Kolozsvár, 1998. március 20-21.

Ferdefogú tárcsamaró helyes profiljának analitikus számítása

Kiss András Mihály

This working solve the problem of analytical calculation of the noninvolut profile of the gear-tooth side millings for helical gears.

Az ismert forgácsolóelemek közül a fogazószerszámok vonatkozásában a homlokfelületnek, a hátfelületnek, a forgácshorornak, valamint a profil helyes kialakításának van jelentősége. Ezen profil kiszámítása, ferdefogú hengereskerek marására használt modulártácsamarók esetében, amikor a homlokszög különbözik zérótól több nehézségbe ütközik.

1. ábra

A fogaskerek geometriájából ismert, hogy ferde fogazatnál csak homlokmetszetben van evolvensprofil, ebből következik, hogy normálmetszetben a profil torzul. Mivel a modulártácsamarók tervezése esetében a kivitelezési rajzon ajánlatos a maró profilja helyett a hátraesztérgáló alakos kés profilját feltüntetni, ezért a következőkben ezt a profilt fogjuk kiszámítani.

E célból először szükséges a fogaskerék evolvens csavarfelületének az egyenleteit ismernünk. Az 1. ábra alapján felírható, az xOyz koordinátarendszerben, hogy a fogfelület parametrikus egyenletei a következők:

$$\begin{cases} x = r_a (\cos \varphi + u \cdot \sin \varphi) \\ y = r_a (\sin \varphi - u \cdot \cos \varphi) \\ z = r_a \operatorname{ctg} \beta_a (\varphi - u) \end{cases} \quad (1)$$

Az XOYZ koordinátarendszerben pedig:

$$\begin{cases} X = r_a [\cos(\varphi + \varepsilon) + u \cdot \sin(\varphi + \varepsilon)] \\ Y = r_a [\sin(\varphi + \varepsilon) - u \cdot \cos(\varphi + \varepsilon)] \\ Z = r_a \cdot \operatorname{ctg} \beta_a \cdot (\varphi - u) \end{cases} \quad (2)$$

Ahhoz, hogy a profilt meghatározó koordinátákat ki tudjuk számítani, szükséges egy kapcsolatot meghatározni az u és φ paraméterek között. Ezt a kapcsolatot abból a feltételből kapjuk meg, hogy a fogaskerék evolvens csavarfelületének bármely pontjába húzott merőleges metszenie kell a maró forgástengelyét. Ehhez felírjuk, ugyancsak az 1. ábra alapján a merőleget az $xOyz$ koordinátarendszerben:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \cos \beta_a \cdot \sin \varphi \\ -\cos \beta_a \cdot \cos \varphi \\ \sin \beta_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ctg \beta_a \cdot \sin \varphi \\ -ctg \beta_a \cdot \cos \varphi \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

majd elfordítva ε szöggel az X0YZ rendszerben:

$$\begin{cases} n_x = ctg\beta_a \cdot \sin(\varphi + \varepsilon) \\ n_y = -ctg\beta_a \cdot \cos(\varphi + \varepsilon) \\ n_z = 1 \end{cases} \quad (3')$$

A 2.ábra alapján felírhatjuk a maró forgástengelyének parametrikus egyenleteit:

$$\begin{cases} x = A \\ y = \mu \cos \beta_d \\ z = -\mu \sin \beta_d \end{cases}$$

ahol $A=R_d+R_f$, és R_f a maró
sugara. Ebből következik, hogy:

$$\begin{cases} x = A \\ \tan \beta_d \cdot y + z = 0 \end{cases} \quad (4)$$

A felületre húzott mérőleges
kanonikus alakban a következő:

$$\frac{x - x(\varphi, u)}{n_x} = \frac{y - y(\varphi, u)}{n_y} = \frac{z - z(\varphi, u)}{n_z} \quad (5)$$

A fennebb leírt feltétel akkor teljesül ha a (4) es (5) egyenletekből alkotott egyenletrendszert megoldjuk u-ban.

$$\begin{cases} x \cdot n_y - y \cdot n_x = x(\varphi, u) \cdot n_y - y(\varphi, u) \cdot n_x \\ y \cdot n_z - z \cdot n_y = y(\varphi, u) \cdot n_z - z(\varphi, u) \cdot n_y \\ x = A \\ \tan \beta_d \cdot y + z = 0 \end{cases} \quad (6)$$

A kapott megoldás egy $u=f(\varphi)$ alakú összefüggés lesz amit visszahelyettesítve az (2) egyenletekbe megkapjuk a fogaskerék és a maró érintkezési görbéjét.

A továbbiakban ezen érintkezési görbét átírjuk a maróhoz csatolt mozgó koordinátarendszerbe .

$$\begin{cases} x_f = y \cdot \sin \beta_d + z \cdot \cos \beta_d \\ y_f = y \cdot \cos \beta_d + z \cdot \sin \beta_d \\ z_f = -X + A \end{cases} \quad (7)$$

A következőkben ha ezt a görbét megforgatjuk a maró forgástengelye körül és elmetszük a homlokfelülettel, ami egy sík felület megkapjuk a maró élének az egyenleteit.

A 3. ábra alapján a homlokfelület parametrikus egyenletei a következők:

$$\begin{cases} x_h^h = \delta \cdot \sin \Theta \\ y_f^h = \eta \\ z_f^h = \delta \cdot \cos \Theta \end{cases} \quad (8)$$

következik, hogy $\delta^2 = x_f^2 + z_f^2$

Tehát a maró forgácsolóélének az egyenletei:

$$\begin{cases} x_f = \sqrt{x_f^2 + z_f^2} \cdot \sin \Theta \\ y_f = y_f \\ z_f = \sqrt{x_f^2 + z_f^2} \cdot \cos \Theta \end{cases} \quad \text{ahol} \quad \Theta = \arcsin \frac{R_f \cdot \sin \gamma}{\sqrt{x_f^2 + z_f^2}} - \gamma \quad (9)$$

4. ábra

Mivel a maró hátraesztorgálással van megmunkálva a továbbiakban szükséges felírni a maró hátfelületét és ezt elmetezni egy radiális síkkal amiből következik a hátraesztorgáló kés profilja.

A hátfelület egyenletei:

$$\begin{cases} x_\alpha = \left[\sqrt{x_f^2 + z_f^2} - \frac{k\eta z}{2\pi} \right] \cdot \sin(\Theta - \eta) \\ y_\alpha = y_f \\ z_\alpha = \left[\sqrt{x_f^2 + z_f^2} - \frac{k\eta z}{2\pi} \right] \cdot \cos(\Theta - \eta) \end{cases} \quad (10)$$

ahol $k = \frac{\pi 2 R_f \alpha_v}{z}$ a hátraesztorgálás mérete és $\eta = [0, v]$ $v = 2\pi/z$

Az összszám forgácsolóéle tengelymetszetben pedig:

$$\begin{cases} x_s = 0 \\ y_s = y_f \\ z_s = \sqrt{x_f^2 + z_f^2} + \frac{kz}{2\pi} \cdot \Theta \end{cases} \quad (11)$$

E profil átírása normálmetszetbe a szakirodalomban található módon történik. A továbbiakban ezt a profilt ajánlott megközelíteni egy körívvel mivel ez könnyebben kivitelezhető.

A 4. ábra alapján felírható az összerszám profiljának az eltérése egy, a profil 3 pontján át húzott körívtől:

$$\Delta_i^2 = R - \sqrt{(y_{s_i} - y_c)^2 + (z_{s_i} - z_c)^2} \quad (12)$$

Ahhoz hogy ez hibafüggvény minimális legyen szükséges megtalálni az optimális β_d szöget a következő módon:

$$F(\beta) = \sum_i \Delta_i^2 \quad \frac{\delta F(\beta)}{\delta \beta} = 0 \quad \Rightarrow \beta_{optim} \quad (13)$$

Szakirodalom:

[1] Murguu Elena. Geometrie analitică și diferențială. Editura Didactică și Pedagogică.

București. 1965

[2] Sauer Leopold. Angrenaje. Tehnologie, control, probleme speciale. Editura Tehnică.

București. 1970

Kiss András Mihály, diák

Universitatea "Petru Maior"

Târgu Mureș str. Nicolae Iorga nr. 1

Fax 065.162265, Tel. 065.136213