FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2003. március 21-22.

PETRI-HÁLÓ MODELLEK FOLYAMATSZINTÉZIS-ALAPÚ ANALÍZISE¹

Gyapay Szilvia

Abstract - Összefoglalás

Resource allocation and scheduling optimization problems are core problems in the field of IT systems. However, such problems frequently underlay several additional constraints and the formalization of a real life problem requires a well-defined mathematical and modeling approach providing an *integrated verification and optimization*. We propose such methods adapting *Process Network Synthesis* algorithms to the *Petri net* model: combining the efficiency of PNS optimization algorithms with the modeling power of Petri nets, they provide powerful techniques to compute optimal Solutions for resource allocation and scheduling problems.

Az erőforrás allokációs és ütemezési problémák optimális megoldásának meghatározása alapprobléma az információs rendszerek területén. Mindazonáltal ezek a problémák gyakran tartalmaznak további kényszereket, így a valós problémák formalizálása precíz matematikai modellező paradigmát igényel, amely *integrált verifikációs és optimalizálási eszközt* nyújt. Ilyen módszereket szolgáltat a *folyamatszintézis* algoritmusok alkalmazása a rendszer *Petri-háló* modelljében: az előbbieket hatékonyságát és az utóbbiak modellező erejét ötvözve hathatós algoritmusok dolgozhatóak ki erőforrás allokációs és ütemezési problémák megoldására.

1. Bevezető

Napjainkban az élet minden területén elvárás egy informatikai rendszerrel szemben a bizonyítottan helyes és optimális működés. Különösen igaz ez az ütemezési és erőforrás allokációs feladatok esetében. E követelmény teljesülésének vizsgálata az információs rendszerek növekvő komplexitása miatt formális módszerek használatát igényeli, melynek egyik legelterjedtebb eszközét a *Petri-hálók* szolgáltatják [4].

¹ A cikk az OTKA T038027 (Országos Tudományos Kutatási Alap) projekt támogatásával készült.

A Petri hálók népszerűségüket érthető grafikus reprezentációjuk mellett modellező erejüknek köszönhetik: mind a nemdeterminisztikusság, mind a párhuzamosság modellezését támogatják. Éppen ezért a Petri-hálók kiválóan alkalmasak információs rendszerek vezérlési problémáinak modellezésére, amely tipikusan elérhetőségi problémával fogalmazhatunk meg. Ugyanakkor a valós problémákat leíró Petri-hálók analízise extrém méretük miatt könnyen állapottér-robbanáshoz vezethet, hiszen egy állapot elérhetőségének bizonyítása során gyakran a teljes állapottér kiterítése szükséges. Továbbá a tágabb értelemben vett vezérlő rendszerekben az optimális megoldás keresése a rendszer működési fázisaihoz rendelt költségek felett értelmezett, amely keresési probléma megoldására gyakorlati jelentősége ellenére az irodalom nélküli a Petri-hálókon optimalizálást végző algoritmusokat.

E hiány pótlására a Petri-hálókkal mutatott hasonlóságuk alapján a *folyamatszintézis* algoritmusainak alkalmazását vizsgáljuk, amely módszerek alkalmasak a rendszer Petri-háló modelljében adott kezdő- és végállapot közötti optimális trajektóriáinak meghatározására. A *produkciós hálók szintézis* feladatának újrafogalmazásával és a megfelelő matematikai eszközök kidolgozásával szükséges és elégséges feltételrendszer, valamint hatékony algoritmusok állnak rendelkezésre a teljes megoldástér egzakt meghatározására, továbbá az e fölött értelmezett függvények optimalizálására [1].

2. Analógia: Petri-hálók elérhetőségi analízise és folyamatszintézis módszerek

A Petri-hálók egyik előnye, hogy egyszerű, érthető grafikus ábrázolással rendelkeznek (ábra). A Petri-hálók páros, irányított gráfok, amelyekben a két diszjunkt csúcshalmaz *helyeket* és *tranzíciókat* ábrázol. A helyek *tokeneket* tartalmazhatnak, amelyek eloszlásával jellemezhető a háló állapota. A tokeneket a tranzíciók tüzelése áramoltatja a hálóban: egy tranzíció tüzelése elnyeli a bemeneti helyeken tartalmazott, az élekhöz rendelt súlyfüggvénynek megfelelő számú token (az ábrán minden élre 1), majd szintén a súlyfüggvény által meghatározott mennyiségben termel token a kimeneti helyekre.

A háló egy trajektóriája egy végrehajtható tüzelési szekvenciát ír le két állapot között. A kiterjesztett modellben a költségek a rendszer működési fázisaihoz, azaz a tranzíciókhoz vannak rendelve. Ebben az esetben az elérhetőségi probléma csupán annak a problémának az eldöntése, hogy adott kezdőállapotból adott célállapot elérhető-e, hanem az optimális (minimális költségű) trajektória keresése az állapottérben adott kezdő- és célállapot között.

A produkciós hálók a termelési folyamatot irányított páros gráffal írják le, amelyekben a csomópontok egyik típusa az *anyagtárolókat*, másik típusa pedig a *műveletvégző egységeket* reprezentálja, a

csomópontok közötti élek pedig a köztük levő kapcsolatot (többnyire anyagmozgást) írják le.

A folyamatszintézis feladata (röviden PNS) adott nyersanyagok (nyersanyagok) felhasználásával megfelelő mennyiségű végtermék gyártása a műveletvégző egységek segítségével (ábra). Ennek mennyiségi paraméterei a műveletvégző egységek anyagfogyasztó- és termelő rátája, valamint a nyersanyagok és a műveletvégző egységek állandó és működési költsége. így a feladat nem csupán egy megfelelő termelő hálózat megadása, hanem optimális hálózat megadása is (ábra: vastagított részgráf). Az

Accelerated Branch and Bound (ABB) algoritmus az alapproblémát több részproblémára, azaz termelési ágra bontja (a probléma strukturális tulajdonságainak és a hagyományos Branch and Bound módszernek megfelelően), a további keresést a redukált téren végezve.

Az ábrák alapján nyilvánvaló a hasonlóság a Petri-hálók és a produkciós hálók között [2]: a Petri-háló helyei a produkciós hálók anyagtárolóinak, a tökének az anyagoknak, az állapotátmenetet reprezentáló tüzelések pedig a műveletvégző egységeknek feleltethetők meg. Ugyanakkor az elérhetőségi probléma felfogható adott végtermékek gyártásaként: a kezdőállapotban tokeneket tartalmazó helyeknek megfelelő anyagtárolók által tartalmazott anyagokból (nyersanyagok) termelhetők-e a célállapot helyeinek megfelelő termékek.

3. Folyamatszintézis módszerek alkalmazhatósága az elérhetőségi problémában

A fent említett hasonlóság ellenére azonban a PNS algoritmusok nem alkalmazhatóak közvetlenül általános Petri-hálók elérhetőségi problémájának megoldására olyan Petri-hálók esetében, amelyek úgynevezett *szifont* tartalmaznak [5]. A szifon a helyek egy olyan részhalmaza, amely, ha egy adott állapotban nem tartalmaz tokenet, akkor ebből az állapotból nem érhető el olyan állapot, hogy token kerüljön a szifonba (ábra: p1,p4 szifont alkotnak). A szintézis feladat megfelelő anyaga a *katalizátor*: ezek az anyagok a hálózatban egyszerre kerülnek fogyasztásra és termelésre is (ábra: E anyag). A PNS feladatban a katalizátor jelenléte a termelésben nem okoz problémát, mivel a folyamatszintézis módszerei, bár a katalizátor nem gyártható nyersanyagokból, de „kölcönvehető” a termelés idejére.

A fentiek miatt a folyamatszintézis algoritmusok csak közvetve alkalmazhatók tetszőleges Petri-hálók kiterjesztett elérhetőségi problémájának megoldására:

- A kiterjesztett esetben a Petri-háló úgynevezett *fedési fája* a strukturális elágaztatás (amely az adott állapotban a tüzelhető tranzíciók alapján történik) mellett további numerikus vágásokkal gyorsítja a keresést: ha egy állapotban a kiindulóállapotból hozzávezető trajektória költsége

nagyobb, mint egy már ismert a kezdő- és célállapot között vezető tüzelhető trajektóriaé, akkor a fa építése ezen az ágon nem folytatódik. Ugyanakkor a fa felépítése során az algoritmus által adott trajektória tüzelhetősége lépésről lépésre biztosított.

- Egy másik módszer középpontjában a *szimbolikus modellellenőrzés* áll. A megfelelő folyamatszintézis feladat ABB algoritmus által generált optimális megoldása által eredményezett állapot elérhetőségét az állapottérnek az állapotátmenetek hatékony ábrázolása alapján történő felépítésével ellenőrizzük [5].
- Az elérhetőségre adott pozitív válasz esetén a megoldás tüzelhetőségének ellenőrzése adja az algoritmus utolsó fázisát, amely szimbolikus modellellenőrző programok segítségével elvégezhető. Mind az elérhetőségi, mind a tüzelhetőségi vizsgálatra adott negatív válasz esetén az ABB algoritmus generálja a következő legkedvezőbb optimális megoldást, amelyet szintén elérhetőségi és tüzelhetőségi analízis követ.

A jelenleg folyó kutatás célja egy olyan integrált algoritmus kidolgozása, amelyben az állapottér az állapotátmeneti függvény tranzitív lezártjával jellemezhető, amelynek nagy előnye, hogy kezdőállapottól függetlenül szolgáltatja az elérhető állapotok kompakt leírását.

Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom témavezetőmnek, Dr. Pataricza Andrásnak, aki tanácsaival segítette munkám előrehaladását.

Hivatkozások

- [1] F. Friedler, J. B. Varga, E. Fehér, L.T. Fan, "Combinatorial Accelerated Branch-and-Bound Method for Solving MIP Model of Process Network Synthesis, Nonconvex Optimization and its Applications", *State of the Arts in global Optimization, Computational Methods and Applications*, 609-626, 1996.
- [2] Sz. Gyapay, A. Pataricza, J. Sziray, F. Friedler, "Petri Net-based Optimization of Production Systems", in *The 6th IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems*, Opatija, Croatia, 2002.
- [3] S. Melzer and J. Esparza, "Checking system Properties via Integer Programming", in *European Symposium on Programming*, pp. 250-264, 1996.
- [4] T. Murata, "Petri Nets: properties, analysis and applications", *Proceedings of the IEEE*, 77(4), pp. 541-580, 1989.
- [5] E. Pastor, J. Cortadella, O. Roig, "Symbolic Analysis of bounded Petri nets", *IEEE Transactions on computers*, 50(5):432-448, 2001.

Név: Gyapay Szilvia doktorandusz hallgató

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék, H-1117 Budapest, Magyar tudósok körútja 2.

Telefon: +36-1-4633579, Fax: +36-1-4632667, E-mail: gyapay@mit.bme.hu