XIV. FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2009. március 26-27.

SZERKEZETEK OPTIMÁLIS MÉRETEZÉSE

Orbán Ferenc

Abstract

Optimal design is an important tool of economic structural design. This article deals with optimization in general then give a simple example for optimization. In the beginning of the spread of optimum design the mass or volume, later the costs were minimized. It is important to have a reliable optimization technique to find the optimum. Finally the author gives several numerical examples and presents the results.

Key words:

structural optimization, mathematical methods, cost function

Összefoglalás

A gazdaságos szerkezettervezés egyik eszköze az optimális méretezés. A cikk először optimalizációt tárgyalja majd egy egyszerűbb példán bemutatja optimalizálás módszerét. Az optimalizálás méretezés elterjedésének kezdetén a szerkezetek tömegét ill. térfogatát, majd később a gyártási költségeket minimalizálták. Az optimalizálás alkalmazásához ismerni kell a matematikai módszereket. Végül a szerző néhány példán keresztül mutatja be az optimális méretezés eredményeit.

Kulcsszavak:

szerkezettervezés, optimális méretezés matematikai módszerei, költségfüggvény.

Az optimalizálás általános megfogalmazása

Az optimalizálás vagy optimum keresés minden emberi tevékenységet át hat a tudatosan vagy tudat alatt.

Az optimalizálás azt jelenti, hogy keressük a legjobb megoldást adott körülmények között.

Ha egy napon arra szánjuk magunkat, hogy több dolgot is elintézzünk pl. bankba megyünk, vásárolunk néhány dolgot, akkor magunkban végig gondoljuk a sorrendet és megpróbálunk mindent elintézni a legrövidebb idő alatt.

Ebben az esetben az időnkkel akarunk takarékoskodni.

Az optimális méretezés a szerkezettervezés hatékony eszköze. Az optimális méretezés elterjedésének kezdeti szakaszában a szerkezetek tömegét és térfogatát próbálták csökkenteni, majd később a szerkezetek gyártási költségeit is.

A tömeg csökkentést a természet is megoldja. Ha a fa terhelése szélteher és a fa koronája főként felül helyezkedik el, a törzsének átmérője és egy koronától mért távolság között a következő összefüggés írható:

$$h \sim D^3 \quad (1)$$

Ebben az esetben a fa törzsének minden keresztmetszetében azonos feszültség keletkezik.

Egy időben népszerű volt feszültségre kihasznált szerkezeteket tervezni. Például rácsos szerkezeteknél

kimutatható, hogy a tömegminimum akkor adódik ha feszültségre kihasználva méretezzük. Az így keletkezett szerkezetek általában esztétikusak is, például antenna tornyok, Eiffel torony. (1. ábra)

1. ábra. Antenna és az Eiffel torony

Az optimális méretezés eredményes műszaki alkalmazásához ismerni kell a matematikai módszereket és a feladatot műszakilag egyértelműen meg kell fogalmazni.

Az optimalálás matematikai módszerei

Mielőtt az optimalálás matematikai megfogalmazását tárgyaljuk lássunk egy egyszerűbb feladatot. A 2. ábrán látható cső keresztmetszetű központosan nyomott rúd, amely csuklós megfogású és l hosszúságú, keressük az ismeretlen D és t méretet úgy, hogy a rúd tömege minimális legyen. A nyomott rúdnak meg kell felelnie kihajlásra és horpadásra. Természetesen megadhatunk méret korlátozásokat is pl. $t \geq t_{\min}$ vagy $D \leq D_{\max}$ és $D/t \geq 10$

2. ábra. Csőoszlop

A rúd tömege:

$$m = \rho \cdot D \pi \cdot t \cdot l \quad (2)$$

A méret korlátozások:

$$t \geq t_{\min} \quad (3)$$

$$D \leq D_{\max} \quad (4)$$

$$D/t \geq 10 \quad (5)$$

A kihajlási és horpadási feltételek:

$$g_1(D, t) = \frac{\pi^2 \cdot E}{8 \cdot l^2} \cdot D^2 - \frac{F}{D \pi \cdot t} \geq 0 \quad (6)$$

$$g_2(D, t) = \frac{0,4Et}{D} - \frac{F}{D \pi \cdot t} \geq 0 \quad (7)$$

A feltételek és a tömeg függvény grafikusán is ábrázolható (3. ábra)

3. ábra. A tervezési tér a csőoszlopra

Az optimális méretezés matematikailag a következőképpen fogalmazható meg

$$\begin{aligned} f(x) &\rightarrow \min \\ g_j(x) &\geq 0 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m \\ h_j(x) &= 0 \quad ; \quad j = m + 1, \dots, p \end{aligned} \quad (8)$$

Tehát keressük a célfüggvény minimumát egyenlőtlenségek ill. egyenlőségek alapján megadott feltételek alapján.

A megoldáshoz szükségünk van egy hatásos matematikai módszerre.

A szerkezetoptimalás a következő részekből áll.

- (1) Méretezési feltételek megfogalmazása, a szabvány előírások illetve kutatási eredmények alapján.

Ezek lehetnek: feszültségi, stabilitási alakváltozási, saját frekvencia, csillapítási feltételek.

- (2) Gyártási korlátozások pl. a lemezvastagságra hegesztésnél.

- (3) Célfüggvény megfogalmazása.

Általában a tömegminimumra vagy költségminimumra törekszünk.

(4) Matematikai módszer megválasztása.

Minden optimalizációs probléma megfogalmazásakor el kell dönteni, hogy milyen értékeket tekintünk változónak (ismeretlennek). Szerkezetek tervezésekor általában a geometriai méretek lehetnek változók, de lehetnek a rácsos tartó csomópontjai is ismeretlenek.

A gyakorlati tapasztalatok alapján kimutatták, hogy nem érdemes sok változót használni, hanem csak azokat amelyre a célfüggvény érzékeny. A célfüggvények közül elsősorban a költségfüggvénnyel foglalkozom, amely tartalmazza a térfogat függvényt is.

A költségfüggvény:

$$K = K_m + K_f = k_m \cdot \rho \cdot V + k_f \cdot \sum T_i \quad (9)$$

K_m – az anyagköltség, K_f – a gyártási költség, k_m Ft/kg, k_f Ft/min költségtenyezők,

ρ – anyagsűrűség, V – a szerkezet térfogat, T_i – gyártási idők

A gyártási költségek összetevői: darabolás, hegesztés, festés, stb.

A matematikai módszerekről jó áttekintést az [1] , [2] irodalom. Itt most csak néhányat említünk és csak az egy célfüggvény esetét vizsgáljuk. Itt általában egy nem lineáris feltételes szélsőérték – feladatot kell megoldanunk.

A módszerekből egy-egy típust kiemelve:

- Deriváltakat használó módszerek (pl. SUMT)
- Deriváltakat nem használó módszerek (pl. Hillclimb)
- Genetikus algoritmus
- Egyéb módszerek (pl. backtrack)

A két változós problémák grafikusan is megoldhatók pl. 3. ábra.

A SUMT módszer

A módszer lényege, hogy a (8) alatti feltétele szélsőérték – feladatot átalakítja sorozatos feltétel nélküli feladattá, úgy hogy a célfüggvényhez un. büntető függvényeket ad.

$$P(x, r_K) = f(x) - r_K \sum_{j=1}^m \ln g_j(x) + r_K^{-1} \sum_{j=m+1}^p \min[0, h_j(x)^2] \quad (10)$$

ahol az r_K paraméter monoton csökkenő értékeket vesz fel.

$$r_1 > r_2 > \dots, 0 \quad ; \quad r_{K+1} = \frac{r_K}{c} \quad ; \quad c > 1$$

Ha $r_K \rightarrow 0$ esetén a $P(x, r_K)$ min függvényminimumok sorozata az eredeti $f(x)$ függvény keresett feltételes minimumához tart.

Hillclimb (Rosenbrock) módszer

A minimum keresés egy kezdőpontból indul. A kezdőpont koordinátái kielégítik a méretezési feltételeket. Ezután a különböző irányokban keresünk egy jobb (kisebb) függvényértéket.

Ha a vizsgált pont sikertelen, mert a függvényérték nagyobb illetve a méretezési feltételek nem teljesülnek, akkor egy másik irányban újabb keresés indul. A keresési irányok kezdetben a koordináta tengelyekkel párhuzamosak, de később el is fordulnak. (4. ábra)

4. ábra. Rosenbrock módszer

Genetikus algoritmus

A genetikus algoritmus (GA) a természetben megfigyelhető evolúció mechanizmusra épül. Az algoritmus mechanizmusa a darwini evolúciós elméleten és a genetika alapjain nyugszik.

A genetikus algoritmus a feladat összes lehetséges megoldását tartalmazó keresési tér elemei között párhuzamosan egyszerre több potenciális jelölttel dolgozik. A tér elemei alkotják a feladat lehetséges megoldásait, amelyeket a továbbiakban egyedeknek (individual) nevezünk, és amely között optimális, kevésbé optimális és teljesen elfogadhatatlan megoldások is lehetnek. Az elemek együttese alkotja a populációt (population), melynek újabb és újabb, időben együtt létező egyedekből álló generációi (generation) jönnek létre az algoritmus futtatása során.

Míg a természetben az egyes egyedekre jellemző tulajdonságokat a DNS-lánc hordozza, addig a genetikus algoritmusnál az egyedek adatait egy kromoszómaszerű adatstruktúrában kódolják (sztring). A biológiai öröklés mintájára az algoritmus különféle rekombinációs (evolúciós) műveletet hajt végre ezen az adatstruktúrán, miközben a struktúrában tárolt értékes információt próbálja megőrizni, átöröktíteni. Így a populációban generációról generációra lépve a biológiai szaporodás mechanizmusát másoló műveletek révén biztosítja a legjobb tulajdonságokkal rendelkező, legígéretesebb megoldásegyedek elterjedését, túlélését az új generációkban. A folyamat a törzsfajlódáshoz hasonló, ahol a gyenge el-, illetve kipusztul, míg az erős, fejlődőképes fennmarad. A genetikus algoritmus hasonló ciklusos működés során oldja meg a feladatot.

A backtrack programozási módszer

A backtrack programozás kombinatorikai módszer, mely nem túl nagy számú ismeretlen diszkrét értéksoraiból választja ki az optimális megoldást. Lényege, hogy egy-egy változóra vonatkozó

részleges keresést folytat, majd amikor ezek a lehetőségek kimerültek, visszalép („backtrack”) és egy másik részleges megoldás irányában folytatja a keresést.

Eredmények

Hőtávvezeték híd optimális méretezése térfogatminimumra.

Két szerkezet kialakítást vizsgáltam, rácsostartó kialakításút és Vierendeel tartót. A szerkezetek keresztmetszete zárt profil volt mindkét esetben. A rácsos tartó négy rúdjának a keresztmetszetét határoztam meg, ezek alsó öv, felső öv, rácsrúd és oszlop. A Vierendeel tartó esetében az övek és oszlop fő méreteit határoztam meg. Két matematikai módszert használtam optimálásra. A szerkezetek közül a rácsos szerkezet bizonyult gazdaságosabbnak. [3]

Villamos tartóoszlopok vizsgálata és optimális méretezése.

Az E.ON Energiaszolgáltató Kft felkérésére foglalkoztunk a térbeli négyszög keresztmetszetű rácsos acéloszlopokkal. Egyrészt az oszlopok felújítási lehetőségével majd pedig az oszlopok méretezésével foglalkoztam. Az ilyen oszlopoknál a rudak szinte kivétel nélkül szögvas szelvényűek, pedig a szabványok a csőszelvényt is megengedik. Kimutatható, hogy csőszelvény esetén a szélterhelés kisebb, így gazdaságosabb szerkezetet kaphatunk. Két cikkemben is foglalkoztam a témával. [4]

Bordázott lemezek vizsgálata.

A felületre merőlegesen terhelt négyzet alakú lemezeket célszerű bordázattal ellátni. Az egy oldalon két irányban bordázott lemezek esetén kimutatható, hogy a tömegminimumra való törekvés sűrű bordázatot ad. Az optimális értékeket a k_f/k_m befolyásolja. [5]

Irodalom:

- [1] Farkas J., Jármái K., : Economic Design of Metal Structures. Millpress Rotterdam Netherlands 2003.
- [2] Farkas J., Jármái K., : Design and optimization of metal structures. Horwood Publishing Chichester, UK 2008.
- [3] Orbán F.: Minimum volume design of pipeline bridge. Publications of the University of Miskolc, Series C. Mechanical Engineering, Edited by K. Jármái 1997. 47. 111-122.
- [4] Orbán F.: Optimum Design of Trussed Columns Design, Fabrication and Economy of Welded structures. International Conference Proceedings 2008. Miskolc, Hungary 24-16 April 301-308.
- [5] Orbán F.: Bordázott lemezek opt. méretezése. Mérnökműhely '95. Miskolc, 1995. jún. 708. 92-95. old.

Dr. habil. Orbán Ferenc Phd

PTE Pollack Mihály Műszaki Kar, Gépszerkezettan Tanszék

H-7624, Pécs, Rókus u. 2.

Telefon: +36-72-603-650/3736

E-mail: orb@witch.pmmf.hu