XIII. FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2008. március 14-15.

***p*-VERZIÓS VÉGESELEM MÓDSZER KIDOLGOZÁSA SODRATSZERKEZETRE**

Beleznai Róbert, Dr. Páczelt István

Abstract

Precise description of mechanical behavior of wire rope strands is very important at the design stage and under operation term, as well. A *p*-version finite element was developed for simple straight wire rope strand structure, which is considered all possible inter-wire motions, and contact situation between the wires. The structure can be subjected with tension, torsion and bending load, and linear elastic material properties were used. The calculated values were compared to the analytical results, *h*-version 3D finite element models and they were in good agreement.

Összefoglalás

A sodratszerkezet mechanikai viselkedésének ismerete nagyon fontos már a tervezés fázisában és az üzemelés alatt egyaránt. Egy *p*-verziós végelem model lett kifejlesztve egyszerű, egyenes sodratszerkezetre, amelyben a huzalok közötti relatív elmozdulás és érintkezés figyelembe van véve. A szerkezetet terhelő igénybevételek tetszőlegesek lehetnek (húzás, hajlítás, csavarás). A számítások során lineárisan rugalmas anyagtörvényt alkalmazunk. A számított értékeket az irodalomban található analitikus és *h*-verziós végelelemes modellek eredményeivel hasonlítottuk össze, és jó egyezést mutattak.

1. Bevezetés

A sodratszerkezeteket igen elterjedten alkalmazzák az ipar több területén, gondoljunk csak az olajtömlők erősítő elemeire, az elektromos vezetéksodronyokra, vagy a felvonóknál alkalmazott drótkötelekre. A sodratok tervezése a legtöbb esetben tapasztalati módon történik, azonban a piaci verseny megköveteli, hogy a termékek minél jobban kielégítsék a vevők igényeit. Többen is foglalkoztak már a sodratok analitikus modellezésével, különböző elméletekre támaszkodva (Love görbült rudak elmélete [1], ortotróp lemezelmélet [2], stb.). Azonban a nem-lineáris hatások (kontakt deformáció, súrlódás, kopás, stb.) figyelembevétele rendkívül bonyolult összefüggéseket eredményez, és minden hatást nem is lehet leírni zárt formulákkal. Az utóbbi években megjelentek 3D-s végelelemes modellek [3], azonban egy egyszerű szerkezet esetében is nagy elemszám szükséges a geometria pontos leírásához, ráadásul a kontaktfeladatok miatt, további hálófinomítás szükséges. A kidolgozott *h*-verziós modellek jó eredményt adtak, azonban nagy számítási időt igényelnek, illetve egy gyakorlati mérnök számára igen távol állnak ezek a számítási eljárások. Éppen ezért egy új módszer kidolgozását kezdtük el, amit egy szoftverbe szerkesztve, bárki könnyedén kezelhet, és végezhet számításokat különböző terhelési esetekre rövid idő alatt.

2. *p*-Verziós végelem modell kifejlesztése

Ez a dolgozat egy *p*-verziós végelem modell kifejlesztését és validálását mutatja be. A *p*-verziós

végelem előnye, hogy a számítás pontosságát a polinomok fokszámával gyorsabban lehet növelni, így kisebb a gépigénye, mint a h -verziós végeselemes modelleknek, és rövid a számítás ideje. A p -verziós végeselemre azért esett a választás, mivel az élettartamra jelentős befolyással van a huzalok közötti súrlódásból származó kopás, és ez a módszer többek között kiválóan alkalmas kontaktfeladatok megoldására is. Ezt a módszert eddig még nem alkalmazták sodratszerkezetek analízisében, azonban a módszer alkalmas a feladat elvégzésére megfelelő számítógépi program kimunkálásával. Itt most a 1+6 szerkezetű sodrat modelljének analízisét mutatjuk be axiális és hajlító igénybevétel esetén.

A vizsgálatok során az alakváltozásokat és az elmozdulásokat kicsinek feltételezzük. A terhelések hatására a sodratok viselkedése statikus jellegű. További feltételezés, hogy a huzalok homogén, izotróp, lineárisan rugalmas anyagból készültek. Az alakváltozás leírásához Love görbült rudak elméletét használtuk. A huzalokat térbeli görbe rudakként modelleztük. A középső egyenes huzal, mint 90° -os menetemelkedési szögű spirális huzalként van kezelve. A hélikus huzalok tengelyvonalához helyi hengerkoordináta rendszert (r, φ, z) kötöttünk, amit 3 egység vektor definiál, érintőirányú $\underline{t}$, normál irányú $\underline{n}$, és binormál irányú $\underline{b}$. A helyi koordináta-rendszer egy spirális huzal esetében az 1. ábrán látható.

1. ábra. Spirális huzal a helyi koordináta-rendszer egységvektoraival

A helyi koordináta-rendszerben egy adott e elem esetén az elmozdulás $\underline{u}^L$ és elfordulás $\underline{\chi}^L$ vektorok a következő kifejezéssel írhatók le:

$$\begin{bmatrix} \underline{u}^T & \underline{\chi}^T \end{bmatrix}^{L,T} = \mathbf{V}^{LG}(\varphi) \underline{q}_i^G + \boldsymbol{\Phi}^L(\varphi) \underline{a} + \hat{\boldsymbol{\Phi}}^L \hat{\underline{a}}, \quad \boldsymbol{\Phi}^L(\varphi_i) = 0, \quad \hat{\boldsymbol{\Phi}}^L(\varphi_i) = \hat{\boldsymbol{\Phi}}^L(\varphi_j) = 0 \quad (1)$$

ahol a $\underline{q}_i^G$ globális koordináta-rendszerbeli csomóponti elmozdulás vektor az első i -dik csomópontban, $\mathbf{V}^{LG}(\varphi)$ a transzformációs mátrix, amely megadja a rúdelem egy tetszőleges pontjában a merevtestszerű elmozdulás vektort, $\boldsymbol{\Phi}^L(\varphi)$, $\hat{\boldsymbol{\Phi}}^L(\varphi)$ az approximációs mátrixok, $\hat{\underline{a}}$ a pótlólágos állandók vektora. A pótlólágos állandók maximális száma összesen $4 \times p = 20$ lehet, T a mátrix és vektor transzponálás jele. Az $\underline{a}$ (6,1) paramétervektor a következő képletből könnyen kiszámítható:

$$\underline{q}_j^G = \begin{bmatrix} \underline{u}^T & \underline{\chi}^T \end{bmatrix}_j^{G,T} = \mathbf{T}(\varphi_j) \mathbf{V}^{LG}(\varphi_j) \underline{q}_i^G + \mathbf{T}(\varphi_j) \boldsymbol{\Phi}^L(\varphi_j) \underline{a} \quad (2)$$

Ahol $\mathbf{T}(\varphi_j)$ a transzformációs mátrix a globális és a lokális koordináta-rendszer között a j -dik csomópontban, $\underline{q}^T = [\underline{q}_i^G, \underline{q}_j^G]^T$ a rúdelem csomóponti elmozdulás vektora. A görbült rudak

elméletének megfelelően három független elmozdulás mezőt (u_1, u_2, u_3) és egy érintő irányú elfordulást (χ_3) közelítünk a következő formában: $[\mathbf{u}^T \chi_3]^L = \bar{\mathbf{N}}\mathbf{q} + \hat{\mathbf{N}}\hat{\mathbf{a}}$. A hajlító nyomaték komponenseket (M_1, M_2), az M_3 csavaró nyomatékot, és az F rúderőt a következő formában adhatjuk meg: $[F M_1 M_2 M_3]^T = \{\mathbf{D}[\bar{\mathbf{B}}\mathbf{q} + \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{a}}]\}^T$, ahol a $\mathbf{D} = \text{diag}(AE, IE, IE, I_p G)$, az anyagállandók mátrixa, A a keresztmetszet, E a rugalmassági-modulus, IE a hajlító merevség, $I_p G$ a csavaró merevség, $\mathbf{B}, \hat{\mathbf{B}}$ az alakváltozásokhoz szükséges approximációs mátrixok. A kontaktfeszültség számításához a Hertz-elméletet használtuk [4], melynek segítségével meghatározható a kontakt deformáció nagysága is. Ez a későbbiek folyamán a kopási folyamatok vizsgálatánál lesz fontos. A kifejlesztett p -verziós végelem szoftverben a felhasználó megadhatja a sodrat geometriai és anyagparamétereit, valamint a kontakt deformáció számításához szükséges rugóállandót. Tetszőleges típusú befogás definiálható, tehát rögzített és szabadvégű sodratok is modellezhetők, az üzemi körülményektől függően. A sodrat végén lévő csomópontok a mag keresztmetszetének közepén lévő ún. főcsomópontba vannak bekötve merev elemek segítségével, így a terhelés ezen a csomóponton keresztül történik.

3. p -verziós végelem modell validálása

Az [5] irodalomban található adatok alapján elvégeztük a hét huzalból álló sodrat mechanikai analízisét húzó igénybevétel esetére. A geometriai és anyagparaméterek az alábbiak: rugalmassági-modulus $E=197.9 \text{ GPa}$, Poisson-tényező $\nu=0.3$, a maghuzal sugara $R_1=1.97 \text{ mm}$, a külső, spirális huzal sugara $R_2=1.865 \text{ mm}$, a külső huzalok száma $m_2=6 \text{ db}$, a huzalok menetemelkedése $\alpha=2.5^\circ\text{-}35^\circ$, a tengelyirányú terhelőerő $F=40000 \text{ N}$. A (3) egyenlet alapján, meghatároztuk a merevségi mátrix elemeit különböző menetemelkedési szögek esetére, és összehasonlítottuk az [5]-ben található diagramokkal. Mint az a 2-5. ábrán is látható, az eredmények jó egyezést mutatnak egymással. A merevségi mátrix elemei dimenziótlanított mennyiségek. A p -verziós modell esetén szimmetrikus merevségi mátrixot kapunk, azonban néhány analitikus elmélet nem-szimmetrikus mátrixot eredményez, a különbség a 4. ábrán látható. A (3) egyenletben szereplő jelölések a következők: F_z a rúderő, M_z a csavarónyomaték, $K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{22}$ a merevségi mátrix elemei, $u_{zz} = \partial u_z / \partial z$, $\Theta_{zz} = \partial \Theta_z / \partial z$ a tengelyirányú fajlagos nyúlás és szögelfordulás.

$$\begin{bmatrix} F_z \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{zz} \\ \Theta_{zz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

4. Következtetések

p -verziós végelem modell lett kifejlesztve sodratok vizsgálatára tetszőleges igénybevétel esetére. A huzalok érintkezését figyelembe vettük, a feszültséget és az összenyomódást a Hertz-elmélet alapján számítottuk. Az [5] irodalomban található számítási eredményeket összehasonlítva a p -verziós modell eredményeivel, azok jó egyezést mutattak. A modell előnyei a h -verziós végelelemes modellekhez képest a kisebb gépigény, és a rövid számítási idő. További feladatok között szerepel a súrlódás

figyelembevétele, amely alapvető fontosságú lesz az élettartam számítás során.

2. ábra. K_{11} merevségi mátrix komponens a menetemelkedési szög függvényében

3. ábra. $K_{21}=K_{12}$ merevségi mátrix komponens a menetemelkedési szög függvényében (szimmetrikus merevségi mátrix esetén)

4. ábra. K_{21} merevségi mátrix komponens a menetemelkedési szög függvényében (nem-szimmetrikus merevségi mátrix esetén)

5. ábra. K_{22} merevségi mátrix komponens a menetemelkedési szög függvényében

5. Köszönetnyilvánítás

Jelen kutatás a Magyar Tudományos Akadémia OTKA K67825, és a GVOP-3.1.1.-2004.05-0171/3.0 projekt támogatásával jött létre.

6. Irodalom

- [1] G. A. Costello: **Theory of Wire Rope**, 2nd edition, Springer, New York, 1997
- [2] Mohammed Raoof, Ivana Kraincanic: **Determination of wire recovery length in steel in steel cables and its practical applications**, Computer&Structures, Vol. 68, pp. 445-459., 1998.
- [3] R. Beleznai, Sz. Szávai, L. Sárközi, P. Rózsahegyi: **Analytical and FEM Analysis of the Seven-wire Strand Under Axial Load**, Pollack Periodica, Vol. 2. No. 2, pp. 93-101, Pécs, 2007.
- [4] Sz. D. Ponomarjov, V. L. Bidermann, K. K. Liharjev, V. M. Makusin, N. N. Malinyin, V. I. Feodoszjev: **Szilárdsági számítások a gépészetben, 3. kötet: Lemezek, héjak, vastagfalú csövek. Érintkezési feszültség**, Budapest, Műszaki Könyvkiadó, pp. 369-469, 1965. (in Hungarian)
- [5] S. R. Ghoreishi, T. Messenger, P. Cartraud and P. Davies: **Validity and limitations of linear analytical models for steel wire strands under axial loading, using a 3D FE model**, Int. J. of Mechanical Sciences, Vol. 49, pp.1251-1261, 2007.

Beleznai Róbert, doktorandusz

Munkahely: Bay Zoltán Közalapítvány
Cím: H-3519, Hungary, Miskolc-Tapolca, Iglói út. 2.
Tel.: +36-46-560-120/158
E-mail: beleznai@bzlogi.hu

Dr. Páczelt István, a Magyar Tudományos Akadémia rendes tagja

Munkahely: Miskolci Egyetem, Mechanikai Tanszék
Cím: H-3515, Hungary, Miskolc, Egyetemváros
Tel.: +36-46-565-162
E-mail: mechpacz@uni-miskolc.hu