FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 1999. március 19-20.

Mágneses hiszterézismodellek örvényáramszimulációban

Füzi János

Abstract – The classical Preisach model of hysteresis is briefly presented. The experimental construction of the support for its numerical implementation – the Everett surface – is described. Issues connected to some applications concerning eddy current simulation in ferromagnetic media are discussed. Numerical examples illustrate the frequency and saturation dependent skin effect produced by the eddy currents induced in the ferromagnetic and conductive media.

1. A klasszikus Preisach modell

A ferromágneses anyagok [1] viselkedésének leírására használatos igen hatékony matematikai modell a klasszikus Preisach modell [2, 3]. Az anyag egy részecskéjét téglalap karakterisztikájú hiszterézis-kapcsolók ($\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$) halmazával helyettesíti:

$$f(t) = \hat{\Gamma}u(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta} u(t) d\alpha d\beta \quad (1)$$

ahol $\mu(\alpha, \beta)$ a Preisach disztribúció, α a felkapcsolási, β pedig a lekapcsolási érték. Ez egy derékszögű háromszögön (1. ábra) értelmezett kétváltozós függvény, amelynek alháromszögeken számított integrálja az Everett integrálfelület. Utóbbi fontos eleme a modell numerikus implementációjának. Használata gyorsabbá teszi a modellt, mert a Preisach disztribúció integrálását futás közben nem kell elvégezni. Lényeges szempont, hogy méréssel meghatározható (2. ábra). A Preisach disztribúció az Everett függvényt kétszer deriválva számítható ki, ez a művelet azonban nagymértékben felerősíti a mérési zajokat. A felkapcsolt illetve lekapcsolt elemi operátorokat egy lépcsővonal választja el ($L(t)$ az 1. ábrán), amely a bemenettől függően változik és tárolja a modellezett részecske mágneses "történetét".

Az Everett függvény kiszámítása kísérleti úton, illetve analitikusan:

$$F(\alpha', \beta') = \frac{1}{2} (f_{\alpha'} - f_{\alpha' \beta'}) = \iint_{T(\alpha', \beta')} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2)$$

Ebben az alakban a Preisach modell gyors és viszonylag memóriatakarékos, de néhány vonatkozásban működése eltér a tapasztalattól. A minor hurkok leírását például az úgynevezett szorzat-modell [4, 5] teszi pontosabbá. A modell alapvetően statikus, dinamikus általánosítása az elemi operátorok jellemzőinek módosításán alapul. Ez azonban az Everett integrál használatát lehetetlenné teszi, emiatt a modell sokkal lassúbbá és memóriaigényesebbé válik.

1. ábra A Preisach háromszög és a lépcsővonal 2. ábra Az Everettfelület kísérleti meghatározása

2. Örvényáramszimuláció ferromágneses közegben

Ferromágneses anyagokban a dinamikus jelenségek okozói a klasszikus értelemben vett örvényáramok és a mágneses domének elmozduló falai mentén indukált helyi örvényáramok. Rendezett szemcséjű vasmaglemezekben az utóbbiak hatása nagyobb, viszonylag nagy keresztmetszetű öntött acél alkatrészek esetében azonban a klasszikus örvényáramszimuláció [6, 7] megfelelő pontosságot biztosít.

Az elektromágneses téregyenletek (Maxwell):

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} & \mathbf{J} &= \sigma \mathbf{E} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \mathbf{B} &= \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \end{aligned} \quad (3)$$

megoldásához szükség van a mágneses térerősség ($\mathbf{H}$) és a mágnesezettség ($\mathbf{M}$) közötti összefüggés meghatározására. Ehhez legáltalánosabb esetben dinamikus hiszterézismodell szükséges a megfelelő pontosság eléréséhez.

Amikor a konfiguráció és a gerjesztés módja állandó párhuzamosságot biztosít a mágneses térerősség és a mágnesezettség vektorok között, elegendő skaláris hiszterézismodellt használni. Gyűrű alakú vasmag esetében (3. ábra) például:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{u}_\varphi H(r, z, t) \\ \mathbf{J} &= -\mathbf{u}_r J_r(r, z, t) + \mathbf{k} J_z(r, z, t) \end{aligned} \quad (4)$$

és a térerősség divergenciája nulla nemlineáris (de izotropikus) közegben:

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = \frac{1}{r} \frac{\partial H(r, z, t)}{\partial \varphi} = 0. \quad (5)$$

Hengeres koordinátarendszerben az

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} - \frac{H}{r^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}}{\sigma \mu_0 \left(1 + \frac{dM}{dH} \right)}, \quad r \in [r_i, r_e], \quad z \in [0, a], \quad t \geq 0 \quad (6)$$

egyenlethez vezetnek, ahol a dM/dH nemlineáris tag helyi értékét a minden egyes rácspontban futtatott klasszikus Preisach modell adja. Megjegyzendő, hogy elég egyetlen Everett felületet tárolni, csak a lépcsővonal változik rácspontonként a helyi mágneses térerősség változásától függően.

3. ábra Modellezett elrendezés

A határfeltételek:

$$\left. \begin{aligned} H(r, a, t) &= H_0(r, t) \\ \frac{\partial H}{\partial z}(r, 0, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad r \in [r_i, r_e] \quad ; \quad t \geq 0 \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} H(r_i, z, t) &= H_0(r_i, t) \\ H(r_e, z, t) &= H_0(r_e, t) \end{aligned} \right\} \quad z \in [0, a]$$

A gerjesztőteret a w menetszámú tekercsen átfolyó, időben szinuszosan változó áram adja:

$$\begin{aligned} H_0(r, t) &= \frac{wi(t)}{2\pi r} \quad ; \quad r \in [r_i, r_e] \\ H_0(r, t) &= \frac{r_i + r_e}{2r} H_{0m}(t) \\ H_{0m}(t) &= \frac{w}{\pi(r_i + r_e)} I \sqrt{2} \sin(2\pi f t) \end{aligned} \quad (8)$$

Egy $r_i = 10$ mm belső, illetve $r_e = 30$ mm külső sugarú, $2a = 10$ mm vastag $\sigma = 5 \cdot 10^6$ S/m elektromos konduktivitású tóruszra kapott eredmények a 4. ábrán láthatók a következő esetekre:

- a) $f \rightarrow 0$ (statikus hiszteréziskarakterisztika);
- b) $f = 50$ Hz, 10 darab, egyenként 1 mm vastag lemezből álló mag;
- c) $f = 500$ Hz, 10, egyenként 1 mm vastag lemezből álló mag;
- d) $f = 50$ Hz, tömör mag;
- e) $f = 500$ Hz, tömör mag.

Megfigyelhető a szkineffektus (örvényáramok okozta térkiszorítás) frekvencia-, amplitúdó- és lemezvastagságfüggő hatása a mágnesezési karakterisztikára. Ezek (fluxus a középkerület menti felszíni téreősség függvényében) az egyedüli kívülről értelmezhető - és mérhető - jelleggörbék. A bemutatott módszer lehetővé teszi az elektromágneses mennyiségek eloszlásának kiszámítását a vasmag bennsejében.

3. ábra Dinamikus mágnesezési görbék gyűrű alakú vasmagban

Irodalomjegyzék

1. Bozorth R.M.: Ferromagnetism, IEEE Press, New York, 1993.
2. Mayergoyz I.D.: Mathematical Models of Hysteresis, Springer Verl., New York, 1991.
3. Iványi A.: Hysteresis Models in Electromagnetic Computation. Akadémiai Kiadó Budapest, 1997.
4. Kádár Gy., Della Torre E.: Hysteresis Modeling: I. Noncongruency, IEEE Magn. Vol.23, No.5, 1987, pp. 2820-2822.
5. Della Torre E., Gy. Kádár: Hysteresis Modeling: II. Accomodation, IEEE Magn. Vol.23, No.5, 1987, pp. 2823-2825.
6. Füzi J.: Eddy Currents in Ferromagnetic Sheets Taking Magnetic Hysteresis Nonlinearities into Account. Periodica Polytechnica Budapest, Ser.El.Eng., Vol.39, No.2, pp. 131-143, 1995.
7. Füzi J., Iványi A.: Hysteresis and Eddy Currents in Ferromagnetic Media. Proc. of the 14th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics - ACES'98 Monterey, 1998, pp. 283-290.

Dr. Füzi János, egyetemi docens

Transilvania Egyetem, Villamosmérnöki Kar, Politehnicii 1-3, 2200 Brassó, Románia

Tel. & Fax: +40 68 143116; E_mail: fuzi@leda.unitbv.ro

“Bolyai János” ösztöndíjas

Budapesti Műszaki Egyetem, Elméleti Villamosságtan Tanszék, H-1521 Budapest, Magyarország

Fax: +36 1 463 3189; E_mail: fuzi@evtsz.bme.hu