Négy szabadságfokú, soros robotkar vezérlése

Csernáth Géza

Dynamic control of a three-link revolute joint robot arm

At design time, the final version has been established using the structural instructions of the well-known Edinburgher arm. Because of the geometric particularities of this structure, it can maintain its joint elements in horizontal position without extra energy consumption. By this means the prehensile mechanism remains horizontal independently of the momentary position of the arm. The motion of the arms is assured by the step to step motors situated on the rotative basement. The control of the prehensile mechanism of the robot is realized using SMA (Shape Memory Alloys) wires. The motors, that assure the motion of the arm, and the SMA wire are controlled by a small electronic device connected to a PC. In order to control the above mentioned manipulating device, it is necessary to know not only the geometrical parameters of the system, but also the position and speed of the ending point of the manipulator. This formally means a vectorial structure, in which each element is the couple formed by the position and the speed corresponding to the given sample. The elements of the trajectory of the ending point of the manipulator are determined by previous optimization of the equations of motion. By separating the translating and rotating elements, the solution has been determined using the inverse kinematics method. So we have the position and speed values calculated for the prescribed trajectory, to control each articulation. The controlling algorithm has been worked out using the VSC (Variable Structure Control), numeric method: for different commutation surfaces, where these surfaces are determined by the followed coordinates.

A kinematikai modell

A robotkar tervezésekor a robotikában ismert Edinburgh-i kar szerkezeti megoldásait felhasználva alakult ki a végső forma. E szerkezet geometriai sajátosságaiból adódóan képes csuklóelemeit az alapsíkhoz viszonyítva vízszintesen beállítani. Ezáltal a fogószerkezet is a kar pillanatnyi helyzetétől függetlenül mindig vízszintes helyzetben marad. A kinematikai modellt a rototranszlációs mátrix felírásából származtatjuk. Ismertnek tekintjük a karok L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 hosszát. Célunk a robotkar térbeli helyzetének az alapkoordináta rendszerhez viszonyított meghatározása. Ehhez bevezetjük a transzlációs

$$T_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$R_Z = \begin{pmatrix} C_q & -S_q & 0 & 0 \\ S_q & C_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$R_Y = \begin{pmatrix} C_q & 0 & S_q & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S_q & 0 & C_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

(1) illetve rotációs (2,3) operátorokat (ez utóbbiak a koordináta tengely megválasztásának függvényében változhatnak, jelen esetben a Z ill. Y tengelyek körüli rotációt jelölik):

A 1. ábra szerinti koordináta transzformációkat tekintve a következő összefüggést írhatjuk fel: $A = R_Z(q_1)T_X(L_1)T_Z(L_2)R_Y(q_2)T_Z(L_3)R_Y(q_3)T_Z(L_4)R_Y(q_4)T_Z(L_5)$. Az A rototranszlációs mátrixot behelyettesítve a következő összefüggésbe: $(X_0 \ Y_0 \ Z_0 \ 1)^T = A(X_9 \ Y_9 \ Z_9 \ 1)^T$, jutunk el a kar végpontjának helyzetét az $(X_0 \ Y_0 \ Z_0)$ koordinátarendszerben meghatározó összefüggésig, ha a végpontot az $(X_9 \ Y_9 \ Z_9)$ koordináta-rendszer origójának tekintjük:

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [(Cq_2Cq_3Sq_4 - Sq_2Sq_3Sq_4 + Cq_2Sq_3Cq_4 + Sq_2Cq_3Cq_4)L_5 + (Cq_2Sq_3 - Sq_2Cq_3)L_4 + Sq_2L_3 + L_1]Cq_1 \\ [(Cq_2Cq_3Sq_4 - Sq_2Sq_3Sq_4 + Cq_2Sq_3Cq_4 + Sq_2Cq_3Cq_4)L_5 + (Cq_2Sq_3 - Sq_2Cq_3)L_4 + Sq_2L_3 + L_1]Sq_1 \\ (Cq_2Cq_3Cq_4 - Sq_2Cq_3Sq_4 - Sq_2Sq_3Cq_4 - Cq_2Sq_3Sq_4)L_5 + (Cq_2Cq_3 - Sq_2Sq_3)L_4 + Cq_2L_3 + L_2 \end{pmatrix},$$

ahonnan a q_1, q_2, q_3, q_4 szögeket meghatározhatjuk:

$$q_1 = \arctg \frac{Y_0}{X_0}, \quad q_2 = \arccos \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} + \arccos \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}},$$

$$q_3 = \arccos \frac{G}{\sqrt{E^2 + F^2}} + \arccos \frac{E}{\sqrt{E^2 + F^2}}, \quad q_4 = 90^\circ - q_2 + q_3$$

Az A, B, C, E, F, G tagok előzetes számítások alapján a következő formában írhatók fel:

$$A = -2L_3(L_1 + L_5 - \sqrt{X_0^2 + Y_0^2}), \quad B = -2L_3(L_2 - Z), \quad E = L_4(A\sqrt{A^2 + B^2} - C^2 - BC),$$

$$C = L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 - L_4^2 + L_5^2 + X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2 - 2Z_0L_2 - 2L_1\sqrt{X_0^2 + Y_0^2} - 2L_5\sqrt{X_0^2 + Y_0^2} + 2L_1L_5,$$

$$F = L_4(B\sqrt{A^2 + B^2} - C^2 + AC), \quad G = L_3(BC - A\sqrt{A^2 + B^2} - C^2)(A^2 + B^2)(Z_0 - L_2).$$

A dinamikus modell

A robotkar dinamikus modelljének felírásakor ismertnek tekintjük a karok hosszát és tömegét (M_0, m_3, m_4, m). A megfogószerkezet és munkadarab együttes súlyát a harmadik csuklópontra vonatkoztatva, ennek mozgását elhanyagolva m tömeggel közelítjük meg. A medell felírásakor az Euler-Lagrange egyenletből indulunk ki, így közelítve meg a karokra ható τ_i erőket:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_i} = \tau_i, \text{ ahol az } L = E_C - E_P \text{ a robot mozgási és helyzeti energiájának}$$

különbsége. Tekintsük az $E_C = \frac{1}{2} \left[J_1 \dot{q}_1^2 + J_2 \dot{q}_2^2 + J_3 \dot{q}_3^2 \right]$ összefüggést ahol J_1, J_2, J_3 a karok tehetetlenségi nyomatékát jelöli:

$$J_1 = \left[M_0 \frac{5L_1^2}{12} + m_3 \left(L_1 + \frac{L_3}{2} S q_2 \right)^2 + m_4 \left(L_1 + L_3 S q_2 + \frac{L_4}{2} S q_{2+q_3} \right) + m \left(L_1 + L_3 S q_2 + L_4 S q_{2+q_3} \right) \right],$$

$$J_3 = \left(\frac{m_4 L_4^2}{3} + m L_4^2 \right), \quad J_2 = \left[\frac{m_3 L_3^2}{3} + m_4 \left(\frac{L_3^2}{3} + L_3^2 + L_3 L_4 C q_3 \right) + m \left(L_4^2 + L_3^2 + 2 L_3 L_4 C q_3 \right) \right].$$

A helyzeti energia a következő formában írható:

$$E_P = M_0 g \frac{L_2}{2} + m_3 g \left(L_2 + \frac{L_3}{2} C q_2 \right) + m_4 g \left(L_2 + L_3 C q_2 + \frac{L_4}{2} C q_{2+q_3} \right) + m g \left(L_2 + L_3 C q_2 + L C q_{2+q_3} \right).$$

Az Euler-Lagrange egyenletekből a dinamikus modellt vektoriális alakban írhatjuk fel:

$$\begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & 0 & 0 \\ 0 & H_{22} & 0 \\ 0 & 0 & H_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h_1(q_1, q_2, q_3, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3) \\ h_2(q_1, q_2, q_3, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3) \\ h_3(q_1, q_2, q_3, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3) \end{pmatrix},$$

ahol τ nyomaték vektor a H , pozitív definiált tehetetlenségi mátrix, és a $h(q, \dot{q})$ a centrifugális, Coriolis és gravitációs erők vektorának az összegéből adódik.

A robotkar vezérlése

A robotkar kinematikai és dinamikai modelljéből kiindulva, ismerve a kar végpontjának térbeli helyzetét meghatározó összefüggéseket, valamint a karokra ható τ_i nyomatékokat, meghatározhatjuk azt az U

parancsvektort melynek alapján a végrehajtó elemek (esetünkben léptetőmotorok) a robotkar végpontját $\varepsilon(t)$ hibatűrővel, egy meghatározott pályán, az előírt pontba viszik. A dinamikus modellből származtatott τ_i nyomatékoknak a léptetőmotorok áramfelvételének szabályozásában van szerepük. A pályaelemek meghatározása PTP (Point to Point) a robotkar térbeli helyzetét diszkrét pontokra lebontó módszerrel történik, ahol a pontokat összekötő pályaelemek formája tetszőleges lehet. A vezérléshez VSC (Variable Structure Control) szabályozó algoritmust használunk.

A megadott térbeli pont eléréséhez a vezérlő számítógép az inverz kinematikai modellből kiszámítja a megfelelő q_1, q_2, q_3, q_4 szögértékeket illetve a hozzájuk tartozó szögsebességeket. Ezekből, ismerve a léptetőmotorok lépésszöge és az áttételekből adódó állandókat, kiszámítható a $U(l_1, l_2, l_3)$ parancsvektor elemeinek értéke. Az $U(l_1, l_2, l_3)$ elemei az egy időegység (pl. 0,1s) alatt megteendő lépések számát tartalmazzák. A VSC vezérlés lényege a csúszási (*sliding*) felületek meghatározása:

$s_i = \sigma_s(\theta_i - \theta_{id}) + (\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{id})$. Ezeket a kinematikai modell alapján kiszámított pozíciók ill. szögsebességek és az U parancsvektor alapján visszaszámolt pozíciók ill. szögsebességek különbségéből képezzük. Az eltérés a parancsvektor számításánál alkalmazott kerekítések kövelkezménye. Az előírt pont megközelítésekor $s_i(\theta) = 0$. Ha k időpillanatban s értéke nullától különböző, előjelétől függően jobb vagy bal irányú lépésekkel egészítjük ki az U parancsvektor $k+1$ időpillanatra vonatkozó elemét. A leírtakat a 2. ábra szemlélteti.

2. ábra

Irodalom

- [1] Chun-Yi Su, Yury Stepanenko, "Real-time implementation of regressor-based sliding mode control algorithm for robotic manipulator", INDUSTRIAL ELECTRONICS February 1993 VOL 40
- [2] Olimpiu Munteanu, Dorin Diaconescu, "Bazele roboticii Roboți industriali" 1995 Lux Libris Braşov

Csernát Géz V. éves egyetemi hallgató, "PETRU MAIOR" Tudományegyetem Marosvásárhely
Str. Bartók Béla 8/14, 4300 Tg. Mureş, Tel. 40-(0)65-167306, E-mail: csernath @ uttgm.ro