X. FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2005. március 18-19.

A FELHASZNÁLÓK KÉSZTERMÉK IGÉNYEIT A SZERELŐÜZEMEKHEZ RENDELŐ ALGORITMUSOK ÖSSZEHASONLÍTÁSA ÉS AZ OPTIMUMOK TERMÉKEKRE VALÓ ÉRZÉKENYSÉGI VIZSGÁLATA

Oláh Béla, Bányai Tamás, Cselényi József

Abstract: This paper introduces the limitations and objective functions of planning of cooperation logistics integrated assembly systems. The optimal assignment of assembly plants to the final product requirements of the end users is discussed in detail, and related cost functions are worked out. Solution methods of optimization are shown for suitable assembly scheduling aspects.

1. Bevezetés

A termelésütemezésnél messzemenően figyelembe kell venni, hogy az egy telephelyes termelési formák hálózatszerűen működő termelési rendszerekké (1. ábra) alakultak, ill. alakulnak át. A felvázolt modellben adottnak tekintjük az egyes felhasználók egyes késztermékekből megrendelt mennyiségét egy adott időszakban. E bonyolult, nagyméretű, hálózatszerű logisztikai rendszer optimális működtetése, teljesen újszerű elméleti megalapozást igényelt a tervezési és irányítási módszereknél. A megoldandó feladat egy logisztikával integrált szerelésütemezési feladat, amelybe beletartozik a késztermékek elosztása, készletezése és az alkatrészek készletezése is.

1. ábra: Hálózatszerűen működő összeszerelő rendszer

Ezek megoldásánál különböző célfüggvényeket és feltételeket kell, illetve lehet figyelembe venni. Első esetként az optimalizálásnál a költségfüggvényt választottuk célfüggvényként, mely komponenseit a [1] dolgozatban részleteztünk. A vázolt, hálózatszerűen működő logisztikai rendszer költségfüggvényében szereplő nagy számú optimalizálandó paraméter és a rendszer nagy méretei miatt az optimalizálást egy egymáshoz hierarchikusan kapcsolódó visszacsatolós, többlépcsős heurisztikus módszerrel oldjuk meg, aminek moduljait a [2] dolgozat mutatta be. A szerzők a [3] dolgozatban már megfogalmazták az egyes késztermékek szerelő üzemekhez való hozzárendelés alapelveit, az első modul megoldási lehetőségeit és heurisztikus algoritmusait. E dolgozatban egy egyszerű számpéldán keresztül végezzük el a bemutatott algoritmusok összehasonlítását és az optimumok érzékenységi vizsgálatát.

A hozzárendelés célfüggvénye a k -edik termékénél [3]:

$$K_1^k = \sum_{\lambda=1}^x \sum_{v=1}^q t_{kv} y_{v\lambda}^k (k_{k\beta}^{SZ} s_{v\lambda} + k_{k\lambda}^M) \rightarrow \min. \quad (1)$$

ahol T mátrix megadja a v -edik felhasználó által a k -edik késztermékből megrendelt évi mennyiséget, Y mátrix megmutatja, hogy a k -edik terméket a v -edik felhasználó hány százalékban kapja a λ -edik szerelőüzemből az alábbi feltételek figyelembevételével: $0 \leq y_{v\lambda}^k \leq 100$ és

$$\sum_{\lambda=1}^x y_{v\lambda}^k = 100. \quad k_{k\beta}^{SZ} \text{ a } k\text{-edik termék fajlagos szállítási költsége a } \beta\text{-edik járműfajta esetében, } s_{v\lambda} \text{ a}$$

szállítási úthossz a v -edik felhasználó és a λ -edik szerelőüzem között ill. $k_{k\lambda}^M$ a fajlagos szerelési költsége a k -edik terméknek a λ -edik üzemben. A probléma termékenként egy tiszta egészértékű programozási (IP) feladat. A problémát egzakt módon a szállítási feladathoz alkalmazott magyar módszer segítségével érdemes megoldani. A szerzők két heurisztikus algoritmust is kidolgoztak [3] a probléma megoldására a feladat nagy méretei és hatalmas számítási igénye miatt. Ezen heurisztikus módszerek jóságát egy kisméretű feladat segítségével kívánjuk ellenőrizni, mégpedig úgy, hogy a feladatot egzaktul is megoldjuk és összehasonlítjuk a heurisztikus módszerekkel. A [4] dolgozatban már bemutatásra került a két kidolgozott algoritmust.

2. Algoritmusok érzékenységi vizsgálata

Az alapadatok a következők: $\lambda=3$, $v=6$, $k=8$. A $T = [t_{kv}]$ mátrix 1-6 edb/év közötti értékeket vehet fel, mely értékek átlaga 2 ezer darab körül legyen. Az adatstruktúra relatív változókkal legyen definiálva, a későbbi egyszerűbb módosítások végett. Ennek megfelelően a rendelési mátrixot a következő formában adjuk meg: $t_{kv} = t_0 a_{kv}$, ahol t_0 a terméktől és felhasználótól független rendelési alapmennyiség, a_{kv} pedig a v -edik felhasználó relatív rendelési mennyisége a k -edik termékből. t_0 értékének módosításával mennyiségi változást idézhetünk elő, a_{kv} módosításával pedig struktúraváltozást érhetünk el. Az előzőekhez hasonlóan a szerelőüzemek kapacitásmátrixa a következő formában írható fel: $r_{k\lambda}^F = r_0^F a_{k\lambda}^F$ (R^F mátrix).

$$T = 2 \begin{bmatrix} 0.5 & 2.5 & 0 & 0 & 1.5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0 \\ 1.5 & 0 & 0 & 1 & 2.5 & 0 \\ 2 & 1.5 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{edb}}{\text{év}} \right], R^F = 4 \begin{bmatrix} 1.5 & 1 & 0.5 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0.5 & 0.5 & 1.5 \\ 1 & 1.5 & 0 \\ 1.5 & 0 & 2.5 \\ 0.5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{edb}}{\text{év}} \right]$$

Az $S = [s_{v\lambda}]$ útmátrix értékei 20 és 250 km között változhat, átlaguk 100 km körül legyen. A fajlagos szállítási és szerelési költségek viszonya: $\delta = k_0^{SZ} / k_0^M = 0.2, \dots, 2$ értékeket veheti fel, legyen most $\delta=1$. A fajlagos szállítási költség kiszámítására vonatkozó képlet: $k_{k\beta}^{SZ} = k_0^{SZ} a_{k\beta}^{SZ}$, ahol $k_0^{SZ} = k_0 \delta$ a terméktől független szállítási alapköltség, $a_{k\beta}^{SZ} = a_{00}^{SZ} a_{k0}^{SZ} a_{0\beta}^{SZ}$ pedig az arányossági paraméter, értéke átlagos termékre, átlagos járműre $a_{00}^{SZ} = 1$, $a_{0\beta}^{SZ} = 0.7 - 1.3$, $a_{k0}^{SZ} = 0.8 - 1.2$. A fajlagos szerelési költség kiszámítására vonatkozó képlet: $k_{k\lambda}^M = k_0^M a_{k\lambda}^M$, ahol $k_0^M = k_0$ a terméktől független szerelési alapköltség, $a_{k\lambda}^M = a_{00}^M a_{k0}^M a_{0\lambda}^M$ pedig az arányossági paraméter: $a_{00}^M = 1$, $a_{0\lambda}^M = 0.8 - 1.2$, $a_{k0}^M = 0.7 - 1.4$.

Olyan adatstruktúrát adtunk meg, amely egyaránt alkalmas érzékenységi vizsgálatra, ill. a különböző optimalizálható módszerek összehasonlítására is. Az érzékenységi vizsgálat csak a termék befolyására terjed ki, de adatmodellje felhasználható a fajlagos költségek érzékenységi vizsgálatára. Vizsgálódás során a T, az R^F és az S mátrixok állandóak. Állandónak tételezzük fel továbbá a k_0 , a δ , az $a_{0\lambda}^M$ és az $a_{0\beta}^{SZ}$ értékeket. Ez utóbbi két paraméter értéke 1, tehát a szerelési arányossági paraméter független a szerelőüzemektől, illetve a szállítási arányossági paraméter független a szállítójárművektől, azaz a szállítójárművet adottnak vesszük. A termékköltségekre vonatkozó érzékenységi vizsgálat során, mind az A, mind a B módszerrel csak az a_{k0}^M és az a_{k0}^{SZ} értéke változik a fent definiált határok között (csak a termékektől függenek az arányossági paraméterek). A következőkben egy példán keresztül végezzük el a két módszer összehasonlítását különböző termékek esetén.

$$S = 100 \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 & 1.5 \\ 2.5 & 0.6 & 1.2 \\ 1.8 & 2 & 1 \\ 0.6 & 0.5 & 1.5 \\ 2 & 1 & 2.5 \\ 2.2 & 1.2 & 0.2 \end{bmatrix} \quad [km] \quad K^{SZ} = k_0 \delta \quad \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.7 \\ 0.8 \\ 0.9 \\ 1 \\ 1 \\ 1.1 \\ 1.2 \end{bmatrix} \quad \left[\frac{Ft}{db} \right], \quad K^M = k_0 \quad \begin{bmatrix} 0.7 \\ 1 \\ 1.2 \\ 0.8 \\ 1.3 \\ 0.9 \\ 1.4 \\ 1.1 \end{bmatrix} \quad [Ft/db]$$

A paraméterek segítségével lehet egyszerűen változtatni a célfüggvényben szereplő fajlagos költségek és rendelések értékeit, és így a későbbiek során paraméter érzékenység-vizsgálatot végezni. Az Y háromdimenziós mátrix, úgy írjuk át a tömörebb ábrázolás érdekében, hogy $Y = [y_{vk}^\lambda]$, vagyis a síkban az y_{vk} mátrix szerepel, és a λ értéke kisebb számokkal a lapmélységet kifejezve oldalt kissé eltolva jelenik meg. Az Y mátrix M, A és B indexe az egyes módszerekre utal. Magyar módszerrel megoldva a példát Y mátrixra a következő megoldást kapjuk $\delta=1$ -re:

$$Y_M = \begin{bmatrix} 100^{00} & 0^{00} & 33^{1750} & 100^{00} & 100^{00} & 0^{00} & 0^{00} & 100^{00} \\ 20^{800} & 0^{0100} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{0100} & 0^{00} & 0^{1000} & 0^{00} \\ 0^{00} & 0^{0100} & 0^{0100} & 0^{00} & 0^{0100} & 50^{50} & 0^{00} & 33^{067} \\ 0^{00} & 0^{6733} & 0^{1000} & 50^{500} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{00} \\ 100^{00} & 0^{1000} & 0^{00} & 0^{1000} & 33^{067} & 0^{00} & 0^{1000} & 100^{00} \\ 0^{0100} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{6733} & 0^{0100} & 0^{00} \end{bmatrix} \quad [\%]$$

Az A heurisztikus algoritmussal megoldva a példát a következő eredményt kapjuk:

$$Y_A = \begin{bmatrix} 100^{00} & 0^{00} & 0^{0100} & 100^{00} & 100^{00} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{0100} \\ 100^{00} & 0^{1000} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{0100} & 0^{00} & 0^{1000} & 0^{00} \\ 0^{00} & 0^{0100} & 100^{00} & 0^{00} & 100^{00} & 0^{1000} & 0^{00} & 100^{00} \\ 0^{00} & 0^{1000} & 0^{1000} & 50^{500} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{00} \\ 0^{1000} & 0^{0100} & 0^{00} & 0^{1000} & 0^{0100} & 0^{00} & 0^{1000} & 0^{0100} \\ 0^{0100} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{00} & 33^{067} & 0^{0100} & 0^{00} \end{bmatrix} \quad [\%]$$

Végül a B heurisztikus algoritmussal megoldva a példát Y mátrixra a következőt kapjuk:

$$Y_B = \begin{bmatrix} 100^{00} & 0^{00} & 0^{0100} & 100^{00} & 100^{00} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{0100} \\ 100^{00} & 0^{1000} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{0100} & 0^{00} & 0^{1000} & 0^{00} \\ 0^{00} & 0^{0100} & 100^{00} & 0^{00} & 100^{00} & 0^{0100} & 0^{00} & 100^{00} \\ 0^{00} & 0^{1000} & 0^{1000} & 0^{1000} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{00} \\ 0^{1000} & 0^{0100} & 0^{00} & 0^{1000} & 0^{0100} & 0^{00} & 0^{1000} & 0^{0100} \\ 0^{0100} & 0^{00} & 0^{00} & 0^{00} & 33^{670} & 0^{0100} & 0^{00} & 0^{00} \end{bmatrix} [\%]$$

Érdekes megvizsgálni, hogy a három féle módszerrel kapott hozzárendelésnél (Y_M ; Y_A ; Y_B) a felhasználók termékeinek a szerelőüzemekhez való hozzárendelése hogyan alakult. Az Y mátrix egyes elemeit különböző jelölésekkel láttuk el a következők szerint:

- Négyzet: Y_M ; Y_A és Y_B mátrixok;
- Hatszög: Y_A és Y_B mátrixok;
- Kör: Y_M és Y_A mátrixok megfelelő elemei azonosak.

Az elvégzett jelöléseket azonosítva megállapíthatjuk, hogy a mátrix $6 \times 8 = 48$ eleméből:

- teljes összeesés (négyzet) 29 elemnél, vagyis $(29/48) \times 100 = 60,42\%$ -nál áll fenn;
- az A és B módszer (hatszög) 13 eleménél, vagyis $(13/48) \times 100 = 27,08\%$ egyezik meg;
- M és A módszer (kör) 2 eleme (mindkettő a 4. termékénél), vagyis $(2/48) \times 100 = 4,17\%$ -t ad ki;
- mindössze egy elemnél (a 3. felhasználó, 6. termékére) adott más-más eredményt a 3 módszer.

Táblázatba (1. táblázat) foglalva a futási eredményeket megállapítható, hogy a Magyar módszer több mint 11 %-kal jobb ($167910k_0/189110k_0=0,8879$), mint az A algoritmus, viszont a B algoritmus már 13,11 %-kal rosszabb ($189920k_0/167910k_0=1,1311$) eredményt szolgáltat az optimális megoldásnál. A táblázat is kiválóan tükrözi, hogy az A algoritmus csak 0,4 százalékkal ($189110k_0/189920k_0=0,9957$) közelíti jobban az optimális megoldást, mint a B algoritmus, ami abból adódik, hogy $a_{0\lambda}^M$ értékét állandónak tételeztük fel.

1. táblázat: A hozzárendelési algoritmusok futási eredményei

Termék	Magyar módszer			A algoritmus			B algoritmus		
	szerel	szállít	össz	szerel	szállít	össz	szerel	szállít	össz
1.	7700	6900	14600	7700	9660	17360	7700	9660	17360
2.	16000	10780	26780	16000	12740	28740	16000	12740	28740
3.	10800	6560	17360	10800	10480	21280	10800	10480	21280
4.	8000	6030	14030	8000	6030	14030	8000	6840	14840
5.	19500	20400	39900	19500	23000	42500	19500	23000	42500
6.	9000	10800	19800	9000	13200	22200	9000	13200	22200
7.	9800	3740	13540	9800	3740	13540	9800	3740	13540
8.	9900	12000	21900	9900	19560	29460	9900	19560	29460
Össz.	90700	77210	167910	90700	98410	189110	90700	99220	189920

2. ábra: A módszerek eredményei termékenként

A 3. ábrában tüntettük fel különböző δ értékek (0.2; 0.5; 0.8; 1; 1.2; 1.5; 1.8; 2) esetén a kapott összköltség eredményeket mind a két algoritmusnál illetve a Magyar módszernél egyaránt.

3. ábra: Az eredmények diagramba foglalása különböző δ értékek esetén

A 3. ábra is jól tükrözi, δ értékének növekedésével az egyes módszerek által adott összköltség eredmények is lineárisan nőnek. Ugyanakkor, ha a $\delta=0,2$ -ről $\delta=2$ -re, vagyis 10-szeresére nő, az összköltség $290e/110e=2,6$ vagy $250e/100e=2,5$ -szörösére növekszik meg. A két heurisztikus algoritmus között különböző δ -k esetén nem mutatkoztak nagy eltérések, mivel a szerelőüzemektől független fajlagos szerelési költség esetében nem érvényesült az algoritmusok 2. lépésében a csere lehetősége, így tulajdonképp a szállítási költség alapján kerültek kiosztásra a felhasználók késztermék igényei. Minden valószínűséggel, ha a vizsgálatainkat a szerelőüzemektől függő fajlagos költségekre is kiterjesztjük, akkor a B módszerrel valamivel kedvezőbb eredmények adódnak, mint az A modell esetén. Azt is meg kell jegyezni, hogy nem tüntettük fel az egyes δ esetekhez tartozó Y mátrixokat, de az azonos mátrixok rendre mind megegyeznek.

3. Összefoglalás

A dolgozat bizonyítja, hogy a hálózatszerű szerelőrendszereknél az egyes felhasználók által igényelt termékek szerelőüzemekhez egyszerűsített költségfüggvények alapján való optimális hozzárendelésére kidolgozott két heurisztikus módszer a nagyobb méret feladatoknál nehézkesen használható magyar módszer közel azonos eredményt ad. Ha változtatjuk a szerelési és a szállítási fajlagos alapköltségek arányát - feltételezve, hogy a fajlagos szerelési költségek nem szerelőüzem függő és a fajlagos szerelési költséget állandó értéken tartjuk - akkor a fajlagos szállítási alapköltség növelésével az összköltség lineárisan növekszik, de 10-szeres szállítási költségnövekedés csak kb. 2,5-szeres összköltség növekedést eredményez.

4. Irodalomjegyzék

- [1] OLÁH B., BÁNYAI T., CSELÉNYI J.: **Logistical tasks of co-operative assembly plants.** 3rd International Conference on Advanced Engineering Design, Prague, 2003. 110. old.
- [2] OLÁH B., BÁNYAI T., CSELÉNYI J.: **Algorithm of optimal assignment of assembly plants and end users within the framework of products in cooperative assembly system.** Miskolczi Konferencia 2003, Miskolc, 2003. 145-150. old.
- [3] OLÁH B., BÁNYAI T., CSELÉNYI J.: **Optimal assignment of assembly plants to the final product requirements of the end users in a cooperative assembly system.** 15th International DAAAM Symposium, Vienna, 2004. 321-322. old.
- [4] OLÁH B., BÁNYAI T., CSELÉNYI J.: **Hálózatszerűen működő összeszerelő rendszerénél a felhasználók késztermék igényeit a szerelőüzemekhez rendelő algoritmusok érzékenységi vizsgálata.** Doktoranduszok Fóruma, Miskolc, 2004. (konferenciakiadvány megjelenés alatt)

Oláh Béla doktorandusz

Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszék, Miskolc-Egyetemváros H-3515

Tel: 06 46-565111/2030 Fax: 06 46-563399 E-mail: altbela@gold.uni-miskolc.hu