FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2003. március 21-22.

AZ ALKATRÉSZEK CSOPORTOSÍTÁSA HALMAZELMÉLET SEGÍTSÉGÉVEL

Dr. Gyenge Csaba, Mezei Sándor

Summary

In the group technology, the classification and the engine parts are divided into groups is a problem which is not finalized and still needs to be improved. If this problem is successfully solved, then the writing group technology for a formed group, the realization of group technology line and the manufacturing development on this is an easier problem to be solved. This article is a new method divided into groups based on main mathematics knowledge. The engine parts and the associated technology process are approached as set theory well-known in algebra. The sets are joined on the base of identity or similarities among them. The more they are joined the more the group efficient coefficient is being checked. Among the multitude solutions, varying the most simple and the most complicated group, we can choose the one that suits best to the manufacturing conditions and to the owners expectations orders and producers.

A csoporttechnológiában az alkatrészek optimális osztályozása és csoportosítása egy olyan feladat, amely még mindig tökéletesítésre vár. Ha sikeresen meg van oldva, akkor a csoporttechnológia megírása, a megmunkálási vonal megszervezése és a gyártás levezetése már kevesebb nehézséggel történik. A most bemutatott dolgozatnak is az a célja, hogy egy újabb módszert, a matematikai ismeretek alapjaira épült eljárást ismertessen. Az alkatrészeket és a hozzájuk rendelt technológiát, mint halmazokat képzeltem el. Azonosságuk és hasonlóságuk alapján ezek a halmazok egyesíthetők. Hogy milyen mélységig végezzük az összevonást, azt a csoportosítás hatékonyságával ellenőrizzük. A legegyszerűbbtől és a legbonyolultabb csoportosításokig bármelyiket választhatjuk, mely megfelel az adott feltételeknek és elvárásoknak.

Bevezetés

A mindennapi gyakorlatban számtalanszor találkozunk azzal az igénnyel, hogy egy adott időben legyártandó alkatrészeket megfelelő csoportokba soroljuk és elkészítésüket az ismert csoporttechnológia segítségével végezzük.

Az alkatrészek morfológiai osztályozását kezdeményező A.P. Sokolovski (1949) óta és a csoporttechnológia S.P. Mitrofanov (1959) által bevezetett alapelvei óta az alkatrészyártás óriási fejlődést ért el, és ez a folyamat a napjainkban is folytatódik. Mérőldkönek számít ebben a folyamatban a számítógép fejlesztése és ipari alkalmazása, a számvezérlésű szerszámgépek megjelenése és azoknak valamint a programozási nyelveknek a tökéletesítése, a megmunkálási központok, gyártócellák, gyártórendszerek, stb. tervezése és rugalmassá tétele, tervezési, vezérlési, ellenőrzési, optimalizálási stb. programok készítése és azoknak a gyakorlatban széleskörű alkalmazása, és nem utolsósorban új technológiák és módszerek, anyagok és szerszámok alkalmazásai. Párhuzamosan a tárgyi háttér fejlődésével a gyártási folyamatban résztvevő szakemberek is állandóan fejlődtek, tudásban és szemléletben új, magasabb szintű munkára képesek.

A dinamikusan fejlődő piac mind változatosabbá teszi a termékek és alkatrészek gyártását. A kis- és középmeretű termelést csak úgy tudjuk gazdaságos keretek közé hozni, ha alkalmazzuk a csoporttechnológia elvét, mely hasznosítja azokat az előnyöket, amelyeket a nagy sorozatok biztosítanak, melyeket a csoportba gyűjtött kisszámú alkatrészekből hoztunk össze. Egy adott csoportban geometriailag és technológiailag hasonló alkatrészek tehetők, ezek egyetlen csoporttechnológia alapján készülnek. A valós vagy képzelt komplex alkatrészeire írni egy csoporttechnológiát és annak alkalmazása minden egyes alkatrészeire, mely a csoportban van, jelen pillanatban nem okoz gondot a technológusoknak és gyártóknak. Az optimális csoportosítás és a csoport gazdaságos mérete azonban még mindig egy kutatás alatt levő terület, melynek a fejlesztéséhez a jelen eljárás is hozzá akar járulni.

Az alkatrészek csoportosítása

Többféle csoportosítási eljárás ismert. Egyik eljárás a *metszés módszere* (1. Ábra), mely egyszerű esetekben sikeresen segít felfedezni a lehetséges csoportosítást, de bonyolult esetekben **nehezen alkalmazható**.

1. Ábra A metszés módszerének elvi vázlata

A 2. Ábra egy példát mutat a metszés módszerének alkalmazásáról.

2. Ábra A metszés módszerének alkalmazása egy p=8 és m=6 mátrix esetében

McAuley, javasolta [1] a *hasonlósági együttható* módszerét. Az adott M mátrixot vektorokra bontotta. Legyen két ilyen vektor a következő meghatározású:

$$V_k = [t_{1j} \quad t_{2j} \quad . \quad . \quad . \quad t_{kj} \quad . \quad . \quad . \quad t_{mj}] \tag{1}$$

$$V_l = [t_{1j} \quad t_{2j} \quad . \quad . \quad . \quad t_{lj} \quad . \quad . \quad . \quad t_{mj}] \tag{2}$$

A két, (0-1) elemekből felépített vektor hasonlósági együtthatóját a következő képlettel számítjuk ki:

$$S_{kl} = \sum_{j=1}^p \delta(t_{kj}, t_{lj}) \tag{3}$$

ahol:

$$\delta(t_{kj}, t_{lj}) = \begin{cases} 1 & \text{ha } t_{kj} = t_{lj} \\ 0 & \text{ha } t_{kj} \neq t_{lj} \end{cases}$$

bármely $j=1, 2, \dots, p$ és $k, l=1, 2, \dots, m$

bármely $j=1, 2, \dots, p$ és $k, l=1, 2, \dots, m$

- ahol :
- p - az alkatrésztipusok száma
 - m - a műveletek száma

Egy adott pxm méretű M mátrix esetében (3. ábra), ha az oszlopvektorokat hasonlítjuk össze, akkor a hasonlósági együtthatók mátrixa(4. ábra) pxp méretű lesz.

1

2

3

4

5

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Ábra 5x4-es méretű mátrix

4. Ábra A hasonlósági együtthatók mátrixa

A meghatározott hasonlósági mátrixban a zárt hurkok jelentik az ajánlott csoportosítást, melyeknek a felfedezése nem minden esetben könnyű művelet:

$$X_{13} = X_{31} \text{ és } X_{24} = X_{45} = X_{52}$$

Az adott példa esetében az 5. ábrán bemutatott mátrix tartalmazza a javasolt csoportosítást és annak alapján az alkatrészekből a következő két csoportot alkothatunk :

1. csoport $\rightarrow \{1, 3\}$
2. csoport $\rightarrow \{2, 4, 5\}$

A megmunkálásra használt gépekből pedig a következő cellákat alkothatjuk :

1. cella $\rightarrow \{b, d\}$
2. cella $\rightarrow \{a, c\}$

$$M = \begin{array}{cc|ccc|c} & 1 & 3 & 2 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & 1 & & 0 & 0 & 0 & b \\ 1 & 1 & & 0 & 0 & 0 & d \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & & a \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & & c \end{array}$$

5. Ábra A hasonlósági együttható módszerének alkalmazása a $p=5$ és $m=4$ mátrix esetében

Kusiak (1987) [2] javasolta az *átlós csoportosítás* módszerét, mely szerint a mátrix átlója mentén alakulnak ki a csoportok, miután az oszlopokat és sorokat megfelelő szabályok szerint felcseréltük. A kialakult csoportok számát előre szabályozni lehet. A 6. ábrán bemutatott mátrix elemeit csoportosíthatjuk úgy is, hogy három csoportja legyen (7. ábra) és úgy is, hogy két csoportot alkossanak (8. ábra).

1	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1

6. Ábra 8x6-os mátrix

1	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	1	1	1

7. Ábra Három csoportra bontás

1	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	1	1	1

8. Ábra Két csoportra bontás

Többen tovább fejlesztették ezt a módszert és számítógépes feldolgozásra alkalmazták. Többek között maximálták az elemek számát, melyek a csoporthoz tartoznak, vagy minimálták az elemek számát, melyek a csoportokon kívül esnek [Ventura, Chen, Wu]. Mások előre meghatározták az alsó és felső határokat, melyek korlátozzák az egy csoporthoz tartozó alkatrészek és gépek számát [Hon, Chi]. A csoportosítás hatékonysága [Chandrasekharan, Rajagopalan], vagyis az 1-es elemek jelenléte a csoportokban és a 0-s elemek jelenléte a csoportokon kívül meghatározható a következő képletekkel:

$$\eta = q \eta_1 + (1 - q) \eta_2 \quad (4)$$

ahol:

- η_1 - az adott átló 1-es elemekkel való kitöltésének hatékonysága

$$\eta_1 = \frac{N_1^{\text{in}}}{\sum_{k=1}^g m_k p_k} \quad (5)$$

- η_2 - az átlón kívül eső terület 0-val való kitöltésének hatékonysága

$$\eta_2 = \frac{N_0^{\text{ex}}}{mp - \sum_{k=1}^g m_k p_k} \quad (6)$$

- q - súlyzó tényező
- m, p, m_k, p_k - a mátrix és a csoportok méretei
- $N_1^{\text{in}}, N_0^{\text{ex}}$ - az 1-es és a 0-s elemek száma a csoportokon belül vagy kívül
- g - a csoportok száma

A csoportosítás kivitelezése halmazelmélet segítségével

Az adott alkatrészeket, melyeket csoportosítani akarunk és melyeket egy adott M mátrixban ismertnek tekintünk, külön-külön számokkal az alkatrészeket és betűkkel a műveleteket jelöljük, betartva a megfelelő sorrendeket.

A csoportosítást a következő lépésekkel végezzük el:

1. Minden alkatrészt függetlennek tekintünk és a hozzájuk rendelt műveletsort típustechnológiának
2. Azonosítjuk és egyesítjük a technológiailag azonos alkatrészeket
3. Azonosítjuk és egyesítjük a részhalmazokat egy közös technológia alatt
4. Egyesítjük a maradék halmazokat. Először azokat melyeknek több közös elemük van, végül azokat melyeknek kevés vagy egyáltalán nincs közös elemük. Addig végezzük az egyesítést, míg az adott alkatrészek egyetlen csoportot alkotnak.

Minden szinten kiszámítjuk a csoportosítás hatékonyságát:

$$\eta[\%] = \frac{N_1^k}{m_k \cdot p_k} \cdot 100 \quad (7)$$

ahol:

- N_1^k - az 1-es elemek száma a k csoportban
- m_k, p_k - a k csoport méretei

A hatékonyságnak a súlyozott számtani középértéke kiszámítható a következő képlettel:

$$\eta_s = \frac{\sum_{k=1}^g p_k \cdot \eta_k}{p} \tag{8}$$

ahol:

- p_k - a k csoport alkatrészeinek száma
- η_k - a k csoport csoportosítási együtthatója
- g - a csoportok száma
- p - az alkatrészek száma

Ha az alkatrészeket külön-külön típustechnológiával készítjük, akkor a csoportosítás hatékonyságának a felső határát kapjuk ($\eta_{\max}$). Ha pedig az összes alkatrészt egyetlen csoportba tesszük és közös technológiával megmunkáljuk, akkor a csoportosítás hatékonyságának az alsó határát kapjuk ($\eta_{\min}$). A kettő között a csoportosítás hatékonysága változó. Azt a csoportosítást választjuk melynek hatékonyságát megfelelőnek tartjuk az adott megmunkálási körülmények esetében.

A csoportosítási módszer alkalmazása

Adott egy 22 alkatrészt tartalmazó 11 műveletben megmunkálható mátrix [Hon]:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A következő halmazokra bontjuk:

$\{1\}=\{a,d,e,j\}$	$\{12\}=\{b,c,f,h,j\}$
$\{2\}=\{a,d,e,j\}$	$\{13\}=\{c, h\}$
$\{3\}=\{a,d,e,j\}$	$\{14\}=\{g,h,i\}$
$\{4\}=\{g,i,k\}$	$\{15\}=\{a,d,e,j\}$
$\{5\}=\{b,c,f,h,j\}$	$\{16\}=\{a,d,e,j\}$
$\{6H\{c,g,h\}$	$\{17\}=\{g,h,i,k\}$
$\{7\}=\{e,$	$\{18\}=\{g,h,i,k\}$
$\{8\}=\{b,f,j\}$	$\{19\}=\{b,c,f,h\}$
$\{9\}=\{g, h, i, k\}$	$\{20\}=\{a, d, e\}$
$\{10\}=\{h,k\}$	$\{21\}=\{a,d,e\}$
$\{11\}=\{b,d,j\}$	$\{22\}=\{a,d,e\}$

1. A technológiailag azonos alkatrészek csoportosítása :

$\{1,2,3, 15, 16\}=\{a,d,e,j\}$	$\{7\}=\{e,j\}$	$\{11 \}=\{b, d, j\}$
$\{4\}=\{g,i,k\}$	$\{8\}=\{b,f,j\}$	$\{13\}=\{c,h\}$
$\{5, 12\}=\{b,c,f,h,j\}$	$\{9, 17, 18\}=\{g,h,i,k\}$	$\{14\}=\{g,h,i\}$
$\{6\}=\{c, g, h\}$	$\{10\}=\{h, k\}$	$\{19\}=\{b, c, f, h\}$
		$\{20,21,22\}=\{a,d,e\}$

A csoportosítás hatékonysága 100 %-os.

2. A részhalmazok azonosítása és egyesítése :

$\{1,2,3,7, 15, 16, 20,21, 22\}=\{a,d, e,j\}$
 $\{4,9, 10, 14, 17, 18\}=\{g,h,i,k\}$
 $\{5,8, 12, 13, 19\}=\{b,c,f,h,j\}$
 $\{6\}=\{c,g,h\}$
 $\{11\}=\{b,d, j\}$

η_1	η_2	η_3	η_4	η_5	η_s
86,11 %	83,33 %	76 %	100 %	100 %	84,31 %

3. A halmazok egyesítése :

a. $\{1, 2, 3, 7, 11, 15, 16, 20, 21, 22\}=\{a, b, d, e, j\}$
 $\{4,6,9, 10, 14, 17, 18\}=\{c,g,h,i,k\}$
 $\{5, 8, 12, 13, 19\}=\{b,c,f,h,j\}$

η_1	η_2	η_3	η_s
68 %	82,14 %	76 %	74,31 %

b. $\{1, 2, 3, 7, 15, 16, 20, 21, 22\}=\{a, d, e, j\}$
 $\{4,6,9, 10, 14, 17, 18\}=\{c,g,h,i,k\}$
 $\{5,8, 11, 12, 13, 19\}=\{b,c,d,f,h,j\}$

η_1	η_2	η_3	η_s
86,11 %	65,71%	61,11 %	72,80 %

c. $\{1,2,3,5,7,8, 11, 12, 13, 15, 16, 19, 20, 21, 22\}=\{a, b, c, d, e, f, h,j\}$
 $\{4,6,9, 10, 14, 17, 18\}=\{c,g,h,i,k\}$

η_1	η_2	η_s
44,16 %	65,71 %	51,01 %

d. $\{1,2,3,7, 11, 15, 16, 20, 21,22\}=\{a,b, d, ej\}$

$\{4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 17, 18, 19\}=\{b, c, f, g, h, i, j, k\}$

η_1	η_2	η_s
68 %	43,75 %	54,77 %

e. $\{1,2, \dots ,22\}=\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k\}$

η_1	η_s
31,40 %	31,40 %

Következtetés

A bemutatott példát elemezve arra a következtetésre juthatunk, hogy több megoldása is van. Ha három csoportba akarjuk osztályozni az alkatrészeket, akkor a 3.a variáns a legjobb. Ha a két csoportba akarjuk osztályozni akkor a 3.d variáns a legjobb.

Irodalom

1. **Gupta T., Seifoddini H.** : Production data based similarity coefficient for machine-component grouping decisions in the design of a cellular manufacturing system, Int. J. Prod. Res., 1990, Vol. 28, no. 7, p. 1247-1269.
2. **Kusiak A.** : The generalized group technology concept, Int. J. Prod. Res. 1987, Vol. 25, no. 4, p. 561-569.

Prof. dr. Gyenge Csaba
Műszaki Egyetem, Kolozsvár
B-dul Muncii 103-105, RO-3400 Cluj-Napoca
T: 0040-264-415001
E-mail: cgyenge@tcm1.east.utcluj.ro

Mezei Sándor
doktorandus, K.M.E.
Str. Páicii nr. 41, RO-4300 Tg-Mureş
T: 0040-265-214511
E-mail: smezei@fx.ro