FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2001. március 23-24.

ÖRVÉNYÁRAMSZÁMÍTÁS FORGÓ MÁGNESES TÉRBEN

Fűzi János

Summary - The case of coherent rotational magnetization is investigated in an isotropic ferromagnetic sheet. The anhysteretic magnetizing curve of the material is approximated by an analytical function and its vector hysteresis characteristic is modelled by a vector Preisach operator, which computes the magnitude of magnetization vector by a classical Preisach model with the projection of field strength on its direction as input, while its orientation is determined by a friction-like mechanism. The equations of the electromagnetic field are solved by error minimization in finite difference formulation.

1. Bevezetés

Az örvényáramok számítása ferromágneses közegben elvégezhető az elektromágneses tér egyenleteinek megoldását összekapcsolva a megfelelő mágneses modellel. Utóbbi lehet szaturációs modell, mely egyértékű összefüggést ír le a mágneses térerősség és indukció között, vagy hiszterézismodell, mely a két mennyiség közötti összefüggés megállapításánál figyelembe veszi a közeg mágneses történetét is. Amennyiben a geometriai szimmetria és a gerjesztési feltételek a térerősség és mágnesezettség vektorok párhuzamosságát a vizsgált tartomány egészében biztosítják, elegendő skaláris hiszterézismodell alkalmazása [1 – 4]. Ellenkező esetben vektor hiszterézismodellre van szükség a mágneses térerősség és mágnesezettség közötti helyi összefüggés leírásához [5 - 6].

2. Mágneses modellek

A nem szemcseorientált, 0.5 mm vastag STABOCOR 250-50 A vasmaglemez skaláris hiszterézis karakterisztikáját a klasszikus Preisach modellel írhatjuk le. A hiszterézis határhurok és a hiszterézismentes mágnesezési görbe az 1. ábrán látható. A hiszterézismentes mágnesezési görbe a következő függvénnyel közelíthető:

$$M = \sum_{q=1}^n m_q \arctan(k_q H) \quad , \quad (1)$$

ahol $n = 3$, $m_1 = 0.654 / \mu_0 \text{ A/m}$, $k_1 = 0.037 \text{ m/A}$,

$m_2 = 0.273 / \mu_0 \text{ A/m}$, $k_2 = 0.011 \text{ m/A}$,

$m_3 = 0.144 / \mu_0 \text{ A/m}$, $k_3 = 0.0007 \text{ m/A}$.

1. ábra. A STABOCOR 250-50 A vasmag-
lemez hiszterézis határhurka és hiszterézis-
mentes mágnesezési görbéje

3. Elektromágneses téregyenletek

Koherensen forgó mágneses térrel (a lemez síkjával párhuzamos mágneses térerősség a felület minden pontjában egyformán változik) gerjesztett végtelen lemez esetén a térerősség minden pontban párhuzamos a lemez felületével és csak a mélység és az idő függvénye. A $2a = 0.5$ mm vastag lemez szimmetriasíkja az xy síkban fekszik.

$$\mathbf{H}(z, t) = H_x(z, t)\mathbf{i} + H_y(z, t)\mathbf{j} . \quad (2)$$

Mivel ezen mágneses térerősség divergenciája nulla, kielégíti a

$$\Delta \mathbf{H} = \sigma \mu_0 \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right) \quad (3)$$

egyenletet a következő határfeltételekkel:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(a, t) &= \mathbf{H}_0(t) \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z}(0, t) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Merőleges koordinátarendszerben:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial t} &= \frac{\frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} \left(1 + \frac{\partial M_y}{\partial H_y} \right) - \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} \frac{\partial M_x}{\partial H_y}}{\left(1 + \frac{\partial M_x}{\partial H_x} \right) \left(1 + \frac{\partial M_y}{\partial H_y} \right) - \frac{\partial M_x}{\partial H_y} \frac{\partial M_y}{\partial H_x}} \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} \left(1 + \frac{\partial M_x}{\partial H_x} \right) - \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} \frac{\partial M_y}{\partial H_x}}{\left(1 + \frac{\partial M_x}{\partial H_x} \right) \left(1 + \frac{\partial M_y}{\partial H_y} \right) - \frac{\partial M_x}{\partial H_y} \frac{\partial M_y}{\partial H_x}} \end{aligned} \right. , \quad (5)$$

ahol a differenciális szuszceptabilitásokat az alkalmazott mágneses modell adja.

A hiszterézismentes mágnesezési görbe alkalmazásával:

$$\begin{cases} \frac{\partial M_x}{\partial H_x} = \frac{M}{H} \frac{H_y^2}{H^2} + \frac{dM}{dH} \frac{H_x^2}{H^2} \\ \frac{\partial M_x}{\partial H_y} = \frac{\partial M_y}{\partial H_x} = \left(-\frac{M}{H} + \frac{dM}{dH} \right) \frac{H_x H_y}{H^2} \\ \frac{\partial M_y}{\partial H_y} = \frac{M}{H} \frac{H_x^2}{H^2} + \frac{dM}{dH} \frac{H_y^2}{H^2} \end{cases}$$

$$\left(1 + \frac{\partial M_x}{\partial H_x} \right) \left(1 + \frac{\partial M_y}{\partial H_y} \right) - \frac{\partial M_x}{\partial H_y} \frac{\partial M_y}{\partial H_x} = \left(1 + \frac{M}{H} \right) \left(1 + \frac{dM}{dH} \right) \quad (6)$$

$$\lim_{H \rightarrow 0} \frac{M}{H} = \sum_{q=1}^n m_q k_q$$

$$\frac{dM}{dH} = \sum_{q=1}^n \frac{m_q k_q}{1 + k_q^2 H^2}$$

Az indukált örvényáraműrűség:

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial H_y}{\partial z}(z, t) \mathbf{i} + \frac{\partial H_x}{\partial z}(z, t) \mathbf{j} \quad (7)$$

Az (5) differenciális egyenletrendszer időtartományban oldjuk meg. A lassan konvergáló tranziens számítás elkerüléséért a gerjesztő $H_0(t)$ térerősség nagyságát lineárisan növeljük az első öt forgás alatt.

4. Számítási eredmények

2. ábra. A mágneses térerősség, indukció és örvényáramsűrűség vektorok nagyság- és fáziseloszlása körkörös gerjesztésnél, különböző telítettszintekre.

3. ábra. Térjellemző vektorok mértani helye elliptikus gerjesztésnél különböző mélységekben másodpercenkénti 500 forgásra (az egyforma jelek azonos időpillanatot jelentenek).

5. Következtetések

A forgó mágnesezési folyamatoknál fellépő örvényáramsámítást lényegesen felgyorsítja a közeg mágneses jellemzőinek hiszterézis nélküli közelítése a pontosabb hiszterézismodell alkalmazása helyett. A kapott eredmények első közelítésként használhatók a bonyolultabb, hiszterézist is figyelembe vevő számításokhoz.

Irodalomjegyzék

1. R.M. Del Vecchio: "Computation of Losses in Nonoriented Electrical Steels from a Classical Point of View," *Journal of Applied Physics*, 53 (1982) 8281 - 8286.
2. Fúzi J.: "Eddy Currents in Ferromagnetic Sheets Taking Magnetic Hysteresis Nonlinearities into Account," *Periodica Polytechnica Budapest*, Ser.El.Eng. Vol.39, No.2 (1995) 131-143,.
3. Tata M., Fúzi J.: "Eddy Currents in Toroidal Cores Taking Magnetic Hysteresis into Account," Proc. 7* IGTE Symp., Graz, Austria- 1996, pp. 470-475.
4. Fúzi J., Iványi A.: "Eddy Currents in Ferromagnetic Cylinders Taking Hysteresis into Account," *6th International Journal of Theoretical Electrotechnics* (1996) 54-61.
5. Iványi A.: "Hysteresis in Rotation Magnetic Field," *Physica B* 275 (2000) 107-113.
6. Fúzi J., Iványi A.: "Isotropic Vector Preisach Partiele," *Physica B* 275 (2000) 179-182.