XI. FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2006. március 24-25.

NEMLINEÁRIS MODELL PREDIKCIÓS VEZÉRLÉS EGY PÉLDÁN KERESZTÜL

Darabont-Horváth István

Abstract

The thesis's objective is the construction, mathematical modeling, model simulation, regulation, and optimal control of a mini flying robot. The VTOL (Vertical Take Off Landing) apparatus has a symmetrical structure and is guided by four engines. Because the model of the dynamic system is nonlinear, the control cannot be solved with optimal linear quadratic (LQ) control – we do not use the linearized matrixes of the system. The solution is given by the State Dependent Riccati Equation Control (SDRE). We used the limited, receding horizon version of the Nonlinear Model Predictive Control (NMPC).

Összefoglalás

A dolgozat egy mini-repülő szerkezet készítését, matematikai modellezését, modell-szimulációját, szabályozását és optimális vezérlését tűzi ki célul. A VTOL (Vertical Take Off Landing) szerkezet szimmetrikus kiépítésű, és négy hajtóművel rendelkezik. Mivel a dinamikus rendszernek a modellje nemlineáris, a szabályozás nem oldható meg optimális lineáris kvadratikus (LQ) vezérléssel – nem a linearizált rendszermátrixokat használjuk. A megoldást az állapotfüggő Riccati egyenlettel való nemlineáris vezérlés adja (SDREC). E modell predikciós vezérlésnek (NMPC) a véges, csuszott horizontú változatát használtuk.

1. Bevezetés

Egy repülő szerkezet levegőben tartása komoly kihívást jelent még egy tapasztalt pilóta számára is [3]. Hogy e vezérlés megfelelőképpen működjön, föl kell állítanunk a rendszer matematikai modelljét, mérési feladatok sorát kell elvégeznünk, szűrő-, becslési-, döntési- és vezérlő algoritmusokat kell írunk.

2. A rendszer dinamikus modelljének kiszámítása

A robotok kinematikájában használatos transzformációk [5] segítségével felírjuk a szerkezet helyzetét egy fix koordinátarendszerhez viszonyítva [4]. Ezután az Euler-Lagrange módszer segítségével – mely a kinetikus és potenciális energiák kiszámításán alapszik – felírjuk az adott szögek szerinti erőket. Ezeket a vezérlőjelek függvényében is kiszámítjuk. Kifejezve a szöggyorsulásokat a következő képleteket kapjuk:

$$\ddot{\alpha} = \frac{Km(U^B - U^F) + 2mL^2 \dot{\gamma} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{2mL^2 + \frac{2}{3}m_r \cdot r^2} \quad (1)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{Km(U^L - U^R) + 2mL^2 \dot{\gamma} \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta}{2mL^2 + \frac{2}{3}m_r \cdot r^2} \quad (2)$$

$$\ddot{\gamma} = \frac{Kf(U^B + U^F - U^L - U^R)}{2mL^2 \cos^2 \beta + 2mL^2 \cos^2 \alpha + \frac{4}{3}m_r \cdot r^2} \quad (3)$$

A rendszer modelljét a következő egyenletek írják le:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (4)$$

ahol:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-2mL^2 x_6 \sin^2 x_1}{2mL^2 + \frac{2}{3}m_r \cdot r^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2mL^2 \cdot \cos x_1 \sin x_1}{2mL^2 + \frac{2}{3}m_r \cdot r^2} \\ 0 & -\frac{2mL^2 x_6 \cdot \sin^2 x_2}{2mL^2 + \frac{2}{3}m_r \cdot r^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2mL^2 \cdot \cos x_2 \sin x_2}{2mL^2 + \frac{2}{3}m_r \cdot r^2} \\ -\frac{(-2mL^2 \cdot 2 \cdot \cos x_2 \cdot \sin x_2 + 4mL^2 \cdot \cos x_1 \sin x_1)}{(2mL^2 \cos x_2 - 2mL^2 \cos^2 x_1 + \frac{4}{3}m_r \cdot r^2)^2} & -\frac{(-2mL^2 2 \cos x_2 + 4mL^2 \cos x_1 \sin x_1)}{(2mL^2 \cos^2 x_2 - 2mL^2 \cos^2 x_1 + \frac{4}{3}m_r \cdot r^2)^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-Km}{2mL^2 + \frac{2}{3}m_r \cdot r^2} & \frac{Km}{2mL^2 + \frac{2}{3}m_r \cdot r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Km}{2mL^2 + \frac{2}{3}m_r \cdot r^2} & -\frac{Km}{2mL^2 + \frac{2}{3}m_r \cdot r^2} \\ \frac{Km}{\frac{4}{3}m_r \cdot r^2} & \frac{Km}{\frac{4}{3}m_r \cdot r^2} & -\frac{Km}{\frac{4}{3}m_r \cdot r^2} & -\frac{Km}{\frac{4}{3}m_r \cdot r^2} \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Látható, hogy, ha a rendszer mátrixait linearizálnánk a stabilitási pont környezetében, a mátrixok csak 0-ból és kevés számú 1-ből állnának, de ez csak a linearizált pont egy kis környezetében használható.

3. Optimális lineáris kvadratikus szabályozás [1]

Legyen $z(t)$ a kívánt kimenet, $e(t) = z(t) - y(t)$ a követési hiba és a költségfüggvény:

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} [\langle e(\tau), q(\tau) e(\tau) \rangle + \langle \underline{u}(\tau), R \cdot \underline{u}(\tau) \rangle] \cdot d\tau \quad (5)$$

ahol, $R(t)$ és $q(t)$ súlyozó mátrixok.

Köztudott tulajdonság, hogy ha a szabályozási horizont végtelen, akkor a Riccati $P(t)$ mátrix egy konstansokból álló mátrixhoz tart, mely az algebrai Riccati egyenlet megoldása:

$$\tilde{P} \cdot A + A^T \cdot \tilde{P} + C^T \cdot q \cdot C - \tilde{P} \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot \tilde{P} = 0 \quad (6)$$

Így a következő szabályozott rendszerhez jutunk:

$$\dot{\underline{x}}(t) = (A - BR^{-1}B^T \tilde{P}) \underline{x}(t) + BR^{-1}B^T \underline{g}(t), \text{ ahol:} \quad (7)$$

$$\underline{g}(t) = -(A - BR^{-1}B^T \tilde{P})^T \underline{g}(t) - C^T \cdot q \cdot \tilde{z} \quad (8)$$

Egy időinvariáns LQ követő szabályozó rajza:

1. ábra. Lineáris kvadratikus szabályozó felépítése [1]

4. Nemlineáris vezérlés állapotfüggő Riccati egyenlettel (SDREC)

Mivel az invariáns állapotmátrix alkalmazása az LQ vezérlés esetében nem működik, az állapotfüggő Riccati egyenletet használjuk. Ez egy nemlineáris irányítási technika, melyhez minden lépésben ki kell számolnunk az állapot átviteli mátrixot (a mi esetünkben a B mátrix állapotfüggetlen). Így minden időpillanatban a vezérlőjel kiszámításához újraszámoljuk a diszkrét Riccati egyenletet az adott állapotnak megfelelő rendszermátrixokkal, végpontként (F) az ARE megoldást használva.

Nemlineáris Modell Predikciós Vezérlés esetén a rendszer figyelembe veszi a megadott pályát a referencia értékéig és előre megbecsüli a rendszer állapotait a pálya követése közben. Ha a rendszer előre „látja” a pálya minden pontját, **végtelen horizontú**, ha csak néhány lépést, **véges horizontú** a vezérlés. A rendszer állapotait Kalman szűrővel becsüljük meg, melynek segítségével a nem mérhető állapotokat is megkapjuk [6].

Noha az aktuális A mátrix csak az x_1 , x_2 , x_6 , állapotoktól függ, időigényes számítások szükségesek (Egy 0.5 amplitudójú fehérzajjal perturbált állapotok esetében a négy vezérlőjel kiszámítása húsz időegységre 8 percet vett igénybe egy Pentium négyesen).

A következőkben megtekinthetjük a teljes, Kalman szűrővel ellátott, 5 lépéses horizontú, nemlineáris, diszkrét, szabályozott rendszer választát a $z_{\max} = [2 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0]$ referenciára:

2. ábra. A Rendszer válasza és vezérlőjelei $[2 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0]$ referencia esetén NMPC-nél ahol a szögeket radiánban mértük.

Látható, hogy az α és β szögek szabályozása gyorsan megtörténik, viszont a γ szög sokkal nehezebben és lassabban áll be. Ennek ellenére az állandósult hibák gyakorlatilag egyenlőek nullával (0.05 alattiak). Eddig az előre látott lépések nem voltak súlyozva, mindegyiknek egyforma fontosságot tulajdonított a szabályozó. A hirtelen változásokat tartalmazó pálya követésénél javíthatunk a szabályozáson, ha súlyozzuk a lépéseket. Az általunk kipróbált súlyozások: egyforma súlyozás, lineárisan csökkenő -, illetve négyzetesen csökkenő súlyozás.

5. Összefoglalás

Az állapotfüggő Riccati egyenlettel történő szabályozás bízató eredményeket ad. Ellenben nagy hátránya a magas számítási igény. Ezek a számítások több tíz másodpercet(esetleg percet) vesznek igénybe egy korszerű asztali számítógépen is, mikrovezérlőről nem is beszélve. Viszont ha előre kiszámoljuk a vezérlő jeleket elég nagyszámú esetre, ezek közül a megfelelőt Fuzzy-szabályok [2] szerint kiválasztjuk, egy hatékony szabályozási rendszerhez jutunk.

A következőkben a rendszer fényképe és a kísérleteknél használt alátámasztás vázlatrajza látható:

3. A Rendszer fényképe és vázlatrajza

Irodalom

- [1] Dr.Dávid L.- *Tehnici de optimizare* Editura Universităţii "Petru Maior" Târgu-Mureş 1998. (75-100 old.)
- [2] Dr.Dávid L.–Márton L.: *Reţele neuronale şi logica fuzzy în automatizări* - Editura Universităţii "Petru Maior" Târgu-Mureş 2000 (75-80 old.)
- [3] Gösi K. Széll A.: *Repülőgép-irányítás tervezése 3D grafikus támogatással* – TDK dolgozat, Budapest 2003. (20.old.) <http://simonyi.sch.bme.hu/files/tdk/anyagok/nyaff8.pdf>
- [4] Baciú Cristian: *Sistem didactic elicopter pentru studiul metodelor de reglare modernă* - lucrare de diplomă Univ. "Petru Maior" Târgu-Mureş 2004 (13-40 old.)
- [5] Somló J.-Lantos B.-Cat P.T.: *Advanced Robot Control* Akadémiai Kiadó, Budapest 1997
- [6] R.E.Kalman: *A New Aproach to Linear Filtering and Prediction Problems* Jurnal of Basic Engineering 1960 (1-2 old.)

Darabont-Horváth István, egyetemi hallgató

Sapientia EMTE Marosvásárhely, Műszaki és Humántudományok Kar, Villamosmérnöki tanszék

Cím: 4300 Románia , Koronka

Telefon : 0265-217657

E-mail: darabont.istvan@freemail.hu