FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 1998. március 20-21.

Az evolvens profil generálása fogasléccel.

Nagy Zoltán

This paper proves, using an analytical method, that the envelope curve of the curves described by the points of a racktype tool edge is the base circle involute.

Már Szeniczai Lajostól tudjuk [2.], hogy az evolvens profil, a lécpofilú szerszám vágóélprofilján elhelyezkedő pontok által leírt nyújtott és hurkolt evolvenssereg burkoló görbéjeként jön létre.

A szerszám osztóvonalán levő P1 pont evolvenst, az osztóvonal fölött lévő pontok nyújtott, az osztóvonal alatt levő pontok hurkolt evolvenst írnak le (1. ábra). A lefejtéssel megmunkált fogaskerék fogprofil-evolvens e görbesereg burkoló görbéje.

1. ábra

2. ábra

Szeniczai Lajos, a fent említett könyvében, miután grafikusán ábrázolja a görbesereg görbéinek relatív helyzetét, a következőket írja: "Meg kellett volna állapítanunk a görbesereg egyenletét és analitikai módszerekkel e görbesereg burkolóját, s arról kimutatni hogy mindig ugyanaz az evolvens..... " vagyis az alapkörrel lefejtett evolvens. "Be kell ismernünk, hogy ez a kecsegtető út nehezen járható és óriási analitikai készséget igényel,....." [2, 146 oldal]

Jelen dolgozatban felírjuk a generáló lécpofil vágóélén elhelyezkedő pontok által leírt görbesereg egyenletét és ezen görbék burkolójáról kimutatjuk, hogy ez nem más mint az alapkörrel lefejtett evolvens.

3. ábra

4. ábra

Az alapkörrel lefejtett evolvens egyenlete, az $Ox_1y_1z_1$ koordináta-rendszerhez képest (2. ábra), a következő:

$$\begin{cases} x_1 = r_b \sin \varphi_b - r_b \varphi_b \cos \varphi_b \\ y_1 = r_b \cos \varphi_b + r_b \varphi_b \sin \varphi_b \\ z_1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

A fogasléc vágóélén lévő M pont (3. ábra), az $Oxyz$ koordináta-rendszerhez képest, egy nyújtott evolvenst ír le, melynek egyenlete a következő:

$$\begin{cases} x = R_d \sin \varphi_d - R_d \varphi_d \cos \varphi_d + h \cos \alpha \sin(\varphi_d + \alpha) \\ y = R_d \cos \varphi_d + R_d \varphi_d \sin \varphi_d + h \cos \alpha \cos(\varphi_d + \alpha) \\ z = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Amikor $h=0$, az M pont egy evolvenst ír le. Ha h negatív az M pont egy hurkolt evolvenst ír le. Ha a h -t paraméternek tekintjük, a (2) egyenlet a fogazószerszám vágóélpontjai által leírt görbesereg egyenlete.

Egy síkgörbesereg paraméteres alakban írt egyenletéből a burkoló görbe egyenlete úgy határozható meg, hogy a két független változó között egy összefüggést határozunk meg a következő egyenletből:

$$\frac{\frac{\partial x}{\partial \varphi_d}}{\frac{\partial y}{\partial \varphi_d}} = \frac{\frac{\partial x}{\partial h}}{\frac{\partial y}{\partial h}} \quad (3)$$

Kiszámítva a parciális deriváltakat és behelyettesítve ezek értékét a (3) egyenletbe, megkapjuk a h és φ_d közötti összefüggést:

$$h = \frac{R_d \varphi_d \sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (4)$$

Az így kapott h érték behelyettesítésével, a (2) egyenlet a következő formát ölti:

$$\begin{cases} x = R_d \sin \varphi_d - R_d \varphi_d \cos \alpha \cos(\varphi_d + \alpha) \\ y = R_d \cos \varphi_d + R_d \varphi_d \cos \alpha \sin(\varphi_d + \alpha) \\ z = 0 \end{cases} \quad (5)$$

A (5) egyenlet a lécpofilú szerszámmal generált evolvens profil egyenlete, mely ugyanaz mint az (1) egyenlettel kifejezett evolvens. A következőkben e két egyenlet egyenlőségét igazoljuk.

Ha figyelmesen megnézzük a 2. és 3. ábrát látjuk, hogy az (1) és (2) egyenletek két különböző koordináta rendszerben vannak felírva, melyek relatív helyzetét a 4. ábra mutatja. Ahhoz, hogy a (5) egyenletet az $Ox_1y_1z_1$ rendszerhez viszonyítsuk, az $Oxyz$ koordináta rendszert θ szöggel el kell fordítani az Oz tengely körül. Ezen elfordítást a következő mátrix-al írjuk fel:

$$M_{10} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

A (6) mátrix segítségével a (5) egyenlet az $Ox_1y_1z_1$ koordináta rendszerben a következő egyenlettel írható:

$$\begin{cases} x_1 = R_d \sin(\varphi_d + \theta) - R_d \varphi_d \cos\alpha \cos(\varphi_d + \alpha + \theta) \\ y_1 = R_d \cos(\varphi_d + \theta) + R_d \varphi_d \cos\alpha \sin(\varphi_d + \alpha + \theta) \\ z_1 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

A 4. ábrából következik:

$$\varphi_d = \varphi_b - \alpha - \theta$$

Behelyettesítve a φ_d értékét a (7) egyenletbe, következik:

$$\begin{cases} x_1 = R_d \sin(\varphi_b - \alpha) - R_d (\varphi_b - \alpha) \cos\alpha \cos\varphi_b \\ y_1 = R_d \cos(\varphi_b - \alpha) + R_d (\varphi_b - \alpha) \cos\alpha \sin\varphi_b \\ z_1 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Figyelembe véve, hogy $R_d \cos\alpha = r_b$, az előző egyenlet a következő képpen írható:

$$\begin{cases} x_1 = r_b \sin\varphi_b - r_b \varphi_b \cos\varphi_b \\ y_1 = r_b \cos\varphi_b + r_b \varphi_b \sin\varphi_b \\ z_1 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Összehasonlítva a (9) és (1) egyenleteket, a feltevés bizonyított.

Irodalom:

1. Hollanda, D. Bazele aschierii si generarii suprafetelor, Vol. II, Universitatea "Petru Maior" Tg. Mures, 1996.
2. Szeniczei, L. Az általános fogazás. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1955.

Nagy Zoltán / gépészmérnök

Brassói Műegyetem, master képzés