FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2001. március 23-24.

Mágneses térrel való pozicionálás

Szabó Zsolt, Iványi Amália

Abstract

In this paper the behaviour of a nonmagnetic cube emulated on two opposite side with ferromagnetic matériái and placed in uniform magnetic field is investigated. Magnetostatic field computation, using integral equation formulation is presented. For the ferromagnetic matériái saturation curve is considered. The torque that appears under external magnetic field intensity is evaluated, and the positioning process of the cube is simulated. The presented integral equation formulation for the computation of magnetic torque that acts on the cube represents an easy and fast computation solution, because the discretisation is made up only on ferromagnetic parts of the arrangements and the geometry mátrix is computed only one time. This advantage facilitates the coupling of this field computation technique with the mechanical equations.

Bevezetés

Tekintsünk egy mágneses tulajdonságokkal nem rendelkező anyagból készült, $a=1$ cm oldalélű kockát. A kocka két szembelevő oldalát vonjuk be vékony mágneses anyaggal, melynek vastagsága $b=0.5$ mm, ahogy az 1. ábra mutatja. A ferromágneses anyag mágnesezési görbéje a 2. ábrán látható. A kocka tömege 0.5 g.

1. ábra A vizsgált elrendezés 2. ábra A ferromágneses bevonat mágnesezési görbéje

A kockát egy külső mágneses térbe helyezve, a ferromágneses anyag felmágnesesződik, erőhatás és forgatónyomaték keletkezik, amelyik megpróbálja a kockát a tér irányába forgatni, illetve a kisebb gradiensű tér irányába elmozdítani. Ha a külső tér homogén, akkor csak forgató hatás jelentkezik, amelyik segítségével a kocka kívánt helyzetbe pozicionálható.

Integrálegyenletek módszere a ferromágneses közegben létrejövő mágneses tér számítására

Mivel a ferromágneses anyag nagyon vékony réteget képez a kocka oldalain, ezért a feladat magnetosztatikusnak tekinthető, a megoldandó Maxwell egyenletek

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}). \quad (1)$$

A mágneses térerősség két részre bontható

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s + \mathbf{H}_m, \quad (2)$$

ahol $\mathbf{H}_s$ a külső források által létrehozott divergenciamentes mágneses tér, $\mathbf{H}_m$ az a rotációmentes tér, amelyet a megmágneseződött ferromágneses anyag hoz létre. A rotációmentes tér felírható egy mágneses skalárpotenciál segítségével

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_m = 0, \quad \mathbf{H}_m = -\operatorname{grad} \varphi_m, \quad (3)$$

amely mint dipólus-potenciál állítható elő a mágnesezettség ismeretében

$$\varphi_m = \frac{1}{4\pi} \int_V \mathbf{M} \operatorname{grad} \frac{1}{r} dV. \quad (4)$$

Osszuk fel a ferromágneses anyagot n téglatest alakú elemi térfogatra, és tekintsük a mágnesezettséget állandónak minden elemen [1]. A (3) és (4) segítségével (1. ábra)

$$\mathbf{H}_m^j = -\frac{1}{4\pi} \int_{V_e} \operatorname{grad}_j \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i \operatorname{grad}_i \frac{1}{r_{ji}} \right) dV. \quad (5)$$

Figyelembe véve, hogy az elemeken a mágnesezettség állandó, diszkrétizálás után bevezetve egy csak a geometriai elrendezéstől függő mátrixot a fenti összefüggés a következő alakba írható

$$\mathbf{H}_m^j = \sum_{i=1}^n G_{ji} \mathbf{M}_i, \quad (6)$$

ahol $\mathbf{H}_m^j$, $\mathbf{M}_i$ oszlop vektorok amelyek mindhárom koordináta szerinti komponenszt tartalmaznak, G_{ji} pedig szimmetrikus mátrix

$$G_{ji} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{xy} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{xz} & G_{yz} & G_{zz} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

a következő elemekkel

$$\begin{aligned} G_{xx} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_e} \frac{3(x_j - x_i)^2 - r_{ji}^2}{r_{ji}^5} dV, & G_{xy} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_e} \frac{3(x_j - x_i)(y_j - y_i)}{r_{ji}^5} dV, \\ G_{xz} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_e} \frac{3(x_j - x_i)(z_j - z_i)}{r_{ji}^5} dV, & G_{yy} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_e} \frac{3(y_j - y_i)^2 - r_{ji}^2}{r_{ji}^5} dV, \\ G_{yz} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_e} \frac{3(y_j - y_i)(z_j - z_i)}{r_{ji}^5} dV, & G_{zz} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_e} \frac{3(z_j - z_i)^2 - r_{ji}^2}{r_{ji}^5} dV. \end{aligned} \quad (8)$$

A fenti integrálok analitikusan kiértékelhetők. A négyponos Gauss kvadratura is jó közelítést ad, kivéve a főatlóban szereplő integrálokat, amelyek az $i = j$ esetén szingulárisokká válnak. A saját elemen való kiértékelésükre vagy analitikus megoldások,

vagy magasabb fokú numerikus közelítések szükségesek. Minden elemre kiszámítva a geometria mátrixot,

$$\mathbf{M} = \kappa \mathbf{H} = \kappa (\mathbf{H}_s + \mathbf{GM}), \quad (9)$$

a mágnesezettség kifejezhető

$$\mathbf{M} = (\kappa^{-1} - \mathbf{G})^{-1} \mathbf{H}_s = \mathbf{A} \mathbf{H}_s. \quad (10)$$

Az anyagot homogénnek és izotrópnak tekintve a κ szuszceptabilitás tenzornak csak főátlóbeli elemei vannak, amelyek a mágneses térerősség függvényei. A (10) egyenlet-rendszert kiegészítve a nemlineáris karakterisztikával, amelynek analitikus alakja

$$M = 10^5 \cdot \arctg(H/3000), \quad (11)$$

iteratív módon megoldható. Az iteráció kezdetben a szuszceptabilitás mátrix egy becsült értékéből indul, (10) lineáris egyenletrendszerek segítségével a mágnesezettség kiszámítható, a (11) nemlineáris karakterisztika segítségével a szuszceptabilitásra újabb becslés adható. Az iteráció konvergens, a mágnesezettség egy hibahatáron belül meghatározható [2].

A kocka helyzete és a mágneses tér egyenletei

Vezessünk be egy globális koordináta rendszert, és egy kockához rendelt lokálisát, ahogy a 3. ábrán látható. A globális rendszerben a kocka helyzete legyen $\theta = 60^\circ$ az x tengelyhez képest. A külső homogén forráster legyen párhuzamos a koordinátarendszerre síkjával és zárjon be $\theta_0 = 30^\circ$ szöget az x tengelyhez viszonyítva. A külső teret transzformáljuk a kockához rendelt lokális koordináta rendszerbe. $H_s = 8000$ A/m térerősségre a mágnesezettség eloszlását a ferromágneses anyagban a 4. ábra szemlélteti.

3. ábra A globális és lokális koordináta rendszer

4. ábra A mágnesezettség eloszlása

A kockára ható mágneses forgatónyomaték

$$\boldsymbol{\tau} = \sum_{i=1}^n \mu_0 V_e \mathbf{M}_i \times \mathbf{H}_s. \quad (12)$$

Ha a forrás tér párhuzamos az xy síkkal, csak a z tengely körüli forgatónyomaték jön létre. A kocka mozgásegyenlete

$$\Theta \ddot{\phi} = \tau_z - K \cdot \text{sign}(\dot{\phi}), \quad (13)$$

a következő kezdeti feltételekkel

$$\varphi|_{t=0} = \theta, \quad \dot{\varphi}|_{t=0} = 0, \quad \ddot{\varphi}|_{t=0} = 0. \quad (14)$$

ahol $\Theta = \int_V m d^2 dV$ a tehetetlenségi nyomaték, $K = \int_A \eta m g d dA$ a súrlódásból származó erők

fékező forgatónyomatéka, $\eta = 0.1$ a súrlódási együttható, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ a gravitációs gyorsulás. A (13) egyenletet Newmark iterációs eljárással megoldva, a kockára ható forgatónyomatékokat minden időlépésben újraszámolva, a kocka helyzetét jellemző szögre az 5. ábrán látható időbeli változás adódik. A mágnesezettség változását a 6. ábra, a forgatónyomatékát a 7. ábra, a szögsebességét a 8. ábra szemlélteti.

5. ábra. A kocka helyzetszöge

6. ábra. A mágnesezettségének változása

7. ábra. A forgatónyomaték változása

8. ábra. A kocka szögsebessége

Konklúzió

A fenti ábrákból megfigyelhető, hogy megfelelő nagyságú teret alkalmazva, a kocka néhány lengés után a tér irányába fordul, tehát a sztatikus terek alkalmazhatók kisméretű alkatrészek pozicionálására. A tárgyalt esetben a nyugalmi helyzetszög $\angle p = 28.97^\circ$.

Referenciák

- [1] T.Ohira, T. Takagi, K.Miya, T.Horie, Y.Seki, Magnetic Field Perturbation and Magnetic Stress Analysis due to a Ferromagnetic First Wall, IEEE Trans. on Magn., vol. 26, no. 2, 1990.
- [2] K.J.Binns, P.J.Lawrenson, C.W. Trowbridge, The Analytical and Numerical Solution of Electromagnetic Fields, John Wiley & Sons, 1992.

Szabó Zsolt, okl. villamosmérnök, PhD hallgató

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Elméleti Villamosságtan Tanszék
Egry József utca 18, H-1521 Budapest, Hungary

Telefon/fax, e_mail: (361) 4632915, (361) 4633189, szabo@evtszl.evt.bme.hu