FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA XVII.

Kolozsvár, 2012. március 22–23.

IDŐKÉSÉSES DINAMIKAI RENDSZEREK qLPV MODELLEZÉSE

GALAMBOS Péter

Abstract

This paper introduces an extension of the Tensor Product (TP) model transformation to a set of control problems with time delay. The motivation behind this extension is to develop a compact, reliable and numerically appealing method to present delayed systems in qLPV model form - where the time delay is transformed to be a parameter only - in polytopic structure, where the modern multi-objective LMI-based control design theories can immediately be applied. This conceptually leads to the extension of the modern control theories developed for non-delayed systems represented in qLPV form to a set of control problems containing time-delay. The key point of this extension is the reidentification-based discretization to replace some of the key steps of the original TP model transformation. In this paper, the steps of the extended TP model transformation are introduced.

Key words:

systems- and control theory, delayed systems, modelling, dynamical systems

Összefoglalás

A cikk bemutatja, hogy hogyan terjeszthető ki a Tenzor Szorzat (TP) modell transzformáció alkalmazhatósága az időkéséses irányítási problémák egy halmazára. A továbbfejlesztést egy kompakt, megbízható és számítási szempontból kedvező módszer iránti igény motiválta, amely az időkéséses rendszert qLPV formában – amelyben az időkésés egy paraméterre alakul –, politóp szerkezetben reprezentálja, ahol a korszerű, többcélú, LMI alapú szabályozótervezési elméletek közvetlenül alkalmazhatóak. Ez koncepcióban kiterjeszti az időkésést nem tartalmazó, qLPV alakban reprezentált rendszerekhez kifejlesztett modern irányításelméleti módszereket, az időkésést is tartalmazó irányítási feladatok egy osztályára. A kiterjesztés kulcsa, a reidentifikáció alapú diszkrétizáció, amely helyettesíti az eredeti TP modell transzformáció egyes elemeit. A cikk ismerteti a kiterjesztett TP modell transzformáció lépéseit.

Kulcsszavak:

rendszer- és irányításelmélet, időkéséses rendszerek, modellezés, dinamikai rendszerek

1. Bevezetés

Ezen dolgozat célja egy új modellezési módszer bemutatása, amely a TP (tenzor szorzat) modell transzformáció [1],[2] kiterjesztése az időkéséses irányítási feladatok egy halmazára. A kiterjesztést egy olyan módszer iránti igény motiválta, amely kompakt, megbízható és numerikusan alkalmazható a visszacsatolási időkésést tartalmazó rendszerek qLPV alakban történő leírására, amelyben az időkésés egy modell-paraméterre változik. A politopikus leírással megadott qLPV modellen azonnal alkalmazhatóak a korszerű többcélú, lineáris mátrix egyenlőtlenségeken (LMI) alapuló irányítás-tervezési elméletek. Ez gyakorlatilag alkalmassá teszi a nem időkéséses rendszerekre kifejlesztett

módszertanok alkalmazását az időképes irányítási problémák egy osztályára. A kiterjesztés, az eredeti TP modell transzformáció első és harmadik lépésének módosításán alapul. A módosítás lényege, hogy az egyszerű mintavételes diszkretizációt egy újradefiniálás alapú diszkretizáció váltja fel a transzformáció első lépésében és ennek megfelelően bevezetjük a rendszer mátrix újradefiniálást a folytonos súlyfüggvények meghatározásánál, a transzformáció harmadik lépésénél. Az újradefiniálás alapú diszkretizáció azt jelenti, hogy az eredeti időképes rendszert – amelyben az időképes τ által adott - identifikáljuk, illetve approximáljuk egy időképes nem tartalmazó dinamikai rendszerrel, minden diszkretizációs rácpont felett τ dimenziója mentén. Bonyolultabb esetben, amikor a rendszer több paramétertől függ, a diszkretizációs pontot a τ -val kiegészített paramétervektor határozza meg. A diszkretizáció eredményeként paraméter független, időképes nem tartalmazó, lineáris időinvariáns (LTI) rendszereket kapunk minden diszkretizációs rácpontban. Következés képpen, ugyanolyan szerkezetet kapunk, mint az eredeti TP modell transzformáció esetében mintavételes diszkretizációval. Számos olyan rendszer-identifikációs elméletet találhatunk a szakirodalomban, amely alkalmas lehet az újradefiniálásra pl. ARMAX, OE, Box-Jenkins módszerek [3].

A cikk további fejezeti ismerteti a kiterjesztett tenzor szorzat modell transzformáció lépéseit.

2. A kiterjesztett TP modell transzformáció

Legyen adott az időképes rendszer modellje a következő késleltetett differenciál-algebrai egyenlettel [4]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(\mathbf{p})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1(\mathbf{p})\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_2(\mathbf{p})\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_1(\mathbf{p})\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{11}(\mathbf{p})\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}_{12}(\mathbf{p})\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{C}_2(\mathbf{p})\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{21}(\mathbf{p})\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}_{22}(\mathbf{p})\mathbf{w}(t),\end{aligned}\tag{1}$$

ahol

$$\mathbf{w}(t) = [z_1(t - \tau), \dots, z_N(t - \tau)]^T.\tag{2}$$

Az általánosság kedvéért a továbbiakban feltételezzük, hogy a fizikai tartalomtól függetlenül, a rendszermátrix minden eleme lehet paraméterfüggő. Az egyenlet átírható kompakt mátrix alakra:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \mathbf{S}(\mathbf{p}'(t)) \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix},\tag{3}$$

$$\mathbf{S}(\mathbf{p}'(t)) = \mathcal{S} \bigoplus_{n=1}^N \mathbf{w}(p'_n(t))\tag{4}$$

ahol

$$\mathbf{p}' = [\mathbf{p}, \tau]^T, \mathbf{p}' \in \mathbb{R}^N\tag{5}$$

és

Ebben az alakban (4), τ a késleltetés nélküli qLPV model paramétervektorának egy elemévé alakul.

1. LÉPÉS: Diszkretizáció újradefiniálással

Az első lépés célja, hogy az (1) és (2) egyenletekkel adott rendszert, az újradefiniált és diszkretizált $\mathcal{S}^{D(\Omega, M)}$ tenzor alakban állítsuk elő, amelyből már kinyerhető a TP szerkezet. Ω jelöli azt a teret,

amelyben elvárjuk a transzformáció érvényességét. Az első lényeges különbség az eredeti TP modell transzformációhoz képest, hogy Ω dimenziói $\mathbf{p}$ dimenzióinak felelnek meg, azaz a $\mathbf{p}$ paramétervektor dimenziói kiegészülnek τ dimenzióval. M egy hyper-téglatestet lefedő rácsháló az Ω által definiált térben értelmezve, amelynek pontjai $g_{m_1} \dots g_{m_N}$.

Legyen az $\mathcal{S}^{D(\Omega, M)}$ tenzor $\mathbf{H}_{m_1, m_2, m_3, \dots, m_N}$ eleme a kiindulási rendszer (1),(2) újradefiniált LTI modellje a rácsháló egy adott pontján.

$$\mathbf{H}_{m_1, m_2, m_3, \dots, m_N} = \text{redef} \left(\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = f(g_{m_1} \dots g_{m_N}, u(t)) \right), \quad (6)$$

ahol *redef* jelöli az identifikációt, amely újradefiniálja az eredeti időkéséses és paraméterfüggő rendszert és egy időkésés nélküli LTI állapotér modellel váltja fel.

2. LÉPÉS: A TP szerkezet kinyerése

Ebben a lépésben a cél, hogy az első lépés eredményéből feltárjuk az adott rendszer modell TP szerkezetét. Ehhez a magasabb rendű szinguláris értékekre bontást (HOSVD) [5] használjuk:

Az első lépés eredményeként rendelkezésünkre áll a diszkrétizált rendszer tenzor $\mathcal{S}^{D(\Omega, M)}$, amelynek első N dimenzióján végrehajtva a CHOSVD-t (az utolsó két dimenziót elhagyva) a következő eredményt kapjuk:

$$\mathcal{S}^{D(\Omega, M)} = \mathcal{D} \boxtimes_{n=1}^N \mathbf{U}_n = \mathcal{D} \boxtimes_{n=1}^N \mathbf{w}_n^{D(\Omega, M)}, \quad (7)$$

Ahol $\mathcal{D}$ mérete az első N dimenzióban $R_1 \times R_2 \times \dots \times R_N$, ahol $R_n = \text{rank}_n(\mathcal{S}^{D(\Omega, M)})$ és $R_n \leq M_n$ minden $n=1..N$ esetén. A $\mathcal{D}$ tenzor tartalmazza az ún. LTI csúcspont komponenseket. $\mathcal{D}$ mérete tovább csökkenthető, ha RHOSVD-t alkalmazva figyelmen kívül hagyunk nem nulla szinguláris értékeket, ezzel kiküszöbölve a legcsekélyebb hozzájárulással bíró LTI csúcspontokat. Tehát minden dimenzióban I_n ($n=1..N$) szinguláris értéket megtartva $\mathcal{D}$ mérete az első N dimenzióban $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N$ -re adódik, ahol $I_n \leq R_n$ minden $n=1..N$ esetén.

3. LÉPÉS: A súlyfüggvények meghatározása

A második lépés szolgáltatja a súlyfüggvények értékeit az M rácshálóval definiált pontokban Ω dimenziói mentén. $\mathbf{U}_n$ ($n=1..N$) mátrixok írják le a diszkrétizált súlyfüggvényeket.

$\mathbf{U}_n$ mátrix ($\mathbf{U}_n \in M_n \times I_n$) $\mathbf{u}_{n, i_n}$ oszlopvektora meghatározza $\mathbf{w}_n^D$ -t, amely nem más, mint az M rácsháló felett diszkrétizált $w_{n, i_n}(p'_n)$ ($n=1..N$). Így az $\mathbf{u}_{n, i_n}$ oszlopvektor u_{n, m_n, i_n} elemei definiálják a $w_{n, i_n}(p'_n)$ súlyfüggvényt a g_{n, m_n} rácspontokban:

$$w_{n, i_n}(g_{n, m_n}) = u_{n, m_n, i_n}, \quad (8)$$

mert

$$\mathbf{H}_{m_1, m_2, m_3, \dots, m_N} = \mathcal{S} \bigotimes_{n=1}^N \mathbf{w}_n^D(p'_n), \quad (9)$$

a rácsháló minden pontjára.

$$\mathbf{p}' = \mathbf{g} = \begin{pmatrix} g_{1, m_1} \\ \vdots \\ g_{N, m_N} \end{pmatrix} \quad (10)$$

Az eredeti TP modell transzformáció esetében, a $\mathbf{S}(\mathbf{p})$ ismeretében kiszámítható a súlyfüggvények értéke az $[a_n, b_n]$ intervallum tetszőleges pontján. Jelen kiterjesztésnél az első lépésben ismertett újradefiniálás újbóli alkalmazása szükséges a folytonos súlyfüggvények meghatározásához.

3. Összefoglaló

A cikk egy olyan numerikus módszert ismertet, amely a tenzor szorzat modell transzformáció [1] módosításával lehetővé teszi az időkésést is tartalmazó dinamikai rendszerek tenzor szorzat típusú, politopikus qLP formában történő leírását, ahol az időkésés a modell paraméterévé alakul. A korszer irányításelmélet időkésést nem tartalmazó rendszerekhez kifejlesztett, többcélú, LMI alap szabályozó tervezési elméletei közvetlenül alkalmazhatóak a cikkben leírt eljárással előállított politopikus modellekre, így ezen elméletek alkalmazhatósága kiterjeszthető az időkéséses irányítási feladatok egy részére. Tipikusan ilyen feladatok az Internet alap, zárt szabályozási kört alkotó elosztott rendszerek, mint pl. az erő-visszacsatolt mester-szolga rendszer teleoperátorok, ahol a változó hálózati időkésés destabilizáló hatással bír. Az itt ismertett eljárás alkalmazására mutat példát a [6].

Köszönetnyilvánítás

A kutatást a Nemzeti Fejlesztési Ügynökség támogatta az (ERC-HU-09-1-2009-0004 MTASZTAK) (OMFB-01677/2009) projekt keretében.

Irodalom

- [1] Baranyi P, Tikk D, Yam Y, and Patton R J, "From differential equations to PDC controller design via numerical transformation," *COMPUTERS IN INDUSTRY*, vol. 51, no. 3, pp. 281-297, 2003.
- [2] P Baranyi, "TP model transformation as a way to LMI based controller design," *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS*, vol. 51, no. 2, pp. 387-400, 2004.
- [3] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, 2nd ed. Prentice Hall, 1999.
- [4] L. F. Shampine and P. Gahinet, "Delay-differential-algebraic equations in control theory," *Applied Numerical Mathematics*, vol. 56, no. 3, pp. 574-588, 2006.
- [5] L. D. Lathauwer, B. D. Moor, and J. andewalle, "A multi linear singular value decomposition," *Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 21, no. 4, pp. 1253-1278, 2000.
- [6] P. Galambos, P. Baranyi, and P. Korondi, "Extended TP Model Transformation for Polytopic Representation of Impedance Model with Feedback Delay," *WSEAS Transactions on Systems and Control*, vol. 5, no. 9, pp. 701-710, 2010.

Galambos Péter, doktorandusz

MTA SZTAKI, Kognitív Informatika Csoport
1111, Magyarország, Budapest, Kende u. 13-17
Telefon / Fax: +36 1 279-6000 (72-13)
E-mail: galambos@sztaki.hu