FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA XVIII.

Kolozsvár, 2013. március 21–22.

ELOSZLÁSI FÜGGVÉNYEK NÉHÁNY ALKALMAZÁSA AZ ÉPÍTÉSZETBEN

KISFALUDI-BAK Zsombor, TAKÁCS Petra-Renáta

Abstract

In this paper we deal with the normal and other types of distributions and with their applications. During the investigation of the functions of these distributions, we have observed that the functions could be used in the optimization of some processes in which, if we would use mathematical graphics for the modelling, we would find some extreme, non-equal variations. We found some of these variations in the domain of the constructions, mostly in the area of hydrotechnical engineering. We designed a new structure based on this observation.

Key words:

normal distribution, functions of distribution, hydrotechnical and architectural application

Összefoglalás

Ebben a cikkben a normális és más eloszlásokkal, illetve ezek alkalmazásaival foglalkozunk. A különböző eloszlási függvények tulajdonságainak tanulmányozása során rájöttünk, hogy a függvények felhasználhatóak olyan folyamatok optimalizálására, amelyekben ha matematikai grafikonokat használunk a modellezésnél, egyenetlen, szélsőséges változásokat találunk. Ilyen szélsőséges változásokat találtunk az építészeti tervezésben, ezen belül pedig a hidrotechnikai építészetben. Ezek megoldása érdekében egy új struktúrákat terveztünk.

Kulcsszavak:

normális eloszlás, eloszlási függvények, hidrotechnikai felhasználás, műépítészeti alkalmazás

1. Bevezetés

A normális eloszlás az orvos-, a természettudományok és a műszaki tudományok területén is alkalmazást nyert. Ezt az eloszlást Karl Friedrich Gauss matematikus-csillagászról nevezték el, aki ezt elsőként alkalmazta az égitestek mozgására. A továbbiakban a Gauss-függvényelmélet és más eloszlási függvények általunk kitalált új felhasználási pontjait fogjuk ismertetni. Ezeknél az alkalmazásoknál az eloszlási függvények "optimalizálási tulajdonságait" használtuk fel elsősorban.

Emellett szándékunkban állt kimutatni a Gauss-eloszlás megfigyelhetőségét, így a Bostoni Tudományos Múzeumban (Museum of Science, Boston) és a New Yorki Tudományos Múzeumban (Hall of Science, New York) szemlélték alapján terveztünk és megépítettünk egy saját kísérleti szerkezetet, amely tükrözi a normális eloszlás jelenségét.

1. ábra. A Gauss görbe szemléltetése kísérleti eszközzel

2. A használt eloszlási függvények

Az első eloszlási függvény amivel foglalkoztunk a normális eloszlás sűrűségfüggvénye. Egy X valószínűségi változó $\mu \in \mathbb{R}$ és $\sigma > 0$ parameterű normális eloszlású valószínűségi változó, ha a sűrűségfüggvénye a következőképpen néz ki:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

ahol μ a várható érték és σ a szórás.

A normális eloszlás eloszlásfüggvénye:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt.$$

A sűrűségfüggvény tulajdonságai:

- 1.1. Tétel. Az f függvény grafikonja az ún. haranggörbe (Gauss-görbe).
- 1.2. Tétel. Az f függvény folytonos és μ -re vonatkozóan szimmetrikus.
- 1.3. Tétel. Minden x valós szám esetén $f(x) > 0$.
- 1.4. Tétel. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ és $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.
- 1.5. Tétel. Érvényes a következő egyenlőség: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$.
- 1.6. Tétel. Az f függvény szigorúan növekvő a $(-\infty, \mu]$ intervallumon és szigorúan csökkenő a $[\mu, \infty)$ intervallumon.
- 1.7. Tétel. Az f függvénynek $(\mu \pm \sigma)$ pontokban inflexió pontja van.
- 1.8. Tétel. Az f függvény maximuma $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$, melyet μ -ben (középérték) vesz fel.

A második eloszlási függvény amit tanulmányoztunk és alkalmaztunk a következőképpen néz ki:

$$f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -\frac{3(x-1)^2}{2+(x-1)^2} + 3.$$

3. Új mérnöki alkalmazások

3.1. Hidrotechnikai felhasználás

Olyan esetek után kutattunk, ahol ha matematikai grafikonokat használunk az ábrázoláshoz, szélsőséges változásokat figyelhetünk meg. Ezekben az esetekben a függvény megfelelő felhasználásával optimalizáló szerkezetet valósíthatunk meg. Ilyen esetre találtunk a hidrotechnika területén. Ha egy folyó keresztmetszetén ábrázoljuk a sebességvektorokat, egy Gauss-függvény által leírható görbét kapunk. Ennek oka a sávok közötti súrlódás és a sávok rugalmassági együtthatója. Azon vízszáv, amely egy talajsávval érintkezve halad, kisebb sebességgel fog rendelkezni, mint azok a vízszávok, amelyek más vízszávon haladnak. Tehát egy folyó keresztmetszetének leggyorsabb pontja a vízfszszlín közepső pontja, és minden irányba haladva csökken ez a sebesség a talajsáv közeledtével. Ezzel ellentétben a gyűjtőgátak alapi csapjai aránytalanul nyílnak. A mostani nyitási módszer alapján csak kevés számú csapot használnak általában a nyitásnál, az összes csapot csak történelmi maximális hozam esetén nyitják. Mivel kevés csapot nyitnak, azok közel teljesen ki kell nyílnanak. Így nem csak a használt csapok mögötti közvetlen terület károsodik, hanem lassítja a folyó normál sebességgörbéjébe való visszaállást és növeli a folyó szilárd anyaghozamát.

Ennek megoldására terveztünk egy programot ami arra alapszik, hogy az összes csap kinyílik bizonyos mértékben, és a csapok nyílásszögük alapján normál eloszlásúak. Így bizonyos hozam elérése érdekében a közepső csap nyitása lesz a legnagyobb szögű és a szélső csapok nyitása lesz a minimális. Az alapképlet, amiből kiindultunk: $Q = S \cdot V$, azaz a hozam egyenlő a keresztmetszet területe és a sebesség szorzatával. Ez alapján S lesz az az összterület, amelyet a csapok nyitásával el kell érünk. Minden csapnak megfeleltettünk egy állandót, amely az adott csap nyitási területének és a közepső

csap nyitási területének hányadosa: $k_i = \frac{y_i}{y_{\max}}$. Ezeket az állandókat összegezve kaptuk az

összállandót: $K = \sum_{i=1}^n k_i$. Ezek alapján a közepső csap nyitási területe: $S_{\max} = \frac{Q}{V \cdot K}$, valamint az

egyes csapok nyitása: $S_i = S_{\max} \cdot k_i$.

A csapok formája és nyitási módozata különböző, ezért kiszámoltuk a leggyakoribb esetekre a nyitási területeket: téglalap keresztmetszetű csap; kör keresztmetszetű, függőleges irányba nyíló csap; kör keresztmetszetű, középpontú szögnyitás; kör keresztmetszetű, perempont körüli nyitás esetén.

3.2. Műépítészeti alkalmazás

Az építészetben már használták a normális eloszlási függvény grafikus képének alakját, de csak az épületek külalakját tették jellegzetessé, így viszont csökkent a hasznos beltér. A mi építészeti

alkalmazásunkban az eloszlás görbéjének alakjával nem az épület formáját módosítjuk elsősorban, hanem a különböző eloszlási függvények alkalmazásával nyerjük a legkihasználhatóbb belterű formát. Felmérést végeztünk az egyének helyválasztásával kapcsolatosan egy színházi ülötéren. Két kérdésünk volt: 1. Egy színpad előtt található tíz egymás melletti székből álló széksorból hányadikon foglalna helyet? 2. Hányadik emeleten foglalna helyet egy 8 szintes színházban?

A feldolgozott eredmények alapján az első kérdés válaszai esetében érvényes a haranggörbe, vagyis legtöbben középen szeretnek ülni, míg csak páran foglalnának helyet a szélső üléseken. A második kérdés válaszainak eredménye leírható a másodikként tanulmányozott függvény grafikus képével.

E két felmérés alapján megterveztük az igényekhez mért Ideális Nézőterű Színházat, amely egy átlagos közönség igényeinek leginkább megfelelne. Ez természetesen csak egy ideális szélsőséges eset, gazdasági szempontból nem előnyös, mivel a színházak esetén a legfontosabb végérték az ülések (azaz az eladható jegyek) száma. Több férőhelyet pedig úgy érnek el, hogy a hátsó sorokba és a felső emeleteken is több széket helyeznek el. Ezekben az esetekben a különböző eloszlások a színház karbantartásában és tisztításában segít, például kimutatja az ülészutatók cserélésének szükségességi idejét a színház bármely pontjában.

2.ábra. Az igényekhez mért Ideális Nézőterű Színház

4. Következtetések

Különböző eloszlásokat használtunk fel a műépítészetben és a hidrotechnikában megjelenő bizonyos folyamatok optimalizálására, és egy új struktúrát terveztünk. Emellett egy saját kísérleti szerkezetet építettünk a normális eloszlás jelenségének tükrözése érdekében.

Köszönetnyilvánítás

Külön köszönet illeti a "Collegium Talentum" intézetet a kutatási munkához nyújtott támogatásért.

Irodalom

- [1] Bauer ,H.: *Probability Theory*. Walter de Gruyter, Berlin-New York, 1996.
- [2] Soós A.: *A valószínűségszámítás elemei*, Egyetemi Kiadó, Kolozsvár, 2001.

dr. Gobesz Zsongor, egyetemi docens, **dr. Kassay Gábor**, egyetemi tanár, **drd. Farkas Csaba**

Kisfaludi-Bak Zsombor, egyetemi hallgató Kolozsvári Műszaki Egyetem, Építőmérnöki Kar

Takács Petra-Renáta, egyetemi hallgató Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Matematika-Informatika Kar, Kolozsvár

E-mail: zsombi_kisfaludi@yahoo.com, t_petra92@yahoo.com