FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2004. március 26-27.

HÁLÓZATSZERŰEN MŰKÖDŐ ÖSSZESZERELŐ RENDSZERNÉL TERMÉKENKÉNT A FELHASZNÁLÓK OPTIMÁLIS HOZZÁRENDELÉSE A SZERELŐÜZEMEKHEZ

Oláh Béla, Bányai Tamás, Cselényi József

Abstract: This paper introduces the limitations and objective functions of planning of cooperation logistics integrated assembly systems. The optimal assignment of assembly plants to the final product requirements of the end users is discussed in detail, and related cost functions are worked out. Solution methods of optimization are shown for suitable assembly scheduling aspects.

1. Bevezetés

A termelésütemezésnél messzemenően figyelembe kell venni, hogy az egy telephelyes termelési formák hálózatszerűen működő termelési rendszerekké (1. ábra) alakultak, ill. alakulnak át. A felvázolt modellben adottnak tekintjük az egyes felhasználók egyes késztermékekből megrendelt mennyiségét egy adott időszakban.

1. ábra. Hálózatszerűen működő összeszerelő rendszer

E bonyolult nagyméretű, hálózatszerű logisztikai rendszer optimális működtetést jelentő, teljesen újszerű elméleti megalapozást igényelt a tervezési és irányítási módszereknél. A megoldandó feladat logisztikával integrált szerelési ütemezési feladat, amelybe beletartozik a késztermék elosztása, készletezése és az alkatrészek készletezése is. Ezek megoldásánál különböző célfüggvényeket és feltételeket kell, illetve lehet figyelembe venni [1]. Első esetként az optimalizálásnál a költségfüggvényt választottuk célfüggvényként, melyet a [2] dolgozatban részleteztünk. A vázolt hálózatszerűen működő logisztikai rendszer költségfüggvényében szereplő nagy számú optimalizálandó paraméterek és a nagy méretek miatt az optimalizálást egy egymáshoz hierarchikusan kapcsolódó visszacsatolós, többlépcsős heurisztikus módszerrel oldjuk meg. A szerzők a [3] dolgozatban már megfogalmazták a több lépcsős optimalizálás moduljait, a hozzárendelés alapelveit és az első modul algoritmusát. E dolgozat részletesebben foglalkozik a hozzárendelés célfüggvényének a komponenseivel, illetve a megoldás lehetőségeivel.

$$K = K_V + K_{SZ} + K_T + K_M + K_{AM} + K_\Psi + K_R + K_D \rightarrow \min. \quad (1)$$

ami az alkatrész vásárlási költség (K_V), szállítási költség (K_{sz}), tárolási költség (K_T), a szerelési költség (K_M), a szerelősorok átállítási költség ($K^{\wedge}$), a sorok állásából származó veszteségi költség (K_Ψ), a késztermék raktározási költség (K_R), valamint az elosztási költség (K_D) összegeként adódik.

2. Felhasználók késztermék igényeinek optimális hozzárendelése a szerelőüzemekhez

Az egyes felhasználók évi késztermék igényeinek meghatározása, az (1) teljes költség függvényt leegyszerűsítjük és csak az elosztási-, szerelési-, átállítási és raktározási költségeket vesszük figyelembe. Ugyanis e modell nem foglalkozik a szerelés és a kiszállítás ütemezésével, ezért nem vehetőek számításba az alkatrész tárolási költségek, ill. a számításba vett költségek is egyszerűsítettek. A hozzárendelés célfüggvénye a k -adik terméknel

$$K_I^k = K_D^k + K_M^k + K_{AM}^k + K_R^k \rightarrow \min. \quad (2)$$

K_D^k - elosztási költség, K_M^k - szerelési költség, K_{AM}^k - átállítási költség, K_R^k - raktározási költség.

Adott a T mátrix, mely megadja az v -edik felhasználó által a k -adik késztermékből megrendelt évi mennyiséget. Keressük az $Y^k = [y_{v\lambda}^k]$ mátrixot, mely megmutatja, hogy a k -adik terméket a v -edik

felhasználó milyen arányban kapja a λ -adik üzemből az alábbi feltételekkel: $0 \leq y_{v\lambda}^k \leq 1$, $\sum_{\lambda=1}^x y_{v\lambda}^k = 1$.

Elosztási költség

$$K_D^k = \sum_{\lambda=1}^x \sum_{v=1}^q c_{sk} T_{kv} y_{v\lambda}^k s_{v\lambda} \quad (3)$$

c_{sk} - a k -adik termék fajlagos szállítási költsége, $s_{v\lambda}$ - szállítási úthossz,

$d_{k\lambda} = \sum_{v=1}^q T_{kv} y_{v\lambda}^k$ - a k -adik termék éves kereslete a λ -adik szerelőüzemben.

Szerelési költség

$$K_M^k = \sum_{\lambda=1}^x \sum_{v=1}^q T_{kv} y_{v\lambda}^k k_{k\lambda}^M, \quad (4)$$

ahol $k_{k\lambda}^M$ a fajlagos szerelési költség a k -adik termék esetén a λ -adik üzemben.

A szerelő üzemeknél a szerelési költséget a szerelősorok kapacitásának arányában súlyozott átlagköltséggel kell számolni, mert még nem tudjuk mely szerelősorra fog kerülni az alkatrész. Elő kell írni minden szerelő üzem részére alsó $R^A = [r_{k\lambda}^A]$ és felső korlátot $R^F = [r_{k\lambda}^F]$ az évi gyártott mennyiség függvényében, illetve kell egy kizárási mátrixot is előírni, amely megadja, mely terméket mely üzem nem állít elő. Feltételezzük, hogy a k -adik termékből a szerelőüzemek kapacitáskorlátainak

összege legalább akkora, mint az összes felhasználó által rendelt mennyiség: $\sum_{\lambda=1}^x r_{k\lambda}^F \geq \sum_{v=1}^q T_{kv}$, továbbá

a k -adik termék éves kereslete az egyes üzemeknél nem lehet nagyobb, mint az üzem

kapacitáskorlátja: $\sum_{v=1}^q T_{kv} y_{v\lambda}^k \leq r_{k\lambda}^F$.

Átállítási költség

$$K_{AM}^k = \sum_{\lambda=1}^x N_{k\lambda} k_{k\lambda}^{AM}, \quad (5)$$

ahol $N_{k\lambda}$ a vizsgált időszak alatt a k -adik termék szerelésénél a λ -adik üzemben az átállítások száma, $k_{k\lambda}^{AM}$ egy szerelési sorozat átállítási költsége. $N_{k\lambda} = \frac{d_{k\lambda}}{q_{k\lambda}}$, ahol $q_{k\lambda}$ a k -adik termék sorozatnagysága a λ -adik üzemben.

Raktározási költség

$$K_R^k = \sum_{\lambda=1}^x h_{k\lambda} \frac{q_{k\lambda}}{2} \frac{d_{k\lambda}}{I_{k\lambda}^F}, \quad (6)$$

ahol $h_{k\lambda}$ jelenti a k -adik termék egy egységének raktározási költségét egy évben a λ -adik üzemben. Feltéve, hogy az elosztási költség és a szerelési költség független a sorozatnagyságtól meg kell határoznunk mindes egyes üzemben minden késztermék esetében azt a $q_{k\lambda}$ értéket, mely minimalizálja a következő kifejezést: $TC(q) =$ raktározási költség + átállítási költség. Az átállítási és a raktározási költségeket összegezve:

$$TC(q) = \frac{k_{k\lambda}^{AM} d_{k\lambda}}{q_{k\lambda}} + h_{k\lambda} \frac{q_{k\lambda}}{2} \frac{d_{k\lambda}}{I_{k\lambda}^F} \quad (7)$$

Ahhoz, hogy a $TC(q)$ -t minimalizáló q értéket megtaláljuk, a $TC(q)$ függvény első deriváltját nullával kell egyenlővé tenni:

$$TC'(q) = -\frac{k_{k\lambda}^{AM} d_{k\lambda}}{q_{k\lambda}^2} + \frac{h_{k\lambda}}{2} \frac{d_{k\lambda}}{I_{k\lambda}^F} = 0 \quad (8)$$

Az egyenlőséget a $q_{k\lambda} = \sqrt{\frac{2k_{k\lambda}^{AM} d_{k\lambda}}{h_{k\lambda} I_{k\lambda}^F}}$ optimális sorozatnagyság (economic production quantity) érték

elégíti ki, mivel a negatív kifejezésnek nincs értelme. Megjegyzés: Az optimális sorozatnagyság független a $d_{k\lambda}$ éves kereslettől, továbbá nem nehéz megmutatni, hogy optimális sorozatnagyság esetén a raktározási költség/év = átállítási költség/év.

A számításba vett egyszerűsített költségfüggvények alapján a (2) célfüggvény a következő formában írható fel:

$$K_l^k = \sum_{\lambda=1}^x \sum_{v=1}^q (c_{sk} T_{kv} y_{v\lambda}^k s_{v\lambda} + T_{kv} y_{v\lambda}^k k_{k\lambda}^M + \frac{T_{kv} y_{v\lambda}^k}{q_{k\lambda}} k_{k\lambda}^{AM} + h_{k\lambda} \frac{q_{k\lambda}}{2} \frac{T_{kv} y_{v\lambda}^k}{I_{k\lambda}^F}) \rightarrow \min. \quad (9)$$

Látható, hogy minden tag $y_{v\lambda}^k$ függvénye. $q_{k\lambda}$ -t behelyettesítve és az egyszerűsítéseket elvégezve világosan kiderül, hogy a raktározási és az átállítási költségek valóban megegyeznek. A $T_{kv} y_{v\lambda}^k$ -os tagot kiemelve kapjuk:

$$K_l^k = \sum_{\lambda=1}^x \sum_{v=1}^q T_{kv} y_{v\lambda}^k (c_{sk} s_{v\lambda} + k_{k\lambda}^M + \sqrt{\frac{2h_{k\lambda} k_{k\lambda}^{AM}}{I_{k\lambda}^F}}) \rightarrow \min. \quad (10)$$

ami egy tiszta lineáris programozási (LP) feladat x^*q mennyiségű változóval ($y_{v\lambda}^k$) és $x+q+x^*q$ darab

feltétellel: $\sum_{\lambda=1}^x y_{v\lambda}^k = 1$, $\sum_{v=1}^q T_{kv} y_{v\lambda}^k \leq r_{k\lambda}^F$ és $0 \leq y_{v\lambda}^k \leq 1$.

A probléma megoldására ma már számítógépek állnak rendelkezésre, melyek segítségével a feladatot nagyságrendekkel gyorsabban, és pontosabban oldhatjuk meg, mint hagyományos eszközökkel, bár még így is bizonyos feladatok megoldásai éveket vehetnek igénybe. A teljes modell összesen x^*q^*p változót ($y_{v\lambda}^k$) tartalmaz, továbbá a feltételek száma: $p^*(x+q+x^*q)$, így a feladat átlagos lépésszáma: 2^{x^*pq} . Ebből az következik, hogy aránylag kevés szerelőüzem és felhasználó mellett is, ha a megrendelési tételek száma nagy, a feladat mérete exponenciálisan növekszik. Több ezer változóval és feltétellel rendelkező (nagy méretű) LP feladat egzakt módon a következő módszerek segítségével oldható meg [4]: módosított szimplex módszer, inverz szorzatalakja, oszlopgenerálás technikája, Karmarkar módszere, stb.

Egyébként, ha $y_{v\lambda}^k$ helyett $d_{v\lambda}^k = T_{kv} y_{v\lambda}^k$ -t választjuk változónak a fenti egyenletben, akkor a célfüggvény egy tiszta egészértékű programozási (IP) feladattá válik, a következő feltételekkel:

$\sum_{v=1}^q d_{v\lambda}^k \leq r_{k\lambda}^U$, $T_{kv} = \sum_{\lambda=1}^x d_{v\lambda}^k$ és előjelkorlátozásokkal: $\forall d_{v\lambda}^k \geq 0$, és egész. Ez esetben a $D^k = [d_{v\lambda}^k]$

mátrix azt mutatja meg, hogy a λ -adik szerelőüzem a k -adik termékből hány darabot szállít ki a v -edik felhasználó számára. Az integer programozási feladat egy olyan LP, amelyben néhány, vagy az összes változó csak egész értéket vehet fel. Egy olyan IP-t, amelyben mindegyik változónak egészértékűnek kell lennie, tiszta egészértékű programozási feladatnak hívunk, ellenkező esetben vegyes IP-ről beszélhetünk. Az IP feladatot azonban sokkal nehezebb megoldani, mint az LP feladatot. A gyakorlatban a legtöbb IP-t a korlátozás és szétválasztás módszerével oldják meg. A korlátozás és szétválasztási módszerek egy IP optimális megoldását úgy találják meg, hogy hatékonyan leszámolják egy-egy részfeladat lehetséges megoldásait. A szerzők egy heurisztikus algoritmust dolgoztak ki a probléma megoldására [3] a feladat nagy méretei és hatalmas számítási igénye miatt. A későbbiekben majd kisméretű feladatoknál összehasonlítjuk az egyes módszerek hatékonyságát.

3. Összefoglalás

Jelen tudományos dolgozatban kidolgozásra kerültek a hozzárendelés célfüggvényének a komponensei, illetve vázolva lettek a megoldás lehetőségei is, melyek alapján a későbbiekben elkészítésre és tesztelésre kerül a kidolgozott optimalizálási eljárás.

4. Köszönetnyilvánítás

Jelen kutatómunka az F037525 és a T038382 OTKA projekt támogatásával készült.

5. Irodalomjegyzék

- [1] OLÁH B., BÁNYAI T., CSELÉNYI J.: **Logistics integrated production scheduling of cooperative assembly plants.** microCAD 2003, Miskolc, 2003. 127-132. old.
- [2] OLÁH B., BÁNYAI T., CSELÉNYI J.: **Logistical tasks of co-operative assembly plants.** 3rd International Conference on Advanced Engineering Design, Prague, 2003. 110. old.
- [3] OLÁH B., BÁNYAI T., CSELÉNYI J.: **Algorithm of optimal assignment of assembly plants and end users within the framework of products in cooperative assembly system.** Miskolcér Gespräche 2003, Universität Miskolc, 2003. 145-150. old.
- [4] WINSTON W.: **Operation Research. Applications and Algorithms.** Hungárián edition, ISBN 963 9478 60 1, 2003 by Aula. pp. 765-793.

Oláh Béla doktorandusz

Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszék, Miskolc-Egyetemváros H-3515

Tel: 06 46-565111/2030 Fax: 06 46-563399 E-mail: albel@gold.uni-miskolc.hu