FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 1997, március 21-23

MATEMATIKAI MODELL A HIPOID HAJTÓPÁROK HORDKÉPÉNEK LOKALIZÁLÁSÁRA

Dr. Gyenge Csaba, Kismihály János

Összefoglalás

A hipoid- és a kúpfogaskerék hajtópárok terhelhetősége és élettartama. nagy-mértékben függ a hordkép helyzetétől a fogfelületen. A gyártás után végzett hordképpenőrzésből következtetni lehet a szükséges gépbeállítási korrekciókra. a hordkép helyzetének javítása céljából. Ezt addig kell végezni. míg a hordkép megfelelő helyzetű lesz. Belátható. hogy az egymást követő megmunkálás- ellenőrzés- módosítás igen idő- és pénzigényes feladat. Napjainkban már lehetőség van a hordkép lokalizálására már a tervezés szakaszában. Megfelelő matematikai modell segítségével és számítógép alkalmazásával elméletileg pontbeli érintkezésű fogfelületeket tudunk előállítani.

A dolgozat bemutatja a lokalizált hordképű hipoid fogaskerekek fogfelületeinek meghatározására kidolgozott matematikai módszert mely lehetővé teszi a számítógépes modellezést. Az egyenleteket az eloid fogazatra vezettük le, a körív fogazat ebből. mint sajátos eset könnyen számítható.

A származtató felületek

Lokalizált hordképű S_1 és S_2 fogfelületek származtatására az S^1_0 , és S^2_0 , nem egybeeső származtató felületeket alkalmazzuk, melyek az L_K egyenes mentén érintkeznek (1. ábra). Az L^1_0 , származtató egyenes általános pontjának az egyenlete a marófejhez kötött Σ_S rendszerben egy $r_s = r_S(p_1)$ alakú egyváltozós egyenlet. ahol p_1 a helyzetparaméter az egyenes mentén.

A marófejhez kötött Σ_S és a síkkerékhez kötött Σ_0 koordinátarendszerek közötti M_{0S} transzformációs matrit segítségével. a Σ_0 rendszerben meghatározható az S^1_0 származtatófelület. Egy felület teljesen meghatározott, ha ismerjük minden egyes pontjának a helyzetvektorát és normálisát a p_1 , u_1 helyzetparaméterek függvényében. L^1_0 , az u_1 segítségével írja le az S^1_0 -et.

$$\bar{\mathbf{r}}_0^1 = \mathbf{M}_{0S} \bar{\mathbf{r}}_S = \mathbf{r}_0^1(\mathbf{p}_1, \mathbf{u}_1), \quad \bar{\mathbf{n}}_0^1 = \frac{\partial \mathbf{r}_0^1}{\partial \mathbf{p}_1} \times \frac{\partial \mathbf{r}_0^1}{\partial \mathbf{u}_1} = \bar{\mathbf{n}}_0^1(\mathbf{p}_1, \mathbf{u}_1) \quad (1)$$

1. ábra. A lokalizált hordkép híztozítása:

a) származtatófelületek. b) síkerek fogiránygörbéinek görbületei.

Behelyettesítve az (1) egyenletbe a $\mathbf{p}_1$ és $\mathbf{u}_1$ változókat, hasonlóképpen leírható az S_0^2 származtatófelület:

$$\bar{\mathbf{r}}_0^2 = \bar{\mathbf{r}}_0^2(\mathbf{p}_2, \mathbf{u}_2), \quad \bar{\mathbf{n}}_0^2 = \bar{\mathbf{n}}_0^2(\mathbf{p}_2, \mathbf{u}_2) \quad (2)$$

Az (1) és (2) egyenletek által meghatározott származtatófelületek alkotják a két komplementáris síkkerék fogfelületeit, melyek lefejtik a hajtópár S_1 és S_2 fogfelületeit.

A lokalizált hordkép biztosítása

A lokalizált hordkép biztosításának érdekében a 2 síkkerék L_d^2 fogiránygörbéjének görbülete nagyobb kell legyen, mint az 1 síkkerék L_d^1 fogiránygörbéjének görbülete, $r_{W1} > r_{W2}$ (l.b. ábra). Az r_{W2} görbületi sugár kiszámítása céljából meghatározzuk a C_r^2 gördülőkör középpontjának a helyzetét. Az L_d^1 és L_d^2 görbék M érintkezési pontjában a normálisok egybeesnek, tehát az M_0, M_1, M_2 pontok kollineárisak. Az M_0S transzformációs matrixban szereplő u_0^2 és φ_0^2 paraméterek értékei:

$$u_0^2 = \arcsin \frac{\mathbf{R}_0^2 + \mathbf{r}_{W2}^2 - (\mathbf{R} - \mathbf{r})^2}{2\mathbf{r}_{W2}\mathbf{R}_0}, \quad \varphi_0^2 = \arcsin \frac{\mathbf{r}_{W2} \cos u_0^2}{(\mathbf{R} + \mathbf{r})} \quad (3)$$

A (3) egyenlet biztosítja az S_0^1 és S_0^2 származtatófelületek vonalmenti érintkezését.

Hipoidkerek szarmaztatása

A legáltalánosabb esetet vizsgáltuk, amikor az a tengelytávú hipoidhajtópár mindkét fogaskerekét hipoid módszerrel munkáljuk meg (2. ábra), a gyártási tengelyeltolás a_1 valamint a_2 lesz. Az álló Σ_F koordinátarendszer segítségével meghatározzuk a fogaskerekhez kötött Σ_1, Σ_2 és a síkkerékhez kötött Σ_0 koordinátarendszerek közötti transzformációs matrixokat.

$$M_{10} = M_{1F} M_{F0} \quad , \quad M_{20} = M_{2F} M_{F0} \quad , \quad M_{01} = M_{0F} M_{F1} \quad , \quad M_{02} = M_{0F} M_{F2} \quad (4)$$

A (4) egyenlet leírja a származtató síkkerék és a fogazandó fogaskerek közötti mozgásviszonyokat. A hajtópár elemei közötti mozgásviszonyt az M_{12} és az M_{21} matrix határozza meg:

$$M_{12} = M_{10} M_{02} \quad , \quad M_{21} = M_{20} M_{01} \quad (5)$$

2. ábra. Hipoid, fogaskerek szarmaztatása
Lokalizált hordképű fogfelületek

Az S_1^0, S_2^0 származtató és az S_1, S_2 fogfelületek páronként egymást kölcsönösen burkolják. Ismerve az S_1^0 és S_2^0 felületek egyenleteit, a transzformációs matritok segítségével meghatározhatók az S_1 és S_2 lokalizált hordképű fogfelületek.

$$\bar{r}_1 = M_{10} \bar{r}_0^1 = \bar{r}_1(p_1, u_1, \varphi_1) \quad , \quad \bar{n}_1 = M_{10} \bar{n}_0^1 = \bar{n}_1(p_1, u_1, \varphi_1) \quad (6)$$

$$\bar{r}_2 = M_{20} \bar{r}_0^2 = \bar{r}_2(p_2, u_2, \varphi_2) \quad , \quad \bar{n}_2 = M_{20} \bar{n}_0^2 = \bar{n}_2(p_2, u_2, \varphi_2) \quad (7)$$

A p_1, u_1, φ_1 és p_2, u_2, φ_2 paraméterek közötti összefüggések a kapcsolódás alaptörvényéből vezethetők le.

$$\bar{n}_1 v_1^{(10)} = 0 \quad , \quad \bar{n}_2 v_2^{(20)} = 0 \quad (8)$$

ahol a $\bar{\mathbf{v}}_1^{(10)}, \bar{\mathbf{v}}_2^{(20)}$ relatív sebességek.

Kidolgozva a (8) egyenleteket, két háromváltozós függvényt kapunk, melyeket rendszerint numerikus módszerekkel oldunk meg:

$$f_1(p_1, u_1, \varphi_1)=0 \quad , \quad f_2(p_2, u_2, \varphi_2)=0 \quad (9)$$

A φ_1 és φ_2 mozgásparaméterek közötti összefüggések meghatározására figyelembe kell venni a származtató síkkerék és a fogazandó kerek i_{10} és i_{20} áttételi viszonyait. Végezetül, az eddig levezetett egyenletek alapján, az S^1_0 S^2_0 és az S_1 , S_2 felületek közötti karakterisztikus görbe a következő egyenletrendszerek megoldásából adódik:

$$\left| \begin{array}{l} f_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{u}_1, \varphi_1) = 0 \\ \bar{\mathbf{r}}_1 = \bar{\mathbf{r}}_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{u}_1) \\ \varphi_1 = \text{konst} \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} f_2(\mathbf{p}_2, \mathbf{u}_2, \varphi_2) = 0 \\ \bar{\mathbf{r}}_2 = \bar{\mathbf{r}}_2(\mathbf{p}_2, \mathbf{u}_2) \\ \varphi_2 = \text{konst} \end{array} \right| \quad (10)$$

Következtetések

1. A bemutatott matematikai modell biztosítja a kapcsolódó fogfelületek lokalizált pontbeli érintkezését az eloid fogazatú hipoid fogaskerek esetén.
2. Megfelelő módosításokkal az algoritmus érvényes bármilyen típusú hipoid- vagy kúpogaskerekre.
3. Az algoritmusok lehetőséget nyújtanak a fogfelületek számítógépes modellezésére.

Irodalom

- [1] GYENGE. CS.: Contribuții asupra îmbunătățirii preciziei frezelor-melc pentru executarea, angrenajului melcat duplex. Teză de doctorat, IPCN, 1979.
- [2] KISMIHÁLY. J., GYENGE. CS.: Hipoidhajtópárok geometriai tervezésének számítógépes optimalása. microCAD96. Miskolc, 1996.
- [3] LITVIN. F. L.: A fogaskerékkapcsolás elmélete. Műszaki Könyvkiadó, Budapest. 1972.

Dr. Gyenge Csaba. tanszékvezető, egyetemi tanár

KOLOZSVÁRI MŰSZAKI EGYETEM. Muncii u. 15

Tel: 405051/170

Kismihály János, gépészmérnök.
doktorandusz

ARMĂTURA S.A., Gării u. 19

Tel: 435367/124, Fax: 435368