XIV. FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2009. március 26-27.

FLUIDUM ÁRAMLÁS ENERGIAVESZTESÉGEINEK EGYSÉGES ÉRTELMEZÉSE

Gulyás Lajos, Fórián Sándor, Kalmár Tünde

Abstract

A large part of technical operations are in connection with the flow and mixing of fluids. These processes are described by the equations of flow. The knowledge of laws of flow is very important for engineers, because these laws determine the heat- and mass transfer processes, characteristics of chemical reactions and the energy losses to a great extent. Major losses of energy in a flowing system are the direct result of fluid friction in systems. In this article the Fanning's friction factor was generalized. The energy losses or pressure drop in flowing systems, e.g. flow of fluids in pipes or ducts, motion of particles in fluids or flow around immersed objects, mixing of liquid, flow of fluids through packed bed or porous media, fluidization and filtration, can be calculated by Fanning-Blickle's friction factor.

Key words:

Fluids flow. Fanning's friction factor. Pressure drops in flowing systems.

Összefoglalás

A műszaki folyamatok nagy része kapcsolatban van a fluidumok áramlásával és keverésével. Ezeket a folyamatokat az áramlási egyenletek írják le. Az áramlási törvények ismerete fontos a mérnökök számára, mivel ezek a törvények meghatározzák a hő- és anyagátadási folyamatokat, a kémiai reakciók jellemzőit és a folyamat energia veszteségeit. Az áramló rendszerekben az energia veszteség döntő részét közvetlenül a fluidum súrlódása okozza magában a rendszerben. Cikkünkben a Fanning-féle súrlódási tényezőt általánosítjuk. Az áramló rendszerekben az energiaveszteséget meghatározhatjuk a Fanning-Blickle súrlódási tényező bevezetésével. Ezek az áramlási műveletek lehetnek például a fluidum áramlása csőben vagy csatornában, részecskék mozgása fluidumban vagy a körüláramlott test, a folyadékok keverése, fluidumok áramlása töltött oszlopon vagy porózus anyagon, fluidizáció vagy a szűrés.

Kulcsszavak:

fluidumok áramlása, Fanning-féle súrlódási tényező, nyomáscsökkenés áramló rendszerekben

1. Bevezetés

A műszaki folyamatok nagy része kapcsolatban van a fluidumok áramlásával, és keverésével. Ezeket a folyamatokat az áramlástan egyenletei írják le. Az áramlástan törvényei azért fontosak, mert ezek a törvények jelentősen meghatározzák az ipari készülékekben lejátszódó hő- és anyagátviteli folyamatokat, valamint a kémiai reakciók jellegét is. Előadásunkban, a műszaki rendszerekben előforduló áramlás energiaveszteségeinek egységes értelmezését adjuk meg a Fanning-Blickle súrlódási tényező bevezetésével.

2. A fluidum áramlás energiatétele

Navier-Stokes egyenlet, az áramlástan alapegyenlete, ami a mozgásmennyiségre (impulzusra) adja meg a megmaradási tételt és vektor differenciálegyenlettel felírt alakja [1], [5]

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \nabla \bar{v} = \bar{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \eta \nabla^2 \bar{v} \quad , \quad (1)$$

ahol ρ a tömegsűrűséget, $\bar{v}$ a sebességvektort, η a dinamikus viszkozitást, p a nyomást, t az időt és ∇ a nabla vektort jelöli.

A (2) egyenlet analitikusan csak néhány speciális esetben integrálható. Ilyen eset például az ideális newtoni fluidumok stacionárius áramlása nehézségi erőterben. Ekkor a Bernoulli-egyenlethez jutunk:

$$zg\rho + p + \frac{v^2\rho}{2} = \text{konst.} \quad (2)$$

A reális fluidum áramlásakor a fluidum viszkozitása miatt fellépő súrlódó erőkkel szemben a fluidumnak munkát kell végezni. Azért, hogy a Bernoulli-egyenlet reális fluidumokra is érvényes legyen, a csőhidraulikában Fanning és Darcy a (2) egyenletet kiegészítették egy Δp_v veszteségtaggal, és ha $v_1 = v_2 = v$, akkor

$$(z_1 - z_2)\rho g + p_1 - p_2 = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2\rho}{2} = 4f \frac{L}{D} \frac{v^2\rho}{2} = \Delta p_v, \quad (3)$$

A Fanning által megadott csősúrlódási tényezőt általánosítjuk, és bevezetjük az f_{FB} , Fanning-Blickle ellenállási tényezőt, amellyel a műszaki rendszerekben az áramlási veszteségeket egységesen tudjuk értelmezni:

$$f_{FB} = \frac{F_k}{S\rho \frac{v^2}{2}} \quad (4)$$

Az (4) egyenletben F_k a karakterisztikus erő, csőhidraulikában az F_s súrlódó erő, körüláramlásnál az F_{k0} közegeellenállási erő, S a nyomásvesztés létrejöttében szerepet játszó felületet, értelemszerűen belső áramlásnál S_s a súrlódó felületet, körüláramlásnál az S_u ütköző felületet jelöli.

3. A fluidum áramlás általános jellemzése

A fluidumok áramlását a Reynolds- számmal jellemezzük. A Re -szám a tehetetlenségi- és a viszkózus erők hányadosa. Minden áramlási folyamathoz tartozik egy kritikus Reynolds-szám, Re_k . Ha $Re < Re_k$ akkor az áramlás lamináris, ha $Re > Re_k$, akkor az áramlás átmeneti, és ha $Re \gg Re_k$, akkor az áramlás turbulens. Valamennyi áramlási folyamatra érvényesek az alábbi szempontok:

1. A különböző hidraulikus műveletek Re -számait a csőhidraulikában ismert Re -számok általánosításával adják meg.
2. Lamináris tartomány végét a kritikus Re -szám jellemzi.

3. Lamináris és turbulens tartományok nem válnak el élesen egymástól, a két tartomány között helyezkedik el az átmeneti tartomány.
4. A különböző áramlástani műveleteknél a folyamatokra jellemző Re-számok nagyságrendekkel is eltérhetnek egymástól. A különböző hidrodinamikai folyamatokban az áramlási tartományok nagysága és a kritikus Re-számok között nincs közvetlen összefüggés.
5. Lamináris tartományban az energia veszteségeket a lamináris áramlás alapegyenletéből, a Hagen-Poiseuille egyenletből, vagy a Stokes-törvényből közvetlenül számíthatjuk.
6. A turbulens tartományban az általánosított keveredési tényező (diffúziós állandó, hővezetési tényező, dinamikus viszkozitás) jelentősen megnő, ezért a turbulens áramlásnak ipari jelentősége van.
7. Az energiavesztés lamináris tartományban, többek között a fluidum viszkozitásától és a fluidum sebességétől függ, de nem függ a fluidum sűrűségétől. Stokes-féle súrlódás lép fel és súrlódó erők jelennek meg.
8. Turbulens tartományban az energiavesztés a fluidum sűrűségétől és a sebesség négyzetétől függ, de nem függ a fluidum viszkozitásától. Newton-féle súrlódás lép fel és tehetetlenségi erők jelennek meg.
9. Átmeneti tartományban a súrlódó- és a tehetetlenségi erők egyidejűleg vannak jelen.
10. Az egyes hidraulikus műveletek veszteségtényezőit a művelethez tartozó Reynolds-szám függvényében adják meg, az esetek többségében dimenzióanalízissel előállított, úgynevezett kritériális vagy félempirikus egyenletekkel. Ezek az egyenletek lamináris, átmeneti és turbulens tartományokban is különböznek egymástól.

4. Műveletek veszteségtényezői

A műszaki rendszerekben végbemenő valamennyi hidraulikus folyamatra a Fanning-Blickle ellenállási tényezővel egységesen tudjuk definiálni az áramlási veszteségeket. A leggyakrabban alkalmazott áramlástani művelet: áramlás csővezetékben, ülepedés (körüláramlott test), keverés, áramlás töltött oszlopon, fluidizáció és a szűrés.

4.1. Áramlás csővezetékben

Fontos ipari feladat a fluidumok szállítása csővezetékben. A csőhidraulikában a Fanning-Blickle ellenállási tényező:

$$f_{FB} = \frac{F_s}{S_s \rho \frac{v^2}{2}} = \frac{(p_1 - p_2) \frac{D^2 \pi}{4}}{D \pi L \rho \frac{v^2}{2}} = \frac{(p_1 - p_2) D}{2 L \rho v^2} = \frac{\Delta p_v}{L} \frac{D}{2 \rho v^2} \quad (5)$$

A (5) egyenletben a karakterisztikus erő az F_s felülettel párhuzamos súrlódó erő (súrlódó felület és a súrlódási nyomásvesztés szorzata), és az egyenletből a $p_1 - p_2 = \Delta p_v$ nyomásvesztés egyszerűen kifejezhető. A súrlódási tényezőt a Re-szám, $Re = v D \rho / \eta$ függvényében adják meg, a már említett

kritériális egyenletekkel. [1], [2], [3], [4]. Lamináris áramlásnál ($Re < 2300$) a súrlódási tényezőt a Hagen-Poiseuille egyenletből is közvetlenül megkaphatjuk, $f_{FB} = 16/Re$.

4. 2. Körüláramlott (üledő) test

Ha a közeg (fluidum) körüláramolja a testet, vagy a test haladó mozgást végez a fluidumban, akkor közegellenállásról beszélünk. A közeg akadályozza a részecske mozgását. A részecske ütközik és súrlódik a közeggel. A súrlódási felületet általában nem tudjuk meghatározni, ezért a közegellenállási erőt, az ütközési felülettel fejezzük ki:

$$F_{k\ddot{o}} = S_{\ddot{u}} \frac{v^2 \rho}{2} + f_{\ddot{u}} S_{\ddot{u}} \frac{v^2 \rho}{2} = (1 + f_{\ddot{u}}) S_{\ddot{u}} \frac{v^2 \rho}{2} = C_d S_{\ddot{u}} \frac{v^2 \rho}{2}. \quad (6)$$

A (6) egyenletben $f_{\ddot{u}}$ az ütközés ellenállási tényezője és $1 + f_{\ddot{u}} = C_d$ közegellenállási tényező. Átrendezve a (6) egyenletet, a (4) egyenlettel analóg összefüggéshez jutunk, és felfoghatjuk, mint a Fanning-Blickle ellenállási tényező speciális esetét:

$$C_d = \frac{F_{k\ddot{o}}}{S_{\ddot{u}} \left(\rho \frac{v^2}{2} \right)} = f_{FB}. \quad (7)$$

A (7) egyenlet Newton- és Stokes-féle súrlódásra egyaránt érvényes.

Az ülepítési műveletnél, ahol a részecske ülepszik a közegben, a v_{∞} üledési határsebesség meghatározása a cél. Ekkor a részecske sebessége állandó, a közegellenállási erő megegyezik a gravitációs erő és a felhajtó erő eredőjével. Az üledési határsebesség ismeretében az ülepítő berendezés tervezhető. Lamináris áramlásnál ($Re_{\ddot{u}} < 0,6$) Stokes törvény szerint, d_p átmérőjű gömb alakú részecskékre $F_{k\ddot{o}} = 3d_p \pi \eta v_{\infty}$ közegellenállási erő hat, és a közegellenállási tényezőt közvetlenül számíthatjuk, $C_d = 24/Re_{\ddot{u}}$.

4. 3. Folyadékok keverése

A folyadékok keverését a körüláramlott test alapösszefüggéseivel tudjuk leírni. Keverésnél egy tengelyre erősített keverőelem közegellenállása révén akadályozza a keverő mozgását. A keverőlapát v_k kerületi sebessége, a tengelytől távolodva az r sugár mentén folyamatosan nő, ezért a (7) egyenletet differenciális alakban kell felírni:

$$f_{FB} = C_d = \frac{1}{\left(\rho \frac{v^2}{2} \right)} \frac{dF_{kev}}{dS_{\ddot{u}}}. \quad (8)$$

A keverésnél célunk a keverő teljesítményszükségletének meghatározása, így az erő helyébe a teljesítményt $dP = dF_{kev} v_k$, a v helyébe a kerületi sebességet, $v_k(r) = 2r\pi n$, kell írni:

$$dP = dF_{kev} v_k = C_d \rho \frac{v_k^3}{2} dS_{\ddot{u}} = C_d \frac{(2\pi n)^3}{2} \rho r^3 w dr, \quad (9)$$

ahol w a keverőelem szélessége. Integráljuk a (9) egyenletet, esetünkben a kétlapátú keverőelem teljes ütközési felületére:

$$P = 2 \left[C_d \rho \frac{(2\pi)^3}{2} n^3 w \int_0^{d/2} r^3 dr \right] = C_d \frac{\pi^3}{8} \rho n^3 w d^4 = C_d \frac{\pi^3}{8} \rho n^3 a d^5. \quad (10)$$

A „a” geometriai szimplex és a keverő átmérőjének szorzata: $w = ad$. A (10) egyenlet átrendezése után a keverési Euler számhoz, Eu_k jutunk [5]:

$$Eu_k = C_d \frac{a \pi^3}{8} = \frac{P}{\rho n^3 d^5}. \quad (11)$$

A keverési Euler-számot a keverési Reynolds szám ($Re_k = \pi n \rho d^2 / \eta$) hatványfüggvényében adják meg mindhárom áramlási tartományban.

4. 4. Töltött oszlopon fellépő nyomásesés

A töltött oszlop legfontosabb működési paramétere, az oszlopon fellépő nyomásesés. Az oszlop áramlás szempontjából úgy néz ki, hogy középen vannak a csövek (csatornák) a körüláramlott testek között. A csatornákra értelemszerűen alkalmazzuk a csőhidraulikában ismert összefüggést:

$$f_{FB} = \frac{F_s}{S_s \rho \frac{v^2}{2}} = \frac{(p_1 - p_2) \frac{D_h^2 \pi}{4}}{D_h \pi L \rho \frac{v_\varepsilon^2}{2}} = \frac{\Delta p_v}{L} \frac{D_h}{2 \rho v_\varepsilon^2}, \quad (12)$$

A (12) egyenletben L a töltött cső hossza (töltet magassága), v_ε a fluidum áramlási sebessége a kapillárisokban, D_h a hidraulikus átmérő, $D_h = 4A/K = \varepsilon/\omega$, ahol ω a fajlagos felület és ε az üres térfogati hányad. Hidraulikus átmérő a d_p átmérőjű gömb alakú töltet esetén:

$$D_h = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} d_p. \quad (13)$$

Helyettesítsünk a (12) egyenletbe mérhető mennyiségeket, a hidraulikus átmérő helyett d_p részecske átmérőjét, a v_ε sebesség helyett a $v_0 = \varepsilon v_\varepsilon$, a fluidum áramlási sebességét a töltet előtti üres csőben:

$$3f_{FB} = \Delta p_v \frac{d_p}{L} \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon) \rho v_0^2} = f_p. \quad (14)$$

A (14) egyenletben $f_p = 3f_{FB}$ az irodalomban használt töltött oszlopon fellépő súrlódási tényezőt jelöli [3]. Kísérletekkel igazoltuk, hogy ha a részecskék szoros illeszkednek, a szabad térfogati tényező minimális, az áramló fluidumnak a részecskéket meg kell kerülni, a csatornák hossza a töltet magasságának kétszerese, akkor a lamináris tartományban fellépő nyomásesést, a Blake-Kozeny-egyenlet is a Hagen-Poiseuille egyenletből közvetlenül levezethetjük. A (14) egyenletből a nyomáskülönbség egyszerűen számítható. Az így nyert kvantitatív összefüggésekkel a fluidizáció és a szűrés műveletei is kényelmesen tárgyalhatók.

5. Következtetések

A műszaki áramlással kapcsolatos műveletek, a Fanning-Blickle ellenállási tényező bevezetésével egy rendszerbe foglalhatók. A Fanning-Blickle ellenállási tényező egy dimenziómentes komplex, amellyel egységesen definiálhatjuk a fluidum áramlásakor fellépő energiaveszteségeket. Az egyes ellenállási tényezőket a műveletre jellemző Reynolds-szám függvényében, az esetek többségében kritériális vagy félempirikus egyenletekkel adják meg. Ezek az egyenletek dimenziómentes számok hatványszorzatai, melyekben a konstanst és a hatványkitevőket a megfelelő áramlási tartományokban kísérletileg kell meghatározni.

Irodalmi hivatkozások

- [1]. Christie J. Geankoplis: Transport Processes and Separation Proces. Forth Edition. Prentice Hall, 2008. 71-101.
- [2]. Bird, R. Byron; Steward, E. Waren; Lightfoot, N Edwim: Transport Phenomena, Second Edition, Wiley, 2002. 121-130.
- [3]. Denn, M. Morton: Process Fluid Mechanics, Prentice- Hall, 1980. 221-225.
- [4]. McCabe, W. L., Smith, J. C., Harriot, P.: Unit Operations of Chemical Engineering, Seventh Edition, McGraw Hill, 2005. 114-119.
- [5]. Ciborowski, J.: A vegyipari műveletek alapjai. Műszaki Könyvkiadó. Budapest (1969).

Gulyás Lajos, dr.

Munkahely: DEBRECENI EGYETEM AMTC MŰSZAKI KAR, Környezet- és Vegyészmérnöki Tanszék

Cím: H - 4028 Debrecen, Ótemető 2-4.

Tel: +36-52-415-155/77828

E-mail: lgulyas@mfk.unideb.hu