FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 1997, március 21-23

MOTORKERÉKPÁR KORMÁNYZOTT KERÉKÉNEK DINAMIKÁJA

Molnár László

A dolgozat a motorkerékpár közötti viselkedései során tapasztalható jelenségekből kiindulva a kormányzott kerék stabilitási problémájával foglalkozik. A kétkerekű járművek felépítésükből adódóan különböző geometriai, műszaki paraméterek mellett instabilakká válhatnak. A stabilitás elvesztése több okra vezethető vissza. Ilyenek például a súlypont helyének változása, valamint a gumibroncs paraméterei.

A modellalkotásban a hangsúly a kormányzott keréken van. Ennek megfelelően a hátsó kerék viselkedését ebben a modellben nem vesszük figyelembe. A felépítendő modell a kormányzott kereket merev testként kezeli. A gumibroncs rugalmasságát a kormányoszár rugalmasságával együtt a modellben elhelyezett rugalmas elemekkel vesszük figyelembe.

1. A motorkerékpár kormányzott kerekének geometriája

A kormányzott kereket a valóságnak jól, egyes esetekben a valóságnak teljesen megfelelően (verseny motorkerékpárok) modellezhetjük tórussszal. Vizsgáljuk meg, hogy a kormánytengely α szöggel történő elfordítása esetén a kormányzott kerék súlypontja hogyan változik álló helyzetben.

1.1 A kerék mozgása álló helyzetben

1. ábra

A kormánytengely jellemző paramétere: t_0

A tórusz két geometriai adata:

- a meridiánkör sugara: r
- a kerék átmérőjét meghatározó sugár: a

Először meghatározzuk a tiszta gördülés esetét feltételezve, hogy az α kormányelfordítás hatására a tórusz mely paraméterekkel rendelkező pontja lesz az új talajjal érintkező pont. A kerék geometriáját a tórusz Gauss-féle előállításával írjuk le:

$$r(u, v) = ((a + r \cos u) \cos v) \underline{i} + (a + r \cos u) \sin v \underline{j} + r \sin u \underline{k} \quad (1)$$

A vonatkoztatási rendszer ügyes megválasztásával (x-y-z, 1.ábra) könnyen meghatározhatjuk $u(\alpha)$ és $v(\alpha)$ függvényeket. A kormány α szöggel történő elfordításának eredményeként a tóruszt a következő vektorfüggvény jellemzi:

$$\mathbf{r}_\alpha(u,v) = \begin{bmatrix} (a + r \cos u) \cos v \\ (a + r \cos u) \sin v \cos \alpha + r \sin u \sin \alpha \\ -(a + r \cos u \sin v \sin \alpha + r \sin u \sin \alpha) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Az elforgatással kapott felület (2) érintősíkjának vizsgálatával megkapjuk a keresett, az új érintkezési pontot jellemző $u(\alpha)$ és $v(\alpha)$ függvényeket az $(x_1-y_1-z_1)$ koordinátarendszerben felírva.

$$u(\alpha) = \text{Arcsin} \sqrt{(1-c^2) \sin^2 \alpha / c^2 (\cos 2\alpha + (1-c^2)/c)} \quad (3)$$

$$v(\alpha) = \text{Arcsin}(\text{ctg } \alpha \text{ tg } u) - t_0 \quad \text{ahol } c = \cos t_0. \quad (4)$$

1.2 A kerék súlypontjának elmozdulása a kormányelfordítás hatására

A kormány $\alpha = 0$ helyzethez képesti elfordításának eredményeként a kerék előre mozdul és síkja is egy új, ferde helyzetet vesz fel. Érezhető, hogy a kormánytengely a kialakult helyzethez képesti ($-\alpha$) irányú forgatásával a kerék visszafelé kezd el gördülni. A vizsgálat során a kerék mindvégig gördül a talajon. A leendő érintkezési pont ismeretében már leképezhető a tóruszról az u és v paramétereknek megfelelő térgörbe a talajra. Ezek alapján a mozgás három komponenesből építhető fel:

a.: z_2 tengely körüli v -szöggel történő forgatás (2. ábra)

b.: y_2 tengely körüli u -szöggel történő forgatás (3. ábra)

c.: x_2 tengellyel párhuzamos, az (a) és a (b) mozgások során kialakult érintkezési ponton átmenő tengely körüli forgatás. Itt a forgatás szögét a kerék normálisának új helyzete (γ) határozza meg. (4. ábra)
A három mozgásösszetevőt a 2., 3., 4. ábrák mutatják. A választott vonatkoztatási rendszer: $(x_2-y_2-z_2)$.

Az (a) mozgásnak megfelelő állapot

2. ábra

A (b) mozgásnak megfelelő állapot

3. ábra

4. ábra

A fenti gondolatmenetet követve a súlypont x_2, y_2, z_2 irányokba történő elmozdulásai $a > r$ és $a < r$ esetén grafikusán a következő eredményeket mutatják. A kormány irányvektorát válasszuk $t_0 = 30^\circ$ -nak, a kerék geometriáját pedig: $a = 0.5$, $r = 0.05$, ill. $a = 0.05$, $r = 0.5$.

6. ábra

2. Modellalkotás és a mozgást leíró differenciálegyenlet-rendszer felírása

[illegible]

7. ábra

195

2.2 Az Appel-egyenletek felírása

A gyorsulásenergia felírásánál csak a kormányzott kerék energiáját vesszük figyelembe. Az energiaegyenletben szereplő valamennyi mennyiséget az R0 rendszerben írjuk fel. A Gibbs-féle gyorsulásenergia a $t_0 = 30^\circ$ -nak megfelelő kormányrúdállásnál:

$$S = \frac{-0.27\sqrt{3}a^2mv\alpha\sigma\dot{\sigma}}{2a+2r} + (0.23a^2m + 0.3lamr + 0.15mr^2)\dot{\sigma}^2 \quad (5)$$

Az Appel-egyenletek:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\sigma}(t) = \frac{0.06((9.59a^2gm + 9.59agmr)\alpha + (-17.17a^2s2 - 34.34ars2 - 17.17r^2s2)p)}{a^3m - 2.33a^2mr + 2amr^2 + 0.66mr^3} + \\ \quad \frac{(-18.88a^3k - 56.66a^2kr - 56.66akr^2 - 18.88kr^3 + 7.43a^2mv\alpha)\sigma}{a^3m - 2.33a^2mr + 2amr^2 + 0.66mr^3} \\ p(t) = 0.55a\sigma + 0.55r\sigma \\ \alpha(t) = \sigma \\ \phi(t) = \frac{2v + 0.36a\alpha\sigma}{2a + 2r} \end{array} \right. \quad (6)$$

Az utolsó egyenlet ($\phi(t)$) a ciklikus mozgást jellemzi, amely a kerék forgásából adódik.

3. Stabilitási vizsgálat

A Routh-Hurwitz stabilitási kritériumnak megfelelően a karakterisztikus polinom együtthatóinak nagyobbak kell lenniük, mint 0. A sebesség függvényében ábrázolva a karakterisztikus polinom együtthatóit konstans vonalakat kapunk. Rögzítsük a kerék tömegét: $m = 2$ kg, paraméterét: $r = 0.05$ m. $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$. E paraméterek mellett az s_2 -es rugómerevségre a kerékgeometria (a) függvényében a

következő stabilitási feltételt kapjuk:

8. ábra

A 8. ábráról leolvasható, hogy a stabilizáláshoz az $a = r$ (gömb) esetében kell a legnagyobb merevségű rugót biztosítani. Ha $a > r$, akkor a stabilitást kisebb rugómerevséggel is elérhetjük. A rendszer bonyolultságára való tekintettel a felhasznált függvények már linearizált formában kerültek alkalmazásra. Ugyancsak a könnyebb áttekinthetőség érdekében a kormánytengely irányvektora felvételre került.

A rendszer teljes megismeréséhez természetesen a nem-lineáris rendszer vizsgálatára van szükség. A használt mechanikai modell (7. ábra) jól megközelíti a valóságot, de ennek tökéletesítése még pontosabb eredményeket szolgáltatathat.

Felhasznált irodalom:

Dr. Palkovics László: Műszaki szakértői vélemény /jegyzőkönyv/
Dr. Stépán Gábor: Vontatott kerék dinamikája /kézirat/

Molnár László / diplomatervező gépészmérnök hallgató

Budapesti Műszaki Egyetem Finommechanika, Optika Tanszék / 1111 Budapest, Egri J. u. 1.

Tel.: 463-26-02