajtások adott méret melletti teherbírásának felső határait, a kapcsolódás minőségének legmagasabb mutatóit, valamint a gyártási pontosság adott költség melletti optimális értékeit elérték. A hajtástechnikában a leggyakrabban hengeres evolvens hajtópárokat használnak. Kivételt jelentenek a speciális geometriát és áttételeket igénylő konstrukciók.

A külső kapcsolódású hengeres fogaskerek teherbírását számos foggeometriai tényező, valamint az alkalmazott gyártástechnológia határozza meg. A nyomó teherbírást korlátozza az a tény, hogy konvex fogfelületek érintkeznek. Számos elméleti kutatás igazolta, a Hertz-féle feszültségképlet különböző alkalmazásaival, hogy a teherbírás jelentősen növekszik, ha konvex-konkáv felületek kapcsolódnak. Ez a jelenség az ívelt fogú kúpos- és hipoid hajtópároktól ismert.

Egyik legjelentősebb, a múlt század '60-as éveiben igen intenzív kutatásnak alávetett hengeres fogaskerékhajtás, mellyel sikerült konvex-konkáv felületpárosítással kapcsolódást létrehozni, a Novikov-Wildhaber-féle fogazás (1. ábra). A baloldali képen a hajtás modelljét vizsgálva észrevehető, hogy a kapcsolódás konkáv-konvex fogfelületek párosításával valósul meg, amelyek lefejtése a jobboldalon látható, görbe fogú generáló lécszerszámmal történik. Bár a hajtást számos változatban létrehozták, és jelentős kutatási munkát fejtettek ki a hajtás vizsgálata céljából, [1,2] olyan, számítógépes modellezéssel igazolt vélemények is léteznek, miszerint a nyomóteherbírás-növekedés nem az elvárt mértékben valósul meg [3]. Ennek fő okát abban látják, hogy a Novikov-féle hajtás fogfelületeinek kapcsolófoltja és ennek fogoldali helyzete igen érzékenyen alakul a tengelytáv-változásra. A Novikov-Wildhaber-féle fogazat, lévén hogy lefejtéséhez két, eltérő élgörbületű lefejtőszerszám szükséges, nem tudta kiváltani a hagyományos evolvens fogazást, amely a lefejtőléc egyszerűségéből és egységességéből adódóan mindmáig verhetetlen. E tényállás alapján levonható az a következtetés, hogy a konvex-konkáv fogfelület-párosítású hengeres hajtópár szintézise továbbra is nyitott kérdés marad.

A hordkép lokalizációja, mint ismert, a nagyteljesítményű hajtópárok esetében elengedhetetlen követelmény. Megvalósítása hántolással vagy köszörüléssel történik. A számvezérlésű szerszámgépek elterjedésével a hordkép alakjának és helyzetének beállítása gyártási rutinfeladatnak számít – a szerszámgyártó cégek kész programokat ajánlanak, amelyek segítségével a kívánt hordkép megvalósítható [4]. A felvázolt helyzet alapján megfogalmazódott kutatási terv magja a hengeres kerek alternatív lefejtési eljárásainak megtalálására és összehasonlító elemzésére irányul.

A cél olyan hajtópár-generálási módszer kialakítása, amely egyetlen szerszámmal, vagy az alapszerszámból élhelyzet-módosítással előállítható szerszámpárral megoldható, a hordkép lokalizálható – mindemellett a fogak érintkezése konvex-konkáv fogfelületeken történjen.

1. ábra. A Novikov-Wildhaber fogazás modellje és lefejtő profiljai [2; 3]

2. Arkhimédész-féle spirális vezérgörbájű hengeres fogazat.

Az Arkhimédész-féle spirális geometriai tulajdonságainak kinematikai alkalmazása lehetővé teszi egy konvex-konkáv fogoldal-érintkezésű hengeres hajtópár szintézisét. A lefejtés elve a 2. ábrán látható [5]. A marófejet úgy képezzük ki, hogy adott Arkhimédész-féle spirálisra illesztünk alakos késfejeket. A fogak profilja a szabványos lefejtő fogasléc fogával egybeesik, a profilok tartósíkjá pedig a marófej tengelysíkjaiba illeszkedik. A szerszám saját tengelye körüli, ω_H állandó szögsebességgel történő forgatása eredményeképpen bármelyik tengelysíkban egy p_{sp} ω_H sebességgel mozgó fogasléc-profil jelenik meg, ahol p_{sp} a spirális paramétere. Ezzel egyidejűleg úgy kapcsol a két lefejtendő fogaskerék, hogy osztóköreik az egymásba illesztett szembenálló lécpprofilok osztóvonalain gördülnek csúszásmentesen. Olivier első fogazási módszerének megfelelően [6], a hajtópár elemei is helyesen fognak kapcsolódni. A módszernek előnye a generáló szerszám egyenes vonalú profiljában, a szerszám egységében valamint a lefejtés kinematikájának egyszerűségében rejlik. Észre kell venni, hogy a hagyományos, késkihúzással elért profileltolás mellett a vezérgörbékét úgy lehet alakítani, hogy a kapcsolódó kerek tengelytáv-vonalát a marófej tengelyéhez közelebb vagy távolabb toljuk. Ezáltal valósul meg a q mértékű fajlagos *tangenciális profileltolás*, aminek segítségével az érintkezés pontszerűvé tehető [7]. A számítógépes vizsgálatok az érintkező felület közepén helyezkedő, kedvező eloszlású hordképet igazoltak. Az eljárásnak az a hátránya, hogy a tangenciális eltolás tartománya igen kicsi, gyakorlatilag a foghézag-értékkel egyenlő. A névleges fogmagasság elérése, a hajtás paramétereinek betartása mellett, kizárólag sugárirányú előtolással lehetséges.

A fentebb leírt hajtópár szintézis lefejtést olyan fogasléc valósítja meg, amelyiknek származtató felülete a lécs haladása közben a görbületét változtatja [8]. A módszer tökéletesítése azáltal válik lehetségessé, hogy a radiális előtolást tangenciális előtolásra váltjuk fel. Ez az eljárás a szerszám-fogaskerék kölcsönös lehetséges helyzeteinek számát lényegesen bővíti, ami újabb kutatási területeket ér fel.

2. ábra. Az Arkhimédész-féle spirális fogirány-görbájű hajtás lefejtési elve.

3. Tangenciális előtolással lefejtett Arkhimédész-féle spirális fogirányvonalú hengeres hajtás szintézise

3.1. A lefejtő hajtás elve

A tangenciális előtolás kinematikája hasonló az ívelt fogú kúpkerék lefejtésénél alkalmazott mozgásrendszerrel, azzal a különbséggel, hogy a bölcső síkkerék-központú forgó mozgását itt egy haladó mozgás váltja fel.

A szerszám ebben az esetben egy z_0 számú késcsoportból álló marófej, ahol mindegyik csoport z_s késből áll. A kések profilja a lefejtő fogasléc fogprofiljával megegyező. Mindegyik késcsoporthoz hozzá van rendelve egy-egy Arkhimédész-féle spirális, amelyre a késcsoporthoz tartozó profilok referencia-pontjai illeszkednek (3. ábra). Az egyenlő központi szögosztással beállított spirálisok emelkedése z_0 - szor nagyobb, mint a fogasléc osztása. Ebben az esetben a szerszám egyetlen fordulatára a lefejtő fogasléc z_0 fogosztásnyit halad, vagyis a vele összegördülő, megmunkált fogaskerék z_0 szögosztásnyit fordul el. Ez a tény az előző pontban bemutatott, radiális behatolású lefejtés termelékenységénél elméletileg z_0 -szor nagyobb termelékenységet jósol.

3. ábra. A lefejtőszerszám geometriai szerkezete

A kapcsolódó fogfelületek generálása a kétparaméteres burkolás elvén valósul meg [6]. A csigamarós fogaskerék-lefejtéssel ellentétben, itt az összetevő mozgások a fogasléc eltérő jelentőségű részmozgásait biztosítják. A forgácsoló főmozgás során a csigamaró forgása által létrejön az egyenletes sebességgel elmozduló lécpofil, amit majd a tengelyirányú, vagy diagonális előtolás alakít át fogasléc-testté, azaz virtuális gépelemmé, amely ennek folyamatos mozgása közben teljeseedik ki. Ettől a kinematikától jelentősen különbözik a jelen munkában javasolt tangenciális előtolású gyártóhajtás kinematikája. A marófej fő forgácsoló mozgása a saját tengelye körüli forgás. Adott késcsoport éleire illesztjük az Arkhimédész-féle spirális vonalú származtató szerszámfelületet, amelyik a mozgás során a szerszám tengelyének síkjában található, sugárirányban kifelé haladó fogaslécet hoz létre, miközben a származtató fogfelület önmaga spirálvonalában elcsúszik. Mivel a késcsoport kiterjedése

véges, messzemenően kisebb, minthogy a fogasléc teljes kapcsolóhosszát lefedje ([5] –ben fellelhető modell), a generált léc nem halad, hanem adott pont környezetében pulzáló mozgást végez. Ahhoz, hogy a fogaskerék fogát teljes magasságában lefejtse, szükséges a tangenciális előtolást is a mozgáshoz hozzáadni. A csigamarós fogaskerék-lefejtéshez képest a különbség lényege abban áll, hogy a marófej már a főmozgása során létrehozza a lefejtendő fogaskerékkel kapcsolódó származtatóléc testét, míg a tangenciális előtolásnak az a szerepe, hogy a származtató lécet a kapcsolódás pólusához közelítse.

3.2. A származtató felületek

A származtató felületek parametrikus egyenleteit a 4. ábra alapján írjuk fel. A szerszám koordináta-rendszerében akkor keletkezik felület, hogyha feltételezzük, hogy a csoportban levő kések száma végtelen. Az ábrán látható jelöléseket felhasználva, és a ν szögparaméterrel tájolt profil koordináta-rendszerének helyzete alapján felírható, hogy

$$\begin{pmatrix} x_s(u, \nu) \\ y_s(u, \nu) \\ z_s(u, \nu) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \nu & -\sin \nu & 0 & (R_s + p_{sp}\nu)\cos \nu \\ \sin \nu & \cos \nu & 0 & (R_s + p_{sp}\nu)\sin \nu \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E(u) \\ 0 \\ u \\ 1 \end{pmatrix} \quad (I)$$

ahol $E(u) = (-1)^k m\pi/4 + u \operatorname{tg} \alpha_0$, $u \in [-1,25m, 1,25m]$, $k=1$ a konvex (belső), $k=2$ a konkáv (külső) származtató felületre.

4. ábra. A származtató felületek generálása

3.3. A kapcsolódási egyenletek

A kétparaméteres burkolás kapcsolódási egyenleteit az 5. ábra alapján vezetjük le. A lefejtés kinematikáját a rögzített $S_0(x_0, y_0, z_0)$, a szerszámhoz csatolt $S_s(x_s, y_s, z_s)$ valamint a lefejtendő kerékhez csatolt $S_1(x_1, y_1, z_1)$ koordináta-rendszerek relatív helyzete határozza meg. Az S_0 rendszer alaphelyzetét a kapcsolódás pólusától számított, a szerszám referencia-sugarára

5.ábra. A kétparaméteres burkolás sebességviszonyai

és a tangenciális eltolás értékére alapozott $B = R_s + mq$ távolság határozza meg. A lefejtés első kinematikai paramétere a φ_s szögelfordulás, a második, ettől függetlennek tekintett s tangenciális előtolás. A lécszótóvonalán a csúszásmentes gördülés akkor valósul meg, ha a kerék osztóköri legördülési íve az Arkhimédész-féle spirális radiális növekedésének és az előtolás mértékének összege:

$$\varphi_1 = \varphi_s \frac{z_0}{z_1} + \frac{s}{R_d} = i_{01} \varphi_s + \frac{s}{R_d} \quad (2)$$

Az első kapcsolódási egyenletet $s = \text{állandó} \Rightarrow \dot{s} = 0$ esetre írjuk fel. A relatív sebességet a

$$\mathbf{v}_s^{(s,1;\varphi_s)} = \mathbf{v}_s^{(s;\varphi_s)} - \mathbf{v}_s^{(1;\varphi_s)} = (\boldsymbol{\omega}_{O_s}^{(s)} - \boldsymbol{\omega}_{O_s}^{(1)}) \times \mathbf{r}_s - \mathbf{A}_w \times \boldsymbol{\omega}_{O_s}^{(1)} \quad (3)$$

kifejezéssel számítjuk. Az ω_s értékét 1 s^{-1} -nyire vesszük, majd a (2) képletet idő szerint deriválva kapjuk az ω_1 értékét. A (3) képletben szereplő $\mathbf{A}_w$ vektort az 5. ábra alapján fejezzük ki. A számítások elvégzése után kapjuk, hogy

$$\mathbf{v}_s^{(s,1;\varphi_s)} = \begin{pmatrix} y_s - i_{01}(z_s + A) \cos \varphi_s \\ -x_s - i_{01}(z_s + A) \sin \varphi_s \\ i_{01}(x_s \cos \varphi_s + y_s \sin \varphi_s - B - S + s) \end{pmatrix} \quad (4)$$

A második kapcsolódási egyenletet a $\varphi_s = \text{állandó} \Rightarrow \omega_s = 0$ feltételre írjuk fel; ebben az esetben a relatív sebességvektor:

$$\mathbf{v}_s^{(s,1;ds/dt)} = \dot{\mathbf{s}} - \boldsymbol{\omega}_{O_s}^{(1;ds/dt)} \times \mathbf{r}_s - \mathbf{A}_w \times \boldsymbol{\omega}_{O_s}^{(1;ds/dt)} \quad (5)$$

A $ds/dt = R_d$ sajátosítással az (5) képlet a következőképpen alakul:

$$\mathbf{v}_s^{(s,1;ds/dt)} = \begin{pmatrix} -(z_s + A - R_d) \cos \varphi_s \\ -(z_s + A - R_d) \sin \varphi_s \\ x_s \cos \varphi_s + y_s \sin \varphi_s - B - S + s \end{pmatrix} \quad (6)$$

A normálvektorok az (1) képlettel megadott felületi koordináta-függvények alapján azonnal számíthatók. A következőkben a konkáv származtató felületre vonatkozunk. Erre, a (4) és (6) képletek felhasználásával, a kapcsolódási egyenletek a következők lesznek:

$$\begin{cases} i_{01}(u+A)p_{sp} \sin(\varphi_s - \nu) - i_{01}E(u, \nu)((u+A) + E(u, \nu) \operatorname{tg} \alpha_0) \cos(\varphi_s - \nu) = \\ \quad = -i_{01}E(u, \nu)(B+S-s) \operatorname{tg} \alpha_0 - p_{sp}E(u, \nu) \\ (u+A-R_d)p_{sp} \sin(\varphi_s - \nu) - E(u, \nu)(u+A-R_d + E(u, \nu) \operatorname{tg} \alpha_0) \cos(\varphi_s - \nu) = \\ \quad = E(u, \nu)(B+S-s) \operatorname{tg} \alpha_0 \end{cases} \quad (7)$$

$$E(u, \nu) = R_s - (0.25m + u \operatorname{tg} \alpha_0) + p_{sp} \nu$$

4. A burkoló felület egyenletei

A (7) kapcsolódási egyenletrendszer $\sin(\varphi_s - \nu)$, $\cos(\varphi_s - \nu)$ ismeretlenekben lineáris egyenletrendszernek tekintjük, melynek megoldása

$$\begin{cases} \sin(\varphi_s - \nu) = \frac{S_1 \operatorname{tg} \alpha_0 - (q_1 - E(u, \nu) \operatorname{tg} \alpha_0)}{p_{sp} \operatorname{tg} \alpha_0} \\ \cos(\varphi_s - \nu) = \frac{S_1 \operatorname{tg} \alpha_0 - q_1}{E(u, \nu) \operatorname{tg} \alpha_0} \end{cases}, \quad \begin{matrix} S_1 = B + S - s \\ q_1 = u + A - R_d \end{matrix} \quad (8)$$

A trigonometria alapegyenletének alkalmazásával a (8) megoldásokból másodfokú egyenletet nyerünk S_1 -ben, melynek két megoldása adja a $S_1 = f(u, \nu)$ típusú összefüggéseket:

$$\begin{cases} S_1 = q_1 \operatorname{ctg} \alpha_0 + E(u, \nu) \\ S_2 = q_1 \operatorname{ctg} \alpha_0 + E(u, \nu) \frac{E^2(u, \nu) - p_{sp}^2}{E^2(u, \nu) + p_{sp}^2} \end{cases} \quad (9)$$

Ezeket visszahelyettesítve a (8) egyenletrendszer első egyenletébe, kapjuk a $\varphi_1 = g(u, \nu)$ típusú összefüggéseket:

$$\begin{aligned} \sin(\varphi_s - \nu)|_I &= k\pi, k \in \mathbf{Z} \\ \sin(\varphi_s - \nu)|_II &= \pm 2 \frac{p_{sp} E(u, \nu)}{p_{sp}^2 + E^2(u, \nu)} \end{aligned} \quad (10)$$

A megtalált parametrikus összefüggéseket az 5. ábra alapján felírható mátrix-transzformációval számított koordinátákba helyettesítjük és megkapjuk a burkolófelületet, valamint az összes szinguláris pontot [6]:

$$\mathbf{r}_1(u, v, \varphi_s(u, v), S_1(u, v)) = \mathbf{M}_{10}(\varphi_s(u, v))\mathbf{M}_{0s}(\varphi_s(u, v), S_1(u, v))\mathbf{r}_s(u, v) \quad (11)$$

5. Következtetések

A (10) és (11) kifejezések világossá teszik, hogy a burkoló felület hasznos részének lehatárolása numerikus szimulációt igényel. Figyelembe véve a késcsoportokra illesztett származtatófelületek a csigamaróval szembeni igen kis felületét, feltevődik a két független paraméteres burkolási modell megfeleltetésének kérdése.

Köszönetnyilvánítás

A kutatás a TÁMOP-4.2.4.A/2-11/1-2012-0001 azonosító számú Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program című kiemelt projekt keretében zajlott. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

This research was supported by the European Union and the State of Hungary, co-financed by the European Social Fund in the framework of TÁMOP-4.2.4.A/2-11/1-2012-0001 ‘National Excellence Program’.

Irodalom

- [1] Litvin, F. L., Chung-Biau Tsay: *Helical Gears With Circular Arc Teeth: Simulation of Conditions of Meshing and Bearing Contact*. Gear Technology magazine, July/August 1987, pp.22-36.
- [2] Nacy, S.M., Mohammad, Q.A., Mohammed, N.M. *Generation of Crowned Parabolic Novikov gears*. Engineering Letters, 15:1, EL_15_1_4,
- [3] <http://www.zakgear.com/WN.html>
- [4] <http://www.sicmat.com>
- [5] Máté, M. *Spirálfogazatú hengeres kerekek geometriája és gyártástechnológiája*. Magyar Tudományos Akadémia, Domus Hungarica egyéni kutatási ösztöndíj, B2011061 sz. pályázat, pályamunka.
- [6] Litvin, F.L. *A fogaskerékkapcsolás elmélete*. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1974.
- [7] Máté, M., Hollanda, D., Tolvaly-Rosca, F., Popa-Müller, I. *Az Archimédesz-féle spirális vezérgörbájű fogazat hordképének lokalizációja a tangenciális eltolás megfelelő beállításával*. XXI-ik Nemzetközi Gépész Találkozó, Arad, 2013 ápr. 25-28, Konferenciakiadvány, ISSN 2068-1267, pp.265-268.
- [8] Máté, M., Hollanda, D. *The Cutting of Cylindrical Gears Having Archimedean Spiral Shaped Tooth Line*. 13th International Conference on Tools, 27-28 March 2012, Miskolc, ISBN 978-963-9988-35-4, pp. 357-362.